PREFACE

MATHS & REASONING (गणित एवं रीजनिंग)

Mathematics and Reasoning are essential components of competitive exams, testing logical thinking, problem-solving skills, and numerical ability. To help aspirants excel, **Kothari Group of Institutions** has specially edited this book for candidates preparing for **MP Top 40 Government Jobs,** including **MP S.I., Patwari, and other state-level exams.**

This book covers a **wide syllabus** with detailed explanations of **Arithmetic, Algebra, Geometry, Data Interpretation, Logical and Analytical Reasoning, and Mental Ability.** It includes **shortcut techniques, solved examples, and step-by-step solutions** to enhance problem-solving speed and accuracy. Additionally, the book provides **previous years' question papers, model papers, and ample practice exercises** to ensure thorough exam preparation.

Designed as a **one-stop resource,** this book aligns with the latest exam patterns and syllabus requirements. We believe it will empower aspirants with the skills needed to succeed in their competitive journey.

Best Wishes & Happy Learning!

Kothari Group of Institutions

CONTENTS

गणित

1. गणित के बुनियादी भाग (Basic parts of Maths)
2. वर्ग, घन तथा उसके मूल (Square, Cube and its Roots)
3. संख्या पद्धति (Number system)
4. ल.स. एवं म.स. (L.C.M. & H.C.F.)
5. सरलीकरण (Simplification)
7. बीजगणित सक्रिय (Algebric Probleros)
7. औसत (Average)
8. प्रतिशत (Percentage)
9. लाभ-हानि एवं बट्टा (Profit-Loss and Discount)
10. अनुपात - समानुपात (Ratio & Proportion)
11. मिश्र-समानुपात (Compound Proportion)
12. साझेदारी (Partnership)
13. ब्याज (Interest)
14. समय एवं कार्य (Time & Work)
15. पाइट एवं टंकी (Pipe and Cistern)
16. नाव धारा (Boat & Stream)
17. रेल (Train)
18. समय-दूरी और चाल (Time Distance and Speed)
19. मिश्रण (Alligation)
20. क्षेत्रफल एवं परिमाप (Area & Perimeter)
21. आयतन (Volume)
22. त्रिकोणमिति (Triangle)
23. ज्यामिति (Geometry)
24. प्रायिकता (Probability)
25. आंकड़ों संबंधित (Data Intorpretation)

रीजनिंग

1. पासा (Dice)
2. घड़ी (Clock)
3. कैलेण्डर (Calendar)
4. घन एवं घनाभ (Cube and Cuboid)
5. सांकेतिक भाषा परीक्षण (Coding Decoding Test)
6. दिशा परीक्षण (Direction Test)
7. रक्त संबंध (Blood Relation)
8. गणितीय संक्रिया (Mathematical Reasoning)
9. अंकगणित तर्क शक्ति (Arithmatical Reasoning)
10. क्रम परीक्षण (Ranking Test)
11. क्रम व्यवस्था (Order Test)
12. वर्णमाला परीक्षण (Alphabet Test)
13. शब्द निर्माण (Word formation)
14. शब्दों का तार्किक क्रम (Logical Sequence of Words)
15. औपबंधिक संख्या / अक्षर को ज्ञात करना (Conditional Number / Letter)
16. श्रेणी क्रम (Series)
17. सदृश्यता परीक्षण (Analogy Test)
18. वर्गीकरण (Classification)
19. लुप्त संख्या / अक्षर ज्ञात करना (Find the Missing Number / Letter)
20. तार्किक वेन आरेख (Logical Venmeigram)
21. पहेलियाँ (Puzzles)

KOTHARI INSTITUTE

गणित के बुनियादी भाग (Basic parts of Maths)

गणित (MATHS)

गणित को हम उस विज्ञान के रूप में समझ व व्यक्त कर सकते हैं जिसका संबंध आकार, मात्रा और व्यवस्था के तर्क से होता है।

- गणित उन विद्याओं का समूह होता है जिसमें संख्याओं, मात्राओं, परिमापों, रूपों और उनके आपसी रिश्तों, गुणा, स्वभाव इत्यादि का अध्ययन किया जाता है। **जैसे-** अंक गणित, रेखा गणित, त्रिकोणमिती, सांख्यिकी, बीज गणित, कलन आदि।
- गणित का संबंध सीधा नाप तौल से है, क्योंकि गणित के सिद्धांतों का प्रयोग किये बिना हम किसी भी क्षेत्र का नाप-तौल नहीं कर सकते।

गणित की चार आधारभूत क्रियाएँ-

1. जोड़ (Additions)
2. घटना (Substract)
3. गुणा (Multiplication)
4. भाग (Division)

जोड़ (ADDITIONS)

जब किसी संख्या या अंक में एक या एक से अधिक संख्या या अंक को मिलाया जाता है तो उसे जोड़ या योग कहते हैं।

जोड़ को '+' चिन्ह से प्रदर्शित किया जाता है अत: इस चिन्ह को धन (Plus) चिन्ह कहते हैं। **जोड़ के दो प्रकार होते हैं-**

1. **घनात्मक -** यह एक प्राकृतिक संख्या है। प्रतिबंधात्मक पद्धति, संशोधनात्मक व ऋणि टिप्पणी तथा संबोधनात्मक संख्या है।
2. **ऋणात्मक -** जब किसी संख्या के आगे एक ऋणात्मक या ऋण चिन्ह लगाया जाता है तो वह शून्य के सापेक्ष संख्या को ऋणात्मक रूप में दर्शाता है।

Trick-

Q1. 4444 + 444 + 44 + 4 = ?

अर्थात् इस प्रश्न में 4 की पुनर्वृत्ति हुई है अत: इसे हम 1234 के रूप में लिखेंगे -

जैसे - 1234 × 4 = **4936 उत्तर**

Q2.
$$\begin{array}{r} 3\ *\ 5 \\ +\ 4\ 2\ * \\ \hline 7\ 6\ 9 \end{array}$$
तब * = ?

नोट- सिर्फ ईकाई पर ध्यान देना है। अर्थात् 5, *, 9 को हल करना है।

हल- **5 + * = 9**

* = 9 - 5

= 4 उत्तर

दशमलव से संबंधित -

Q. 43.21 + 0.036

$$\begin{array}{r} 43.21 \\ +\ 0.036 \\ \hline 43.246 \end{array}$$

उत्तर = 43.246

घटाव (MINUS)

जोड़ने की प्रक्रिया के विरूद्ध प्रक्रिया को घटाना कहा जाता है। जब किसी संख्या अथवा अंक से किसी दूसरी संख्या या अंक को कम किया जाता है तो उसे घटाना कहा जाता है। घटाने को (–) से प्रदर्शित किया जाता है जिसे ऋण (Minus) चिन्ह रहते है जैसे-

Q1. 5138 - 2918 = ?

$$\begin{array}{r} 5\ 1\ 3\ 8 \\ -\ 2\ 9\ 1\ 8 \\ \hline 2\ 2\ 2\ 0 \end{array}$$
(इकाई को इकाई व दहाई को दहाई से घटाएंगे)

Q2.
$$\begin{array}{r} 7\ 5\ * \\ -\ 2\ *\ 2 \\ \hline 5\ 1\ 2 \end{array}$$
= ? तब * = ? ज्ञात कीजिए।

नोट- सिर्फ ईकाई पर ध्यान देना है। अर्थात् *, 2, 2 को हल करना है।

हल *** - 2 = 2**

*** = 2 + 2 = 4 उत्तर**

Q3.
$$\begin{array}{r} 9\ 8\ * \\ -\ 3\ *\ 7 \\ \hline 6 \end{array}$$
तब * = ? ज्ञात कीजिए।

हल - * – 7 = 6

* = 6 + 7 = 13 *** = 13 उत्तर**

गुणा (MULTIPLY)

गुणा करना गणित का एक महत्व पूर्ण भाग है जैसे जोड़, घटाव तथा भाग।

Trick -

Q1. 65 × 42 = ?

हल-
$$\begin{array}{r} 65 \\ \times\ 42 \\ \hline 2730 \end{array}$$
(i) 5 × 2 = 10 (इसकी हासिल 1 है)

(ii) $5 \times 4 + 6 \times 2 = 30$ (इसकी हासिल 1 को जोड़ा गया है तथा इसमें 3 हासिल प्राप्त हुई)

(iii) $6 \times 4 = 24 + 3 = 27$ (इसमें 3 हासिल जोड़ा)

Q2. 232 × 425 = ?

हल-

$$\begin{array}{r} 232 \\ - 425 \\ \hline 98600 \end{array}$$ **- उत्तर**

(i) $2 \times 5 = 10$ (इसकी हासिल 1 है)

(ii) $3 \times 5 + 2 \times 4 = 23$ (इसकी हासिल 1 को जोड़ा गया है तथा इसमें 2 हासिल प्राप्त हुई)

(iii) $2 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 2 = 24 + 2 = 26$ (इसमें 2 हासिल जोड़ा)

(iv) $2 \times 2 + 3 \times 4 = 16 + 2 = 18$ (इसकी हासिल 1 है)

(v) $2 \times 4 = 8 + 1 = 9$

भाग (DIVISON)

भाग इतना महत्वपूर्ण है क्योंकि इसके बिना गणित की क्रिया करने के बारे में सोंचा भी नहीं जा सकता है। दरअसल भाग गणित की आधारभूत क्रियाओं में से एक है -

भाग के मुख्य अंग निम्नलिखित हैं-

(i) भाजक (ii) भाज्य (iii) भागफल (iv)शेषफल।

(i) भाजक (Divider)- वह संख्या जिसमें किसी संख्या में भाग दिया जाता है वह संख्या भाजक कहलाती है।

जैसे- $\frac{8}{2}$ **(इसमें 2 भाजक है)**

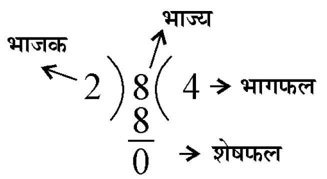
(ii) भाज्य (Divisible)- वह संख्या जिसमें किसी संख्या से भाग दिया जाता है वह संख्या भाज्य कहलाती है।

$\frac{8}{2}$ **(इसमें 8 भाजक है)**

(iii) भागफल (Quotient)- वह संख्या जिसमें जितनी बार जाता है वही संख्या भागफल कहलाती है।

जैसे- $\frac{\cancel{8}}{\cancel{2}} = 4$ **(इसमें 4 भाजक है)**

(iv) शेषफल (Remnont)- वह संख्या जो भागफल से प्राप्त भाग को भाज्य वाली संख्या में से घटाने के बाद भाग बचता है वह संख्या शेषफल कहलाती है। जैसे-



भाग के नियम

- भाजक से भाज्य में ऐसे भाग करते हैं कि प्राप्त होने वाली संख्या भाज्य से पूरा कट जाये। अगर ऐसा नहीं है तो भाजक से इतनी बार गुणा करें की प्राप्त संख्या भाजक से थोड़ा कम हो लेकिन ज्यादा न हो ।
- फिर इस प्राप्त संख्या को भाज्य से घटा लेते हैं।
- जो शेष बचता है फिर उसमें पहले की भांति भाग करते हैं।
- और फिर पहले की तरह भाज्य से घटा देते हैं।
- यही क्रिया बार-बार करते हैं। जब तक की शेषफल शुन्य न हो जाए।
- पर कुछ ऐसा भाग है जिनका शेषफल शुन्य नहीं होता जैसे $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{6}$ इत्यादि। (**नोट-** यह अपवाद है क्योंकि इनका शेषफल शुन्य नहीं होता है। इस तरह के भाग को उचित भिन्न भी कहा जाता है।)
- जब भाजक बड़ा हो भाज्य से या फिर जब भाग एक (1) से कम जाने वाली होती है तो तब भाग पहले शून्य बार जाएगी। इसके बाद ही भाग को पूरी तरह से हल किया जा सकता है। जैसे $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{10}{11}, \frac{120}{121}$ इत्यादि।
- **भाग मुख्य रूप से तीन प्रकार की होती है- 1.** पूर्ण रूप से विभाजित होने वाली भाग या पूर्ण भागफल वाली भाग। जैसे - $\frac{\cancel{12}}{\cancel{3}} = 4, \frac{\cancel{412}}{\cancel{4}} = 103$ अर्थात् इनमें 4, 103 पूर्ण भागफल है।

  2. दशमलव भागफल/भाजनफल वाली भाग ।

  जैसे- $\frac{13}{4} = 3.25, \frac{41}{2} = 20.5$

  अर्थात् इसमें 3.25, 20.5 दशमलव भागफल भाजनफल है।

  3. दशमलव पर अपूर्ण भागफल / भाजनफल वाली भाग

  जैसे- $\frac{2}{3} = 0.6667, \frac{1}{3} = 0.3334$

  अर्थात् इसमें 0.6667, 0.3334 दशमलव अपूर्ण भागफल / भाजनफल वाली भाग है।
- **गणित की अन्य आधारभूत क्रियाएँ -**
  1. भिन्न (Faction)
  2. दशमलव (Desimal)
  3. घातांक - करणी (Indices - Surds)
  4. वर्ग (Square)
  5. क्यूब (Cube)
  6. पहाड़े (Chart)

भिन्न (FRACTION)

पूर्ण वस्तु के किसी भाग को प्रदर्शित करने वाली संख्या को भिन्न (Fraction) कहते हैं।

- पूर्ण वस्तु के जितने बराबरा भाग करते हैं, उसे भिन्न का हर कहते हैं।

KOTHARI INSTITUTE

- पूर्ण वस्तु के किये गये भागों में जितने भाग उसमें लेते हैं उसे भिन्न का अंश कहलाता है।
- अर्थात् भिन्न एक ऐसी इकाई है जो कल भाग के किसी एक भाग को अभिव्यक्त करती है।
- भिन्न दो प्राकृतिक संख्याओं से बनी होती है।
- अत: भिन्न = $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ होती है।

जैसे- $\frac{5}{9}$ भाग अर्थात् 9 भागों में से केवल 5 भाग।

<u>Note-</u> भिन्न का मान सदैव शून्य या कोई घनात्मक (Positive) संख्या होती है।

भिन्न के प्रकार निम्नलिखित है-

साधारण, सम या उचित भिन्न (Proper Fraction)

- जिस भिन्न में अंश, हर से छोटा हो तो वह सम भिन्न या साधारण भिन्न कहलाती है।

जैसे - $\frac{1}{3}, \frac{4}{11}, \frac{2}{8}$ आदि।

विषम या अनुचित भिन्न (Improper or old Fraction)

- जिस भिन्न में अंश हर से बड़ा अथवा बराबर हो, तो वह विषम भिन्न कहलाती है।

जैसे - $\frac{7}{3}, \frac{3}{2}, \frac{19}{2}$ आदि।

इकाई भिन्न (Unit Fraction)

- जिस भिन्न का अंश 1 हो, तो वह इकाई भिन्न कहलाती है।

जैसे - $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ आदि।

व्युत्क्रम भिन्न (Inverse Fraction) -

- जब दो भिन्नों में एक का अंश दूसरी एक हर हो तथा एक का हर दूसरी का अंश हो तो वे आपस में व्युत्क्रम भिन्न होती है।

जैसे - $\frac{3}{4}$ की व्युत्क्रम भिन्न $\frac{4}{3}$ आदि।

दशमलव भिन्न (Decimal fraction) -

- दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलने के लिए नीचे दशमलव के स्थान 1 तथा दशमलव के बाद जितने अंक हों उतनी शून्य लगा देते हैं।

जैसे- $0.43 = \frac{43}{100}$, $0.005 = \frac{5}{1000}$, **या** $\frac{1}{200}$

यदि अंश व हर में दशमलव के बाद वाले अंकों की संख्या समान हो तो दोनों ओर से दशमलव हटा देंगे।

जैसे- $\frac{1.32}{0.25} = \frac{132}{25}$

- यदि अंश व हर में दशमलव के बाद वाले अंकों की संख्या समान है तो दोनों ओर शून्य लगाकर हल कर सकते हैं।

$\frac{4.375}{35.7} = \frac{43750}{357000}$ **या** $\frac{4375}{35700}$

दशमलव भिन्नों को दो प्रकार में विभक्त कर सकते हैं-

(1) शांत दशमलव भिन्न - जब किसी अंश में हर का भाग देने पर दशमल के एक या दो अंक के बाद अंश पूर्णत: विभाजित हो जाए अर्थात् दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद ही दशमलव शांत हो जाए यादि कि दशमल के पदों की संख्या निश्चित हो। शांत दशमलव भिन्न परिमेय संख्या होती है।

जैसे- $\frac{15}{2} = 7.5$, $\frac{3}{4} = 0.75$

(2) अशांत दशमलव भिन्न- जब किसी अंश में हर का भाग दे तो वह दशमलव के बाद भी पूर्णत: विभाजित नहीं हो। अर्थात् उसका दशमलव शांत नहीं हो अशांत दशमलव भिन्न कहलाती है।

जैसे- $\frac{10}{3} = 3.333...$

अशांत दशमलव भिन्न के प्रकार

अशांत दशमलव भिन्न भी दो प्रकार की होती है।

A) आवर्ती अशांत (अनवसानी) दशमलव भिन्न -

- जब किसी अंश में हर का भाग दिया जाए तो दशमलव के बाद की संख्याएं एक निश्चित क्रम (आवर्ती) में बढ़े तो आवर्ती अशांत दशमलव भिन्न कहलाती है।
- आवर्ती अशांत दशमलव भिन्न परिमेय संख्या होती है।

जैसे - $\frac{10}{3} = 3.333...$, $\frac{57}{99} = 0.5757...$

- जब भिन्न निश्चित क्रम में बढ़े तो उस अंक को $(\overline{\ \ })$ बार या (..) द्वारा दर्शाते हैं।

जैसे - $3.\overline{3}$, $0.\overline{57}$

B) अनावर्ती अशांत दशमलव भिन्न-

- जब किसी अंश में हर का भाग दें तो दशमलव के बाद वाली संख्याएँ अनिश्चित क्रम (अनावर्ती) में बढ़े तो अनावर्ती अशांत दशमलव भिन्न कहलाती है।

जैसे - $\frac{6}{7} = 0.857142...$

- आवर्ती अशांत दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना।

जैसे - $0.\overline{27}$

$$= \frac{27-2}{90} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$$

- यदि दशमलव से पहले कोई संख्या है तो पहले वाली संख्या को साथ में लेकर दशमलव के बाद वाली संख्याओं को पहले बताई विधि के अनुसार ही हल करेंगे।

जैसे - $5.\overline{27}$

$$= 5\frac{27}{99} = \frac{53}{11} = \frac{58}{11}$$

- आवर्ती अशांत दशमल भिन्नों को जोड़ना, घटना, गुणा करना।

जैसे - $5.\overline{27} + 4.\overline{57} + 3.\overline{33}$

$$5\frac{27}{99} + 4\frac{57}{99} + 3\frac{33}{99}$$

$$12 + \left(\frac{27}{99} + \frac{57}{99} + \frac{33}{99}\right)$$

$$12 + 1.1818 = 12 + 1.\overline{18} = 13.18$$

भिन्नों की तुलना-

- दो या दो से अधिक भिन्नों की तुलना करते समय निम्न नियमों का ध्यान रखें।
- भिन्नों की तुलना करते समय सभी के हर समान कर लेने चाहिए।
- जब भिन्नों के हर समान हों तो जिसका अंश जितना बड़ा होगा। वह भिन्न उतनी ही बड़ी होगी।

जैसे- $\frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{2}{7},$ में सबसे बड़ी भिन्न $\frac{6}{7}$ तथा सबसे छोटी भिन्न $\frac{2}{7}$ है अर्थात् $\frac{6}{7} > \frac{4}{7} > \frac{3}{7} > \frac{2}{7}$

- क्योंकि हर समान है तो जिसका अंश बड़ा होगा वही बड़ी भिन्न होगी।
- जब भिन्नों के अंश समान होतो वह भिन्न उतनी ही बड़ी होगी। जितना उसका हर छोटा होगा।

जैसे- $\frac{9}{11}, \frac{9}{16}, \frac{9}{17}$ **तो** $\frac{9}{11} > \frac{9}{16} > \frac{9}{17} >$

- क्योंकि यहाँ अंश समान है तो बड़ी भिन्न होने के लिए हर उतना ही छोटा होगा।
- यदि अंश एक निश्चित क्रम में बढ़े ओर हर भी किसी निश्चित क्रम से बढ़े तो सबसे बड़े अंश वाली भिन्न, सबसे बड़ी होगी । यदि अंश में वृद्धि $\geq$ हर में वृद्धि।

जैसे- $\frac{3}{7}, \frac{7}{11}, \frac{5}{9}$ में सबसे बड़ी भिन्न $\frac{7}{11}$ होगी क्योंकि अंश का बढ़ने का निश्चित क्रम 3,5,7 में 2 की वृद्धि तथा हर का बढ़ने का निश्चित क्रम 7, 9, 11 में भी 2 की वृद्धि है। अतः $\frac{7}{11} > \frac{5}{9} > \frac{3}{7}$

- $\frac{2}{5}, \frac{8}{17}, \frac{5}{11}, \frac{11}{23}$ में सबसे बड़ी भिन्न $\frac{11}{23}$ है।
- क्योंकि अंश में वृद्धि 3 है तथा हर में वृद्धि 6 की है। अर्थात् अंश में वृद्धि < हर में वृद्धि यहाँ वृद्धि निश्चित क्रम में चल रही है तो सबसे बड़े अंश वाली भिन्न $\frac{11}{23}$ सबसे बड़ी भिन्न होगी।
- यदि अंश व हर में वृद्धि या कमी एक निश्चित क्रम में नहीं हो तो उनका आरोही या अवरोही क्रम ज्ञात करने के लिए उनको दशमलव भिन्न में बदल कर भी हल कर सकते हैं या सभी का लघुत्तम समापवर्तक निकालकर -

जैसे - $\frac{2}{7}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}$ **व** $\frac{2}{3}$ में आरोही क्रम होगा।

- सभी का हर समान करके अर्थात् लघुत्तम समापवर्तक निकालकर -

जैसे- $\frac{2}{7} : \frac{3}{3} : \frac{5}{7} : \frac{2}{5}$

$$\frac{40:105:100:50}{140}$$ अर्थात् $\frac{2}{7} < \frac{2}{5} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

दशमलव (DESIMAL)

दसवें, सौवे आदि के मध्य किसी अंश को बतलाने हेतु लगाए गए बिन्दु दशमलव (.) कहलाता है। जैसे 10.5

Q. राम ने नमकीन 18.75 रू. का, साबून 6 रू का, पॉलिश 12.50 रू. का की खरीदा और दुकानदार को 50 रू दिये, तो दुकानदार राम को कितने रू. लौटाएगा?

$$\begin{array}{r} 18.75 \\ 06.00 \\ +12.50 \\ \hline 37.25 \end{array}$$

(दुकानदार 50 रू. में से 37.25 रु. काटकर 12.75 रु. लौटाएगा।)

घातंकी करणी (INDICES - SURDS)

घातांक (INDICES)

जब किसी संख्या के गुणनों को संख्या के ऊपर लिख दिया जाए तो वह उस संख्या का घातांक कहलाता है।

जैसे - $x \times x \times x \times x \times x$ को x^5 यहां x आधार होगा तथा उसकी घात 5 होगी।

KOTHARI INSTITUTE

घातांक के नियम (Rule of Indices)

जब आधार वाली संख्याऐं समान हो तो

(i) $a^m \times a^n \times a^k = a^{m+n+k}$

जैसे - $2^3 \times 2^2 \times 2^4 = 2^{3+2+4}$ या 2^9

(ii) $\frac{a^m}{a^n}$ या $a^m \div a^n = a^{m-n}$

जैसे - $\frac{5^7}{5^3} = 5^{7-3}$ या 5^4

(iii) $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$

जैसे- $\left(3^3\right)^2 = 3^{3\times2}$ **या** 3^6

(**Note-** जब घातों के बीच पक्का ब्रेकिट लगा हो यानि की ब्रेकिट नीचे तक लगा हो तो उन घातों को आसपास में गुणा कर देते हैं।)

जैसे - $\left[\left(7^3\right)^2\right]^4 = 7^{3\times2\times4} = 7^{24}$

जैसे- $\left[\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right\}^{-2}\right]^{-1} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2\times-2\times-1}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

(**Note-** यदि घातों के बीच कच्चा ब्रेकिट लगा हो यानि नीचे तक नहीं लगा हो तो उस ब्रेकिट का कोई महत्व नहीं है। अत: ऐसी अवस्था में उन घातों को घतांक के अनुसार ही हल करेंगे।)

जैसे- $7^{(3)^{(2)}} = 7^{3^2} = 7^9$

- जिसकी घात शून्य हो तो उसका मान 1 होगा।

जैसे - $3^0 = 1$

- घातांक वाली संख्या को ऊपर या नीचे बदलने पर उसकी घात के जिन्ह (-, +) बदल जाते हैं।

जैसे- $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

$\frac{1}{5^{-2}} = 5^2$

करणी (SURDS)

- यदि किसी संख्या का मूल (Root)) पूरी तरह से नहीं निकाला जा सके तो उसे करणी कहते हैं।

जैसे- $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{5}$

- यदि $\sqrt[n]{a}$ एक करणी हो तो n को करणीघात एवं a को करणीघात कहते हैं।

$a\sqrt[n]{b}$ करणी में a तथा b को गुमनखण्ड है।

- प्रत्येक करणी एक अपरिमेय संख्या हो सकती है परन्तु प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक करणी नहीं हो सकती।

सजातीय करणी

- ऐसी करणीयाँ जिनकी करणी घात एवं करणीगत संख्याऐं समान हो तो वे सजातीय करणी कहलाती है।

जैसे - $3\sqrt{5}$ व $7\sqrt{5}$ सजातीय करणी है इसी प्रकार $6\sqrt[3]{5}$ व $7\sqrt[3]{5}$ सजातीय करणी है। तथा $6\sqrt{7}$ व $4\sqrt{5}$ विजातीय करणी है।

करणी के नियम (RULE OF SURDDS)

(i) $a\sqrt{x} + b\sqrt{x} + c\sqrt{x} = \sqrt{x}(a+b+c)$

जैसे- $5\sqrt{3}+4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=\sqrt{3}(5+4+2)=11\sqrt{3}$

(**Note-**सजातीय करणी वाली संख्याओं को एक दूसरे में जोड़ा या घटाया जा सकता है।)

जैसे- $5\sqrt{3}+3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

- परन्तु विजातीय करणीयों को एक दूसरे के साथ जोड़ा या घटाया नहीं जा सकता है।

जैसे- $9\sqrt[5]{3} + 4\sqrt[3]{3}$

(ii) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{c} = \sqrt{a\times b\times c}$

जैसे- $\sqrt{5}\times\sqrt{3}\times\sqrt{6} = \sqrt{5\times3\times6} = \sqrt{90}$

जैसे- $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{7}\times\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5\times7\times2} = \sqrt[3]{70}$

(**Note-** जब करणी घात समान हो तो ही उनकों एक साथ गुणा या भाग कर सकते हैं यदि करणी घात समान नहीं है तो उनको एक साथ गुणा या भाग नहीं कर सकते हैं।)

जैसे- $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[4]{7}$ (**Note-** इनको एक साथ गुणा नहीं कर सकते क्योंकि 5 की करणी घात 3 है जबकि 7 की करणी 4 है जो अलग है।)

KOTHARI INSTITUTE

(iii) $\sqrt[n]{a} = a\frac{1}{n}$

जैसे- $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$

(iv) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = 9$

■ निम्न रूट के मान -

$\sqrt{2} = 1.414 \quad \sqrt{5} = 2.236 \quad \sqrt{7} = 2.645$

$\sqrt{3} = 1.732 \quad \sqrt{6} = 2.449 \quad \sqrt{8} = 2.828$

वर्ग (SQUARE)

वर्ग 1 से 30 तक

1^2 = 1	11^2 = 121	21^2 = 256
2^2 = 4	12^2 = 144	22^2 = 289
3^2 = 9	13^2 = 169	23^2 = 324
4^2 = 16	14^2 = 196	24^2 = 576
6^2 = 25	15^2 = 225	25^2 = 625
6^2 = 36	16^2 = 256	26^2 = 676
7^2 = 49	17^2 = 289	27^2 = 729
8^2 = 64	18^2 = 324	28^2 = 784
9^2 = 81	19^2 = 361	29^2 = 841
10^2 = 100	20^2 = 400	30^2 = 900

घन (CUBE)

घन 1 से 30 तक

1^3 = 1	11^3 = 1331	21^3 = 9261
2^3 = 8	12^3 = 1728	22^3 = 10648
3^3 = 27	13^3 = 2197	23^3 = 12167
4^3 = 64	14^3 = 2744	24^3 = 13824
6^3 = 125	15^3 = 3375	25^3 = 15625
6^3 = 216	16^3 = 4096	26^3 = 17576
7^3 = 343	17^3 = 4913	27^3 = 19683
8^3 = 512	18^3 = 5832	28^3 = 21952
9^3 = 729	19^3 = 6859	29^3 = 24389
10^3 = 1000	20^3 = 8000	30^3 = 27000

पहाड़े (CHART)

पहाड़े 2 से 25 तक

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	46	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	26	49	52	65	78	91	104	117	130
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
19	38	57	76	95	114	135	152	171	190
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
21	42	63	84	105	126	147	168	189	210
22	44	66	88	110	132	154	174	198	220
23	46	69	92	115	138	161	184	207	230
24	48	72	96	120	144	168	192	216	240
25	50	75	100	125	150	175	200	225	250

अन्य (OTHER)

चिन्हों का गुणा -

− × − = +

− × + = −

+ × + = +

(**Note:** इसके विपरित चिन्हों का एक साथ गुणा करने पर (-) प्राप्त होता है। और एक समान चिन्हों का गुणा करने पर (+) प्राप्त होता है।

चिन्हों का भाग-

− ÷ − = +

+ ÷ + = +

− ÷ + = −

+ ÷ − = −

(नोट- इसमें चिन्हों का मान भाग देने पर बदलता है)

शून्य से संबंधित

■ शून्य में X का भाग देने पर 1 प्राप्त होता है।

जैसे = $\frac{0}{x}$ = 1 .... (i)

X का गुणा 1 में करने पर

जैसे - X × 1 = 0

X = 0

X का मान समीकरण 1 में रखने पर

जैसे - $\frac{0}{0} = 1$

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

वर्ग, घन तथा उसके मूल (Square, Cube and its Roots)

वर्ग (Square) - किसी भी संख्या को खुद से गुणा करने पर प्राप्त परिणाम पूर्व की संख्या का वर्ग संख्या कहलाती है।

Example - 9 का वर्ग संख्या = 9 X 9 = 81 आदि।

वर्गमूल (Square Root) - किसी भी संख्या का वर्गमूल वह संख्या होती है, जिसे वर्ग करने पर दी गई संख्या पुन: प्राप्त हो जाए।

Example- 36 का वर्गमूल = 6, $\because (6)^2 = 6 \times 6 = 36$ आदि।

किसी भी संख्या पर " $\sqrt{\ }$ " चिन्ह के रहने पर उसका वर्गमूल निकालना रहता है अर्थात् वर्गमूल को " $\sqrt{\ }$ " चिन्ह से दिखाया जाता है।

Example: 16 का वर्गमूल ज्ञात करें।

$= \sqrt{16} = \sqrt{4 \times 4} = 4$

वर्गमूल निकालने की विधि

गुणनखण्ड विधि (Multiplication Method)

Example - 144 का वर्गमूल ज्ञात करें अथवा $\sqrt{144} = ?$

Sept-I - सर्वप्रथम दी गई संख्या का अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करें।

144 ⟶ 2X2X2X2X3X3

Sept-II- अब इन गुणनखण्डों का युग्म (जोड़ा) तैयार करें।

2 X 2 X 2 X 2 X 3 X 3

Step-III- प्रत्येक युग्म में से एक-एक संख्या लेकर आपस में गुणा करें।

= 2 X 2 X 3 = 12

Step-IV प्राप्त परिणाम ही दी गई संख्या का वर्गमूल होगा।

$\therefore \sqrt{144} = 12$

(नोट-किसी भी संख्या का वर्गमूल धनात्मक तथा ऋणात्मक दोनों संख्या होती है।)

$\sqrt{144} = \pm 12$ अर्थात् 144 वर्गमूल + 12 और - 12 दोनों होगा।

भाग विधि (Division Method)-

Example - $\sqrt{21456} = ?$

Sept-1 सर्वप्रथम जिस संख्या का वर्गमूल निकालना रहे उसे भाजक के रूप में रखकर दाएँ से बाएँ की ओर युग्म (जोड़ा) बनावें।

)2 $\overline{14}$ $\overline{56}$(

(नोट- अगर कोई संख्या बच जाए (युग्म पूरा न करे) तो उसे अकेला ही छोड़ दें।)

Step II- अब क्रमश: बाएं से (अगर अंक बचे तो अकेले के साथ या युग्म रहने पर युग्म के साथ) वैसे अंक से भाग की क्रिया करें जिस अंक को खुद से गुणा करने पर संख्या (युग्म या अकेली) के बराबर या थोड़ा कम मान प्राप्त हो।

1	2 $\overline{14}$ $\overline{56}$	1
1	-1	
2	1	

Step-III अब उस संख्या को भाजक और उसके ठीक नीचे लिख कर जोड़ लें। संख्या को भागफल के स्थान पर भी लिखें और गुणनफल को जिसमें भाग दिया जाना हो उसके नीचे लिख कर घटा लें।

1	2 $\overline{14}$ $\overline{56}$	1
1	-1	
2	1	

Step-IV अब अगली संख्या युग्म को शेषफल पर उतार लें तथा पूर्व के भाजक के योग पर ऐसी संख्या रखें, जिससे Step - I की क्रिया संपन्न हो।

Step-V अब Step - II और III की क्रिया का दोहराव तब तक करें। जब तक की सभी अंक समाप्त ना हो जाएं।

1	2 $\overline{14}$ $\overline{56}$	146
+1	-1	
24	1 14	
4	96	
286	1856	
6	1716	
292	140	

Step-VI अगर ऊपर का पाँच Step समाप्त हो जाने के बाद भी शेष "0" ना बचे तो भागफल में दशमलव डाल दें और बदलें में 0 का युग्म (दो zero) स्वत: शेष पर आता जाएगा। पूर्व की क्रिया सम्पादित करें।

1	2 $\overline{14}$ $\overline{56}$	146.47
+1	-1	
24	1 14	
4	- 96	
286	1856	
+6	1716	
2924	14000	
+4	-11696	
29287	230400	
+7	205009	
29294	25391	

KOTHARI INSTITUTE

Step-VII प्राप्त भागफल ही दी गई संख्या का वर्गमूल होगा।

अर्थात् $\sqrt{21456} = \pm\ 146.47$

(नोट अगर संख्या दशमलव में रहे, (जिसका वर्गमूल ज्ञात करना हो) तो दशमलव के पूर्व के अंक को दाएँ से बाएँ जोड़ा लगावें और दशमलव के बाद के अंक को बाएं से दाएँ जोड़ा लगावें।)

Example- $4\overline{85}\,.\,\overline{76}\,.\,\overline{35}\;\;2$

(नोट- अगर दशमलव के बाद का अंक जोड़ा लगने से बच जाए तो उस पर "0" (शून्य) डालकर जोड़ा पूरा कर लें।)

Example- $4\overline{85}\,.\,\overline{76}\,.\,\overline{35}\;\;20$

अब भाग विधि की सहायता से हल करें। दशमलव की संख्या में दशमलव के पार प्रवेश करते ही भागफल में दशमलव डाल दें।

घन (Cube Number)

- किसी संख्या को आपस में तीन बार गुणा करने पर प्राप्त संख्या ही दी गई संख्या का घन है।

  Example - 3 का घन = 3 X 3 X 3 = 27

घनमूल (Cube Root)

- किसी भी संख्या का घनमूल वह संख्या होती है, जिसका घन करने पर दी गई संख्या प्राप्त हो जाए।

  Example - 64 का घनमूल = 4

  $(4)^3$ = 4 X 4 X 4 = 64

घनमूल ज्ञात करने की विधि

- गुणनखण्ड विधि (Multiplication Method)- सर्व प्रथम संख्याओं का अभाज्य गुणनखण्ड निकाल कर तीन-तीन का समूह बनाया जाता है। पुन: प्रत्येक जोड़े में से एक-एक का चयन कर आपस में गुणा किया जाता है। प्राप्त परिणाम ही दी गई संख्या का घनमूल होता है।

  Example- 1728 का घनमूल बतावें।

  1728 → $\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

  ∴ 1728 का घनमूल = 2 X 2 X 3 = 12

  घनमूल को "$\sqrt[3]{\ }$ "चिन्ह से सूचित किया जाता है।

  अर्थात् 1728 का घनमूल को $\sqrt[3]{1728}$ लिखा जाता है।

  नोट-इसी तरह से $\sqrt[4]{\ }$, $\sqrt[5]{\ }$, $\sqrt[6]{\ }$,.......... ज्ञात किया जा सकता है।

  Example- $\sqrt[4]{16}$ में 16 → $\underline{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$

  $\sqrt[4]{\ }$ में 4 में 1, $\sqrt[5]{\ }$ में 1, ... संख्या का चयन करें।

SOME IMPORTANT POINTS

- किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक 2, 3, 7 या 8 नहीं हो सकता है।
- यदि किसी भी संख्या के अन्त में "0" (zero) की संख्या विषय हो तो उसका परिपूर्ण वर्ग ज्ञात नहीं किया जा सकता है।
- प्रत्येक सम परिपूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल सम तथा किसी भी विषम परिपूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल विषम होता है।
- किसी भी धनात्मक (+ve) अथवा ऋणात्मक (-ve) एवं ऋणात्मक संख्या घन ऋणात्मक (-ve) होता है।
- किसी भी संख्या का घन करने पर उसका इकाई अंक 0 से 9 तक कोई भी संख्या आ सकती है।
- किसी भी संख्या का वर्ग करने पर उसका इकाई अंक 0, 1, 4, 5, 6 या 9 में से ही कोई आएगा।
- सम धन पूर्णांकों का घनमूल सम और विषम धनपूर्णांकों का घनमूल विषम होता है।
- यदि संख्या $\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} \times ....$ के रूप में रहे तो उसे एक साथ इस प्रकार लिखें - $\sqrt{a \times b \times c \times ....}$
- अगर संख्या $\sqrt{\frac{p}{q}}$ के रूप में रहे तो- $\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ लिख सकते है-
- अगर संख्या $\sqrt{a\frac{b}{c}}$ के रूप में रहे तो सर्वप्रथम इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लाकर पूर्व step की तरह हल करें।
- यदि संख्या $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ के रूप में रहे तो - $\sqrt[3]{a \times b}$ लिखें।
- अगर संख्या $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ के रूप में रहे तो- $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ लिखें।
- ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल या घनमूल वास्तविक संख्या नहीं होती है।

Some USEFUL DATA

$\sqrt{2} = 1.414$	$\sqrt{12} = 3.464$
$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{13} = 3.605$
$\sqrt{4} = 2.000$	$\sqrt{14} = 3.741$
$\sqrt{5} = 2.236$	$\sqrt{15} = 3.872$
$\sqrt{6} = 2.449$	$\sqrt{16} = 4.000$
$\sqrt{7} = 2.645$	$\sqrt{17} = 4.123$
$\sqrt{8} = 2.828$	$\sqrt{18} = 4.242$
$\sqrt{9} = 3.000$	$\sqrt{19} = 4.358$
$\sqrt{10} = 3.162$	$\sqrt{20} = 4.472$
$\sqrt{11} = 3.316$	

KOTHARI INSTITUTE

Some Important TRICKS

Trick (1)- अगर किसी संख्या के अंकों की संख्या n हो, तो उसके वर्गमूल के अंकों की संख्या $= \frac{n+1}{2}$ (जब n विषम हो), $\frac{n}{2}$ (जब n सम हो)

Example- 14 अंकीय किसी संख्या के वर्गमूल के अंकों की संख्या क्या होगी?

Trick Sol": वर्गमूल के अंकों की संख्या $= \frac{14}{2} = 7$

[$\because$ 14 सम है]

Trick (1)- यदि क्रमशः संख्या

$(\sqrt{a} - \sqrt{b}), (\sqrt{c} - \sqrt{d}), (\sqrt{e} - \sqrt{f}), ...$ रहे तो,

(i) महत्तम मान $= (\sqrt{e} - \sqrt{f})$

(ii) न्यूनतम मान $= (\sqrt{a} - \sqrt{b})$

Exam- $(\sqrt{14} - \sqrt{12}), (\sqrt{10} - \sqrt{8}), (\sqrt{6} - \sqrt{4})$

में से कौनसा पद न्यूनतम है।

अर्थात् इसमें महत्तम (14 और 12) pair है।

EXERCISE

1. $\sqrt{176} + \sqrt{2401}$ बराबर है -

(a) 12 **(b) 15** **(c) 14** **(d) 10**

2. यदि $\sqrt{35} = 5.916$, एक दशमलव अंक तक $\frac{7}{5}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए -

(a) 1.2 **(b) 1.1** **(c) 1.3** **(d) 1.4**

3. यदि एक अनंत श्रेणी $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+......}}}}$ हो, तो X का मान क्या होगा?

(a) 2.5 **(b) 3** **(c)** $\sqrt{6}$ **(d) 6**

4. यदि $\sqrt{1+\frac{x}{144}} = \frac{13}{12}$ तो x का मान बराबर है-

(a) 12 **(b) 13** **(c) 25** **(d) 11**

5. $\frac{\sqrt{625}}{5} \text{ x } \frac{\sqrt{144}}{3} \text{ x } 0.07 = ?$

(a) 14 **(b) 0.140** **(c) 1.40** **(d) 140**

6. $\frac{\sqrt{4}}{3} \text{ x } \frac{\sqrt{3}}{3} = ?$

(a) $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ (b) 1 (c) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ (d) $\frac{4\sqrt{3}}{6}$

7. 1166400 के वर्गमूल के अंकों की संख्या होगी?

(a) 5 **(b) 3** **(c) 6** **(d) 4**

8. यदि $a = \sqrt{8} - \sqrt{7}$, $b = \sqrt{6} - \sqrt{6}$, $c = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ हो तो निम्नलिखित में से कौनसा विकल्प सही है?

(a) a>b>c **(b) a<b<c**

(c) b<a<c **(d) a<c<b**

9. $(5 - 2\sqrt{6})$ का वर्गमूल है-

(a) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{6}$ (d) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

10. $(17.52)^2 - \sqrt{256} = ?$

(a) 280,9505 **(b) 290.5904**

(b) 290.9504 **(d) 280.5904**

11. $1965 \div \sqrt{17161} \div 3 = ?$

(a) 15 **(b) 9** **(c) 12** **(d) 5**

12. $\sqrt{4225} - \sqrt{1225} + 6 = \sqrt{?}$

(a) 1156 **(b) 1444** **(c) 1296** **(d) 1600**

13. 920 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए कौनसी न्यूनतम संख्या उसमें जोड़ी जानी चाहिए?

(a) 41 **(b) 31** **(c) 39** **(d) 49**

14. $\sqrt{5646} - \sqrt{3982} - 39 = ?$

(a) 41 **(b) 31** **(c) 39** **(d) 49**

15. पूर्ण वर्ग के रूप में प्रकट करने पर (4+ $\sqrt{7}$) बराबर है-

(a) $(2+\sqrt{7})^2$ (b) $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}+\frac{1}{2}\right)^2$

(c) $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{7}+1)\right\}^2$ (d) $(\sqrt{3}+\sqrt{4})^2$

ANSWERS

1. (B)	2. (B)	3. (B)	4. (C)	5. (C)
6. (C)	7. (D)	8. (B)	9. (B)	10. (C)
11. (D)	12. (C)	13. (A)	14. (D)	15. (C)

KOTHARI INSTITUTE

संख्या पद्धति (Number system)

संख्या (Number)

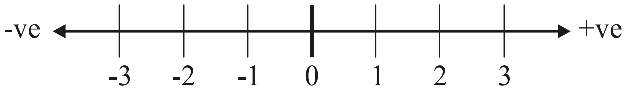
इकाई अथवा इकाइयों के मेल को संख्या कहते हैं। अथवा कोई भी इका जितनी बार ली जाती हैं, वह उतने अंकों की एक संख्या निर्मित करती है। कोई भी संख्या दस अंकों की सहायता से लिखी जाती है, जो इस प्रकार हैं-

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 और 9

Example: 2245, 402, 70, 8 आदि।

Note- ऋणात्मक संख्या को अंकित करने के लिए -ve चिन्ह का प्रयोग किया जाता है, पर ये संख्याएँ भी इन्हीं दस अंकों से निर्मित होती हैं।

संख्या रेखा (Number Line)- शून्य सहित तमाम धनात्मक और ऋ+णात्मक संख्या को दर्शाने के लिए जिस रेखा को प्रयोग में लाया जाता है, उसे संख्या रेखा कहते हैं।



Notable Points

(i) संख्या रेखा के मध्य में "0" (शून्य) रहता है।

(ii) संख्या रेखा के मध्य से दाएँ बढ़ने पर धनात्मक (+ve) संख्या प्राप्त होती है।

(iii) संख्या रेखा के मध्य से बाएँ बढ़ने पर ऋणात्मक (-ve) संख्या प्राप्त होती है।

(iv) संख्या रेखा पर दो लगातार संख्याओं के बीच की दूरी समान रहती है।

संख्याओं के प्रकार (Type of Numbers)

1. प्राकृत संख्या (Natural Numbers)- जिन संख्याओं की सहायता से वस्तुओं की गिनती की जाती है वे प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं।

Example: 1 से ∞ (अनंत) तक की सभी संख्याएँ प्राकृत संख्या हैं।

A. सम-संख्या (Even Number)- जो संख्या दो से पूर्णतया विभाज्य हो, [अर्थात् शेषफल शून्य बचे और भागफल का मान दशमलव में नहीं आए।] सम-संख्या कहलाती है।

Example : 2, 12, 114, 908 आदि।

Note- जब किसी सम संख्या के साथ -ve चिन्ह लगा रहे तो भी वह सम संख्या ही रहेगी। जो ऋणात्मक सम संख्या पढ़ी जाएगी।

* शून्य (Zero) एक सम संख्या हैं, क्योंकि यह 2 से विभाज्य है।

B. विषम संख्या (Odd Number)- जो संख्याएँ दो से पूर्णतया विभाज्य ना हो, [अर्थात् शेषफल शून्य नहीं बचे अथवा भागफल दशमलव में आए।] विषम संख्या कहलाती है।

Example : 3, 13, 313, 919 आदि।

Note - जब किसी विषम संख्या के साथ -ve चिन्ह लगा रहे तो भी वह विषम संख्या ही रहेगी जो कि ऋणात्मक विषम संख्या पढ़ी जाएगी।

2. पूर्ण संख्या (Whole Number)- जब प्राकृत संख्या के परिवार में "0" (शून्य) भी सम्मिलित हो जाता है तो यह परिवार पूर्ण संख्या का परिवार कहलाता है।

Example : 0, 1, 2, 3 ... (सभी संख्याएँ पूर्ण संख्या हैं)

3. पूर्णांक संख्या (Integer Number)- "0" (शून्य) सहित ताम धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्याएँ पूर्णांक संख्या कहलाती हैं।

Example : -5, -9, 0, 2, 4, ... (सभी पूर्णांक संख्याएँ हैं)

4. परिमेय संख्या (Rational Number)- वैसी संख्याएँ जिन्हें $\frac{P}{q}$ के रूप में दर्शाया जा सकता है परिमेय संख्या कहलाती हैं। जहाँ $q \neq 0$

Example : $\frac{2}{3}, \frac{-1}{2}, 4\frac{1}{5}, 4\sqrt{9}$ आदि।

Note- परिमेय संख्या को दशमलव में परिणत करने पर वह या तो पूर्णतया विभाज्य हो जाती है या दशमलव में एक स्थिर मान देती है अथवा रेकरिंग में परिणत हो जाती है।

Example : $\frac{1}{4} = 0.25, \frac{1}{3} = 0.33$ ....

अर्थात् 0.3 $\sqrt{4} = 2$

* 3 का अर्थ होता है $\frac{3}{1}$ जो कि $\frac{p}{q}$ के रूप में है, और $q \neq 0$

5. अपरिमेय संख्या (Irrational Number)- वैसी संख्याएँ जिन्हें $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है **अथवा** $q = 0$ **अथवा** वैसी वर्ग संख्या जिसका पूर्णतया वर्गमूल निकालना संभव नहीं हो, अपरिमेय संख्या कहलाती है।

Example : $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$ .... आदि।

Note- अपरिमेय संख्या को दशमलव में परिणत करने पर वह ना ही शांत दशमलव के रूप में आती है और ना ही रेकरिंग के रूप में परिणत होती है।

KOTHARI INSTITUTE

Example : $\sqrt{3} = 1.73205$ ...., $\sqrt{5} = 2.236067$ ..,

$\pi = \frac{22}{7}$ (ये मान सन्निकट हैं वास्तविक नहीं है)

अतः π अपरिमेय संख्या है।

कुछ महत्वपूर्ण परिमेय- अपरिमेय संख्या के TYPE का विभाजन

A. $2 = \frac{2}{1}, -3 = \frac{-3}{1}, 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}, -\left[2\frac{1}{2}\right] = \frac{-5}{2}, \frac{-3}{4}$ आदि परमेय संख्या के प्रकार हैं।

B. $\sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}, \sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}, 0 = \frac{0}{1}$ आदि परिमेय संख्या के प्रकार हैं।

C. $\sqrt{7} = 2.6457$ ...., $\sqrt{10} = 3.162277$ ...., आदि अपरिमेय संख्या का TYPE है।

D. $\pi = \frac{22}{7}$ (सन्निकट है वास्तविक नहीं), $\frac{0}{0}$ में $\frac{4}{0}$ में $q = 0$ आदि अपरिमेय संख्या का TYPE है।

6. वास्तविक संख्या (Real Number)- परिमेय और अपरिमेय दोनों ही प्रकार की संख्याएँ वास्तविक संख्या कहलाती हैं।

Example : $2, \frac{-1}{2}, 2\frac{1}{2}, \pi, 0, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ .... आदि।

7. क्रमागत संख्या (Consecutive Number)- वैसी दो संख्याएँ जिनके बीच का अन्तर 1 हो, क्रमागत संख्या कहलाती हैं।

Example: 15, 16 में 16- 15 = 1, 8, 9, 10 तीन क्रमागत संख्या हैं, आदि।

Note- ऋणात्मक संख्या के लिए भी इसी प्रकार प्रयोग करें।

Example : -4, -5 में, -4 - (-5) = -4 + 5 = 1 आदि।

8. यौगिक या भाज्य संख्या (Composite Number)- वैसी संख्या जिसमें 1 और स्वयं (अर्थात अभीष्ट संख्या) को छोड़ करर किसी अन्य संख्या से भी पूरा-पूरा भाग लग जाए, यौगिक या भाज्य संख्या कहलाती है।

Example : 4, 14, 169, 144, ... आदि।

9. रूढ़ संख्या या प्राथमिक संख्या या अभाज्य संख्या (Prime Number)- एक से बड़ी वे तमाम् संख्याएँ जिसमें एक और स्वयं (अर्थात अभीष्ट संख्या) को छोड़कर अन्य किसी संख्या से पूरा-पूरा भाग ना लगे। रूढ़ या प्राथमिक या अभाज्य संख्या कहलाती हैं।

Example : 2, 3, 5, 7, 11, ... आदि।

Noteable Points

(i) एक ना ही भाज्य संख्या है और ना ही अभाज्य संख्या।
(ii) 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।
(iii) 2 ऐसी अकेली सम संख्या है जो अभाज्य भी है।
(iv) 3 सबसे छोटी विषम अभाज्य संख्या है।

10. सह-अभाज्य संख्या (Co-Prime Number)- वैसी संख्याओं का युग्म जिनका महत्तम समापवर्त्तक (H.C.F.) 1 हो, सह-अभाज्य संख्या कहलाती है।

Example : 7,9 , 6,13 , ... आदि।

11. द्विअन्तरीय प्राथमिक संख्या या जुड़वा अभाज्य संख्या (Twin Prime Number)- वैसे अभाज्य संख्याओं का युग्म जिनके बीच का अन्तर "2" हो, जुड़वाँ अभाज्य संख्या या द्विअन्तरीय प्राथमिक संख्या कहलाती है।

Example : (3, 5), (5, 7), (17, 19), ... आदि।

12. काल्पनिक संख्या या अवास्तविक संख्या (Imaginary Number)-

किसी ऋणात्मक (-ve) संख्या पर घात (Power) $\frac{1}{n}$ के रूप में रहे तो वैसी संख्या काल्पनिक संख्या कहलाती है।

13. रामानुजन संख्या (Ramanujan Number)- "1729" एक ऐसी लघुत्तम संख्या है जिसे दो अलग-अलग धनात्मक संख्या के घन के योग के रूप में लिखा जा सकता है। "1729" को ही रामानुजन संख्या कहा जाता है।

1729 → $(10)^2 + (9)^2 = 1000 + 279 = 1729$

1729 → $(12)^2 + (1)^2 = 1728 + 1 = 1729$

* **निरपेक्ष या संख्यात्मक मान** (Absolute Value)- किसी भी संख्या का निरपेक्ष मान हमेशा धनात्मक होता है। इसे "| |" चिन्ह के द्वारा दर्शाया जाता है।

Example : $|-4| = 4, |0.5| = 5. |-1\frac{1}{2}| = 1\frac{1}{2}$ आदि।

अथवा

"| |" चिन्ह से बाहर आने पर कोई भी संख्या (चाहे वह +ve हो अथवा -ve) धनात्मक रूप में ही आती है।

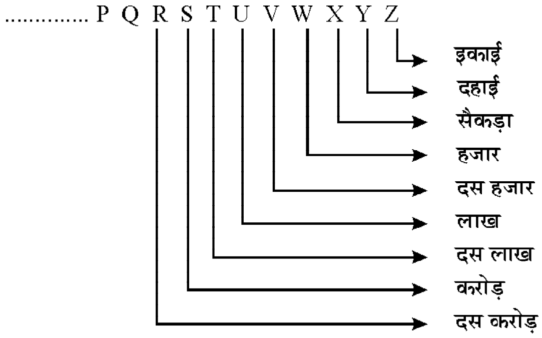
* **जातीय मान या नैज मान या अंकित मान** (Instrinsic Value)- अंकित मान किसी संख्या के खुद के मान को बताता है।

Example : 89067 में 9 का अंकित मान 9 ही होगा।

* **स्थानीय मान या स्थानिक मान** (Place Value or Local Value)- किसी भी संख्या में किसी अंक का स्थानीय मान ज्ञात करने के लिए दाएँ से बाएँ की ओर उस संख्या के स्थान की गिनती करते हैं। फिर उसके स्थानीय मान का निर्धारण किया जाता है।

KOTHARI INSTITUTE

स्थानीय मान का निर्धारण (Dfnotation Of Local Value)



इसी प्रकार से आगे बढ़ा जाता है।

अगर संख्या इका के स्थान पर रहे तो,

उसका स्थानीय मान = संख्या x 1

संख्या के दहाई के स्थान पर रहने पर उसका स्थानीय मान = सं. × 10

संख्या के सैकड़ा के स्थान पर रहने पर उसका स्थानीय मान = सं. × 100

इस तरह से यह देखा जाता है कि संख्या जिस स्थान पर रहती है संख्या पर उस स्थान की संख्या से एक कम शून्य (Zero) डाल देने पर संख्या का स्थानीय मान प्राप्त होता है।

Example : 246835 में 6 का स्थानीय मान ज्ञात करना-

∵ 6, हजार के स्थान पर है,

∴ 6 का स्थानीय मान = 6 x 1000 = 6000

अथवा, 6 चौथे स्थान पर (दाएँ से बाएँ) है। अतः 6 का स्थानीय मान ज्ञात करने के लिए स्थान की संख्या (4) से 6 पर एक कम शून्य (zero) डाल दें, अर्थात 6 पर 3 zero

अर्थात्, 6 का स्थानीय मान = 6000

Second Method- जिस संख्या का स्थानीय मान ज्ञात करना हो, उस पर उसके दाएँ जितना अंक रहे उतना शून्य (Zero) डाल दें।

Example : 121460 में 2 का स्थानीय मान ज्ञात करना-

∵ 121460 में 2 से दाएँ कुल 4 अंक हैं

∴ 121460 में 2 का स्थानीय मान = 20000

* **दशमलव की स्थिति में स्थानीय मान ज्ञात करना (Knowing the Place value in Decimal Number)-** दशमलव की स्थिति में जिस अंक का स्थानीय मान ज्ञात करना हो, उस संख्या को लिख लें और संख्या के पहले (बाएँ) दशमलव तक जितना अंक है, उतना शून्य (zero) अंक के बाएँ लिखकर दशमलव डाल दें।

Example: 6.4875 में 2 का स्थानीय मान ज्ञात करना-

∵ 2 के पूर्व दशमलव तक कुल दो अंक हैं

∴ 2 का स्थानीय मान = 0.002

[2 के पूर्व के अंकों की संख्या के बराबर zero डाल कर दशमलव देने पर]

Note- दशमलव के पूर्व या पूरी दशमलव भिन्न तैयार होने के बाद उस पर zero डालने से मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

Example : 264 = 0.264 = 0.26400 = ... आदि

Some Important POINTS

* जितने अंकों की बड़ी-से-बड़ी संख्या लिखनी हो, उतने ही 9 लिख लें।
* जितने अंकों की छोटी-से-छोटी संख्या लिखनी हो, 1 पर उस संख्या से एक कम शून्य (zero) डाल दें।

जोड़ (Addition)

दो या दो से अधिक संख्या को मिलाकर एक संख्या का निर्माण करने की प्रक्रिया ही जोड़ कहलाती है। इसे "+" चिन्ह से निरूपित किया जाता है।

Example: 11 + 14 = 25

यहाँ 11 और 14 को मिलाने से बनी संख्या 25 है।

अतः 11 और 14 को जोड़ (योगफल) 25 है।

* **जोड़ की एकल कॉलम विधि-**

Example : 54 + 57 + 62 + 84 = ?

प्रत्येक इकाई को जोड़ कर उसका इकाई लिखें।

4 + 7 + 2 + 4 = 17 का इकाई = 7

प्रत्येक दहाई को जोड़कर पिछली दहाई के अंक को भी जोड़ कर लिखें।

5 + 5 + 6 + 8 = 24 + 1 = 25

पिछली दहाई

∴ अभीष्ट संख्या = 257

* **जोड़ की द्विकॉलम विधि-** इस विधि में संख्या के इकाई को एक साथ, फिर दहाई को एक साथ, फिर सैकड़ा को एक साथ.... जोड़ कर लिखा जाता है।

Example : 4489 + 7825 + 4254

	4	4	8	9
+	7	8	2	5
+	4	2	5	4
	15	14	15	18
	16	5	6	8

घटाव (Substraction)

पहली संख्या, दूसरी संख्या से कितनी बड़ी हैं, ज्ञात करने की प्रक्रिया को ही घटाव कहते हैं। इसे "-" चिन्ह से निरूपित किया जाता है।

KOTHARI INSTITUTE

* दो सम अथवा दो विषम-संख्या का योग अथवा अंतर हमेशा एक सम-संख्या होती है।
* एक सम एवं एक विषम-संख्या का योग अथवा अंतर हमेशा एक विषम संख्या होती है।

Some Important FORMULAE

1. 1 से n तक की संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$
2. 1 से n तक की संखयाओं के वर्गों का योग

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3. 1 से n तक की संख्याओं के घनों का योग $= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$
4. 1 से n तक की सम-संख्याओं का योग $= \frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}+1\right)$
5. 1 से n तक की विषम-संख्याओं का योग $= \left(\frac{n+1}{2}\right)^2$
6. प्रथम n सम-संख्याओं का योग $= n(n+1)$
7. प्रथम n विषम-संख्याओं का योग $= n^2$
8. nवीं सम-संख्या $= 2 \times n$
9. nवीं विषम-संख्या $= (2n - 1)$
10. x के n गुणजों का योग $= \frac{xn(x+1)}{2}$

गुणा (Multiplication)

$a \times b$ की क्रिया का अर्थ है, a को b बार जोड़ने पर प्राप्त परिणाम या b को a बार जोड़ने पर प्राप्त परिणाम।

* गुणा को '×' चिन्ह या '.' चिन्ह से सूचित किया जाता है।

भाग (Division)

दो संख्याओं का विभाजन अर्थात् एक संख्या दूसरी की कितनी गुणी है ज्ञात करने की प्रक्रिया भाग है।

भाज्य (Divident)-जिसमें भाग दिया जाता है,भाज्य है।

भाजक (Divisor)-जिससे भाग दिया जाता है,भाजक है।

भागफल (Quotient)- भाग देने पर प्राप्त परिणाम भागफल है।

शेषफल (Remainder)- भाग क्रिया संपन्न होने के बाद जो बच जाता है, शेषफल कहलाता है।

भाज्य = (भाजक × भागफल) + शेषफल

Example: भाजक ← 14 1457 104 →
भागफल शेषफले

-14
005
-0
57
-56
01 → शेषफल

विभाज्यता का नियम
(RULE OF DIVISIBILITY)

- **2 से विभाज्यता का नियम-** प्रत्येक सम संख्या 2 से पूर्णतया विभाज्य है। अथवा, वैसी संख्या जिनके इकाई के स्थान पर 0, 2, 4, 6, 8, में से कोई भी अंक रहे, वह संख्या दो से पूर्णतया विभाज्य होती है।

Example- 1357 4, 20307 8, ...

- **3 से विभाज्यता का नियम-** यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य हो तो संख्या भी 3 से विभाज्य होती है।

Example- 714372 में 7 + 1 + 4 + 3 + 7 + 2 = 24 → 3 से विभाज्य है।

$\therefore$ 714372 भी 3 से विभाज्य होगी।

Note- यदि संख्या के अंकों को जोड़ने पर भी बड़ी संख्या ही आती हो तो प्राप्त योगफल के अंकों को पुनः जोड़ लें। फिर उसमें 3 से भाग दें।

Example- 49877898998829 में 4 + 9 + 8 + 7 + 7 + 8 + 9 + 8 + 9 + 9 + 8 + 8 + 2 + 9 = 105 → 1 + 0 + 5 = 1 + 5 = 6 →

$\because$ 6, 3 से पूर्णतया विभाज्य है, अतः 49877898998829 भी 3 से पूर्णतया विभाज्य है।

- **4 से विभाज्यता का नियम-** यदि किसी संख्या का अंतिम दो अंक (इकाई और दहाई) के मिलने से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो अथवा अंतिम दो अंक (इकाई और दहाई) शून्य (Zero) हो, तो वह संख्या 4 से विभाज्य होगी।

Example- 987742 00 → $\because$ अंतिम 2 अंक शून्य (Zero) है अतः पूरी संख्या 4 से विभाज्य है।

984442 72 में 72, 4 से विभाज्य है। अतः पूरी संख्या 4 से विभाज्य होगी।

- **5 से विभाज्यता का नियम-** जिस संख्या का इकाई अंक "0" या 5 हो, वह संख्या 5 से पूर्णतया विभाज्य होगी।

Example- 105, 210, 55, 72525, ...

- **6 से विभाज्यता का नियम-** अगर कोई संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्यता के नियम का पालन करती हो, तो संख्या 6 से विभाज्य होगी।

Example- 14727652 2 – इकाई अंक 2 है, अतः पूरी संख्या 2 से विभाज्य है।

1 + 4 + 7 + 2 + 7 + 6 + 5 + 2 + 2 = 36 → 3 + 6 = 9 → 3 से विभाज्य है। अतः यह संख्या 3 से भी विभाज्य होगी।

∴ 147276522 → 6 से पूर्णतया विभाज्य है।

- **7 से विभाज्यता का नियम-** 6 अंकों की पुनरावृत्ति से बनी संख्या 7 से विभाज्य होती है।

Example- 222222, 666666, ...

- **8 से विभाज्यता का नियम-** किसी भी संख्या का अंतिम तीन अंक (इकाई, दहाई और सैकड़ा) के मिलने से बनी संख्या यदि 8 से विभाज्य हो, अथवा अंतिम तीन अंक शून्य (Zero) हो, तो वह संख्या 8 से पूर्णतया विभाज्य होती है।

Example- 49784 में 784, 8 से विभाज्य हैं, अतः पूरी संख्या (49784) 8 से विभाज्य होगी।

954970000 में अंतिम तीन अंक शून्य (Zero) है अतः पूरी संख्या (954970000) 8 से विभाज्य होगी।

- **9 से विभाज्यता का नियम-** यदि संख्या के अंकों का योग 9 से पूर्णतया विभाज्य हो, तो पूरी संख्या 9 से विभाज्य होगी।

Example- 56473416 में 5 + 6 + 4 + 7 + 3 + 4 + 1 + 6 = 36

∵ 36 9 से पूर्णतया विभाज्य है अतः पूरी संख्या (56473416) 9 से विभाज्य होगी।

- **10 से विभाज्यता का नियम-** यदि संख्या के काई के स्थान पर शून्य (Zero) रहे, तो पूरी संख्या 10 से पूर्णतया विभाज्य होगी।

Example- 1410 में इकाई अंक "0" है। अतः संख्या 10 से विभाज्य है।

111000 में इकाई अंक "0" है। संख्या 10 से विभाज्य है।

- **11 से विभाज्यता का नियम-** संख्या के सम स्थानों के अंकों का योग और विषम स्थानों के अंकों का योग ज्ञात कर लें। अगर इन योगों का अन्तर "0" अथवा "11" से विभाज्य संख्या आ तो वह पूरी संख्या 11 से विभाज्य होगी।

Example-|2 |1 | में विषम स्थान के अंकों की योग = 1 + 1 + 1 = 3

सम स्थान के अंकों का योग = 2 + 1 = 3

दोनों का अन्तर = 3 - 3 = 0 है। अतः पूरी संख्या 11 से विभाज्य होगी।

- **12 से विभाज्यता का नियम-** जो संख्या 3 और 4 दोनों के विभाज्यता के नियम का पालन करती हो, वह संख्या 12 से भी विभाज्य होगी।

Example- 14100, 24144, ...

Some Important POINTS

- किसी एक अंक के दुहराव से 6 अंकों की बनी संख्या हमेशा 3, 7, 11 और 13 से पूर्णतया विभाज्य होती है।

Example- 777777 → ऐसी संख्या 3, 7, 11 और 13 से पूर्णतया विभाज्य होगी।

- **यदि Zero** (शून्य) को दो अंकों से बनी दो समान संख्याओं के बीच रख दिया जाए, तो वह संख्या 1001 से पूर्णतया विभाज्य होती है।

Example- 24024, 29029, ...

Some Important TRICKS

TRICK-1 : n अंकों की कुल संख्या = n अंकों की बड़ी संख्या- (n - 1) अंकों की बड़ी संख्या

Example- संख्या श्रेणी में 7 अंकों की कितनी संख्याएँ हैं?

Tricky Sol : 7 अंकों की कुल संख्या
= 7 अंकों वाली बड़ी संख्या -6 अंकों वाली बड़ी संख्या
= 9999999 - 999999 = 9000000

TRICK-2 : n अंकों की बड़ी संख्या तथा (n + 1) अंकों की छोटी संख्या के बीच का अन्तर हमेशा 1 होता है।

Example- 5 अंकों की छोटी एवं 4 अंकों की बड़ी संख्या के बीच अंतर क्या होगा?

Tricky Sol : 5 अंकों की छोटी संख्या = 1000000
4 अंकों की बड़ी संख्या = 9999
∴ इसका अंतर = 10000 - 9999 = 1
अभीष्ट अंतर = 1

Addition- Substraction Based

TRICK-(3) : अगर किसी संख्या को n बार जोड़ना हो, तो परिणाम संख्या n

Example- 335 + 335 + 335 + 335 = ?

Tricky Sol : अभीष्ट परिणाम = 335 × 4 = 1340

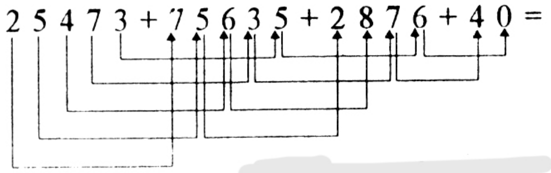
TRICK-(4) : यदि संख्या का अंतिम 3 अंक समान रहे तो-

Example - 4123 + 44123 + 123 = ?

Tricky Sol : 4 123 + 44 123 + 123
= (4 + 44) × 1000 + 3 × 123 = 48000 + 369 = 48369

TRICK-(5) : यदि संख्या इस प्रकार रहे कि-

2 5 4 7 3 + 7 5 6 3 5 + 2 8 7 6 + 4 0 = ?



0 + 6 + 5 + 3	= 1(4)	= (4)
4 + 7 + 3 + 7	= 21 + 1	= 2(2) = (2)
8 + 6 + 4	= 18 + 2	= 2(0) = (0)
2 + 5 + 5	= 12 + 2	= 1(4) = (4)
7 + 2	= 9 + 1	= 10 = (10)

∴ परिणाम = 104024

KOTHARI INSTITUTE

Trick-(6) : यदि संख्या का अंतिम n अंक समान हो, तो-

Example - 48425 + 68425 + 78425 + 58425

(4 + 6 + 7 + 5) × 10000 + 4 × 8425

= 220000 + 33700 = 253700

Multiplication Based

TRICK- (7): अगर किसी संख्या को 5 से गुणा करना रहे तो संख्या पर एक zero डालकर उसमें 2 से भाग दे दें।

Example- 767 × 5 = ?

Tricky Sol : अभीष्ट हल = $\frac{7670}{2}$ = 3835

TRICK-(8) : अगर किसी संख्या को 25 से गुणा करना रहे तो संख्या पर दो zero डालकर उसमें 4 से भाग दे दें।

Example- 5776 × 25 = ?

Tricky Sol : अभीष्ट हल = $\frac{577600}{4}$ = 144400

TRICKY-9: अगर किसी संख्या को 125 से गुणा करना रहे तो संख्या पर तीन zero डालकर उसमें 8 से भाग दे दें।

Example- 1735 × 125 = ?

Tricky Sol: अभीष्ट हल = $\frac{1735000}{8}$ = 216875

TRICK-10- अगर किसी संख्या को 9 के दुहराव वाले अंक से गुणा करना हो, तो संख्या के ऊपर उतना ही zero डाल दें, जितना 9 है और उसमें से संख्या को घटा दें।

Example : 48725 × 9999

= 487250000

 - 48725

487201275

TRICK-11: अगर किसी संख्या के अन्त में "0" की महत्ता रहे तो-

Example- 44000 × 502000 = ?

(44 x 502) पर 6 zero डालें (सभी बाद के zero को जोड़ कर)

Divisios & Divisibility Based

TRICK-(12) : यदि किसी संख्या में 5 से भाग देना हो, तो उसे 2 से गुणा कर 10 से भाग दें।

Example- $\frac{995+95}{5}$ = ?

Tricky Sol : = $\frac{1090}{5} = \frac{1090\times2}{10}$ = 109 × 2 = 218

Trick-13: यदि किसी संख्या में 25 से भाग देना हो, तो उसे 4 से गुणा कर 100 से भाग दें।

Example- 7775 ÷ 25 = ?

Tricky Sol : अभीष्ट हल = $\frac{7775\times4}{100} = \frac{31100}{100}$ = 311

TRICK-14: यदि किसी संख्या में 125 से भाग देना हो, तो उसे 8 से गुणा कर 1000 से भाग दें।

Example- (3692 + 1863 + 2410) ÷ 125 = ?

Sol : (3692 + 1863 + 2410) ÷ 125 = 7965 ÷ 125 = 63.72

Tricky Sol : (3692 + 1863 + 2410) ÷ 125

7965 ÷ 125 = $\frac{7965\times8}{1000} = \frac{63720}{1000}$ = 63.72

Trick-15: यदि भाग की क्रिया इस प्रकार रहे कि a ÷ b ÷ c ÷ d ÷ e ÷ f ÷ .... तो इसे निम्न प्रकार से करें।

परिणाम = $\frac{a}{b\times c\times d\times e\times f\times ....}$

Example- 360 ÷ 6 ÷ 5 ÷ 4 ÷ 3 ÷ 2 ÷ 1 = ?

Tricky Sol : अभीष्ट हल = $\frac{360}{6\times5\times4\times3\times2\times1} = \frac{360}{720} = \frac{1}{2}$

Tricky-16: यदि किसी संख्या में अंत से Zero की महत्ता वाली संख्या से भाग देना रहे, तो-

Example- 149888 ÷ 2000

संख्या में अंक से भाग दे दें और भाजक में जितना zero हो, दाएँ से उतना अंक पूर्व दशमलव डाल दें।

$\frac{149888}{2}$ = 74944

∵ भाजक में Zero की संख्या तीन है अतः अभीष्ट परिणाम दाएँ से तीन अंक पूर्व दशमलव पड़ने पर आएगा।

∴ अभीष्ट परिणाम = 74.944

TRICKY-17: 1 से a तक x से विभाज्य

कुल संख्या = $\frac{a}{x}$ का पूर्णांक

Example- 725 तक की प्राकृत संख्या में से कितनी ऐसी संख्या है, जो 3 से विभाज्य है?

Tricky Sol: अभीष्ट संख्या = $\frac{725}{3} = 241\frac{2}{3}$

का पूर्णांक = 241

KOTHARI INSTITUTE

Trick-18: 1 से a तक x एवं y से विभाज्य कुल संख्या

$$\left(\frac{a}{\text{x और y का ल.स.}}\right) \text{ का पूर्णांक}$$

Example- 1 से 200 तक के अंकों में 2 और 3 से विभाजित होने वाली कितनी संख्याएँ होगी?

Tricky Sol : अभीष्ट संख्याओं की संख्या

$$= \left(\frac{200}{\text{2 और 3 का ल.स.}}\right) \text{ का पूर्णांक}$$

$$= \frac{200}{6} \text{ का पूर्णांक} = 33\frac{2}{6} \text{ का पूर्णांक} = 33$$

Tricky-19: 1 से a तक x या y से विभाज्य कुल संख्या

$$\left(\frac{a}{x} \text{ का पूर्णांक} + \frac{a}{y} \text{ का पूर्णांक}\right)$$

Example- 80 तक 2 या 3 से विभाज्य कुल कितनी संख्या है?

Tricky Sol: $= \left(\frac{80}{2} \text{ का पूर्णांक} + \frac{80}{3} \text{ का पूर्णांक}\right) - \left(\frac{80}{\text{2.3 का ल.स.}}\right)$

का पूर्णांक = 40 + 26 - 13 = 40 + 13 = 53

Trick-20: a से b तक x से विभाज्य कुल संख्या

$$= \left(\frac{b}{x} \text{ का पूर्णांक}\right) - \left(\frac{a}{x} \text{ का पूर्णांक}\right)$$

Example- 5 अंक की 11 से विभाज्य कुल कितनी संख्या है।

Tricky Sol: 5 अंकों की 11 से विभाज्य कुल संख्या

$$= \frac{99999}{11} \text{ का पूर्णांक } \frac{10000}{11} \text{ का पूर्णांक}$$

$$= 9090\frac{9}{11} \text{ का पूर्णांक } -909\frac{1}{11} \text{ का पूर्णांक}$$

= 9090 - 909 = 8181

Trick-21 : a से b तक x एवं y से विभाज्य कुल संख्या

$$= \left(\frac{b}{\text{x और y का ल.स.}}\right) \text{ का पूर्णांक}$$

$$- = \left(\frac{a}{\text{x और y का ल.स.}}\right) \text{ का पूर्णांक}$$

Example- 14 से 44 तक 2 एवं 3 से विभाज्य कुल कितनी संख्या है?

Tricky Sol: अभीष्ट हल $= \frac{44}{6}$ का पूर्णांक $- \frac{14}{6}$ का पूर्णांक

= 7 - 2 = 5

Note- a से b तक वाले Trick में शर्त के हिसाब से a और b के मान को ध्यान में रखें। अन्यथा हल के मान में 1 की कमी या वृद्धि आ सकती है।

Trick-22: 1 से a तक x, y, और z से विभाज्य कुल संख्या

$$\left(\frac{a}{\text{x, y और z का ल.स.}}\right) \text{ का पूर्णांक}$$

Example- 70 तक 2, 3 एवं 4 से विभाज्य कुल संख्या = ?

Tricky Sol: अभीष्ट हल $= \frac{70}{12}$ का पूर्णांक = 5

EXERCISE

1. 117, 119 और 143 में कौन-सी अभाज्य संख्या है?
   (A) 117 (B) 119
   (C) 143 (D) इनमें से कोई नहीं
2. 17440 में 7 के स्थानीय मान और अंकित मान का अंतर क्या होगा?
   (A) 6993 (B) 69993 (C) 70000 (D) 6999.
3. 0, 4, -2, 3 और $1\frac{1}{4}$ सभी किस संख्या की श्रेणी में आएंगी?
   (A) परिमेय (B) अपरिमेय (C) प्रकृत (D) पूर्ण
4. 564.465 में दोनों 4 के स्थानीय मान का योगफल बतावें।
   (A) 8 (B) 0.4 (C) 4.4 (D) 0.8
5. 4264 में 6 के स्थानिक मान और नैज मान का योगफल बतावें।
   (A) 60 (B) 120 (C) 66 (D) 54
6. रामानुजन संख्या के अंकों का एकल योग बतावें।
   (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 10
7. निम्न में से कौन-सा जुड़वाँ अभाज्य संख्या है।
   (A) (1, 2) (B) (2, 3) (C) (3, 5) (D) (5, 6)
8. 3 अंकों की बड़ी संख्या और 3 अंकों की छोटी संख्या का योगफल एवं अन्तरफल के बीच का अन्तर बतावें।
   (A) 1 (B) 899 (C) 200 (D) 1998
9. यदि 1 + 2 + 3 + ... + 8 = 36, तो 11 + 12 + ... + 18 = ?
   (A) 116 (B) 46 (C) 106 (D) 96
10. सात क्रमागत पूर्ण संख्याओं का योगफल 133 है, तो न्यूनतम विषम पूर्ण संख्या है-
    (A) 17 (B) 13 (C) 11 (D) 19.

ANSWERS

1.(D)	2.(A)	3.(A)	4.(C)	5.(C)
6.(A)	7.(C)	8.(C)	9.(A)	10.(A)

KOTHARI INSTITUTE

लघुत्तम समापवर्त्य एवं म.स. (L.C.M. & H.C.F.)

<u>लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple)</u>- किसी संख्या श्रेणी के प्रत्येक संख्या से पूर्णतया विभाज्य होने वाली सबसे छोटी संख्या उस संख्या श्रेणी का लघुत्तम समापर्वत्य (L.C.M. या ल.स.) कहलाती है।

Example- 3, 4, 5 और 6 का ल.स.

60 ऐसी सबसे छोटी संख्या है जो 3, 4, 5 और 6 सभी से पूर्णतया विभाज्य है। अतः 3, 4, 5 और 6 का ल.स. (L.C.M.) 60 होगा।

ल.स. ज्ञात करने की विधि-

(i) भाग विधि (Division Method)-

Example- 6, 9, 15 और 20 का ल.स. ज्ञात करें।

Step.I. सभी संख्याओं को अलग-अलग लिख कर निम्न प्रकार से सजा लें।

$$\left|\,\underline{6,9,15,20}\right.$$

Step.II- अब वैसी सबसे छोटी संख्या चुनें (1 से बड़ी) जिससे कम-से-कम दो संख्या पूर्णतया विभाज्य हो। भाजक को बगल में तथा भागफल को ठीक नीचे लिखें।

$$\begin{array}{r|l} 2 & \underline{6,9,15,20} \\ & 3,9,15,10 \end{array}$$

Note- जिस संख्या में भाजक से पूरा-पूरा भाग नहीं लगे, उसे अपने रूप में ही भागफल की जगह लिख दें।

Step.III- पुनः नये भागफल के साथ Step-II की क्रिया तब तक करें जब तक की कम-से-कम दो अंक किसी एक संख्या से विभाज्य होना बंद न हो जाए।

$$\begin{array}{r|l} 2 & \underline{6,\ 9,\ 15,\ 20} \\ 3 & \underline{3,\ 9,\ 15,\ 10} \\ 5 & \underline{1,\ 3,\ 5,\ \ 10} \\ & 1,\ 3,\ 1,\ \ 2 \end{array}$$

Step-IV- अब सभी भाजक और अन्त में प्राप्त भागफल को आपस में गुणा कर लिखें-

$= 2 \times 3 \times 5 \times 1 \times 3 \times 1 \times 2 = 180$

Step.V- प्राप्त परिणाम ही दी गई संख्याओं का ल.स. (L.C.M.) होगा।

अतः 6, 9, 15 और 20 का ल.स. (L.C.M.) = 180 है।

Note- अगर दी गई संख्या श्रेणी का कोई भी दो संख्या किसी निश्चित संख्या से विभाज्य न हो, तो ऐसी स्थिति में सभी संख्याओं को आपस में गुणा करने पर प्राप्त परिणाम ही, उन संख्याओं का ल.स. होगा।

Example- 2, 3, 5 और 7 का ल.स. ज्ञात करें।

अभीष्ठ ल.स. $= 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

[∵ कोई भी दो संख्या एक निश्चित संख्या से विभाज्य नहीं है।]

(ii) गुणनखंड विधि (Factor Method)-

Step.I- सर्वप्रथम संख्याओं का गुणनखण्ड ज्ञात करें।

$14 \rightarrow 2 \times 7$

$16 \rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Step.II- अब उभयनिष्ठ गुणनखण्ड को लिखकर शेष सभी गुणनखण्डों को गुणा के रूप में लिखें।

$2 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 = 112$

Step.III- इनको गुणा करने पर जो परिणाम प्राप्त होता है वही परिणाम दी गई संख्याओं का ल.स. (L.C.M.) होता है।

∴ 14 और 16 का ल.स. = 112

अपर्वत्य या गुणज- किसी संख्या का गुणात्मक रूप ही उसका अवर्पत्य कहलाता है।

Example- 6. का अपर्वत्य = 6, 12, 18, 24, 30, ...

Note- किसी भी संख्या के अपर्वत्य की संख्या अनन्त होती है।

अपवर्तक या गुणक- कोई भी संख्या जिन-जिन संख्याओं से विभाज्य (पूर्णतया) हो जाए वह सभी संख्या दी गई संख्या का अपर्त्तक है।

Example- 15 का अपवर्तक = 1, 3, 5, 15

Some Important POINTS

(i) किसी एकल संख्या का ल.स. वह संख्या खुद ही होता है।

Example- 14 का ल.स. = 14 आदि।

(ii) अगर ल.स. (L.C.M.) ज्ञात करने में "0" अथवा कोई ऋणात्मक संख्या आ जाए तो उसका मान ज्ञात करना संभव नहीं है।

(iii) किसी भी संख्या के अपर्वत्य की संख्या अनन्त होती है।

<u>महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)</u>- वैसी बड़ी-से-बड़ी संख्या जिससे दी गई संख्या श्रेणी (जिनका म.स. ज्ञात करना रहे) की प्रत्येक संख्या पूर्णतया विभाज्य हो जाए, उस संख्या श्रेणी का महत्तम समापवर्त्तक (H.C.F. या म.स.) होगी।

Example- 4 और 14 का म.स. = 2

∵ 2 ही ऐसी सबसे बड़ी संख्या है जिससे 4 और 14 दोनों विभाज्य है।

म.स. ज्ञात करने की विधि-

(i) भाग विधि (Division Method)-

13 और 29 का म.स. ज्ञात करें?

Step.1- दी गई संख्याओं में से बड़ी संख्या को बीच में और छोटी संख्या को उससे बाएँ रखें।

KOTHARI INSTITUTE

$3)29($

Step.II- अब छोटी संख्या से बड़ी संख्या में भाग दें। भागफल को दाएँ लिखें तथा परिणाम को बड़ी संख्या के नीचे लिख कर हटा लें।

$$13)\frac{29}{26}(2$$

$$3)13($$

Step.III- अब शेषफल को भाजक और पूर्व के भाजक को भाज्य के स्थान पर सजा कर Step-II की क्रिया तब तक जारी रखें जब तक की शेषफल Zero (शून्य) ना आ जाए।

$$13)\frac{29}{26}(2$$

$$3)\frac{13}{12}(4$$

$$1)\frac{3}{3}(3$$

$$\boxed{\times}$$

Step.IV- प्राप्त अंतिम भाजक ही उन दोनों संख्याओं का म.स. होगा।

$\therefore$ 13 और 29 का म.स. = 1

Note- अगर दो से अधिक संख्याओं का म.स. ज्ञात करना रहे, तो पहली दो संख्याओं का म.स. ऊपर की विधि से ज्ञात कर लें। फिर प्राप्त म.स. को भाजक के स्थान पर रख कर तीसरी संख्या को भाज्य बनाकर म.स. ज्ञात करें। इस प्रकार प्राप्त म.स. का चौथी सं. के साथ, पुनः प्राप्त म.स. का 5वीं संख्या के साथ.... क्रिया करें। अंतिम म.स. ही उन संख्याओं का अभीष्ट म. स. होगा।

(ii) गुणनखण्ड विधि (Factor Method)-

Example- 4, 8, 16 का म.स. ज्ञात करें।

Step.I- सर्वप्रथम दी गई संख्याओं का अपवर्तक निकाल लें।

$4 \rightarrow 1, 2, 4$

$8 \rightarrow 1, 2, 4, 8$

$16 \rightarrow 1, 2, 4, 8, 16$

Step.II- अब इन अपवर्तकों में से उभयनिष्ठ अपवर्तक चुनें।

1, 2, 4 (उभयनिष्ठ अपवर्तक है)

Step.III- उभयनिष्ठ अपवर्तकों में जो सबसे बड़ा होता है, वही दी गई संख्याओं का म.स. होता है।

$\therefore$ 4, 8, 16 का म.स. = 4

अगर दो संख्याओं का ल.स. या म.स. में से कोई एक दिया रहे तो-

पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल.स. × म.स.

Example- यदि दो संख्याओं का ल.स. 8 और म.स. 4 हो, इनमें से पहली संख्या 4 हो, तो दूसरी संख्या बतावें।

Sol.- $\because$ पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल. स. × म.स.

$\Rightarrow$ 4 × दूसरी संख्या = 4 × 8

$\therefore$ दूसरी संख्या $= \frac{4 \times 8}{4} = 8$ है।

जब संख्या भिन्न के रूप में रहे-

(1) संख्याओं का L.C.M. $= \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$

Example- $\frac{4}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}$ का ल.स. ज्ञात करें।

$$= \frac{(4, 2, 3) \text{ का ल.स.}}{(15, 15, 15) \text{ का म.स.}} = \frac{12}{5}$$

(2) संख्याओं का H.C.H. $= \frac{\text{अंशों का H.C.F.}}{\text{हरों का L.C.M.}}$

Example- $\frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \frac{9}{4}$ का म.स. ज्ञात करें।

$$= \frac{3, 6, 9 \text{ का म.स.}}{4, 5, 4 \text{ का ल.स.}} = \frac{3}{20}$$

(3) जब भिन्न दशमलव भिन्न के रूप में रहे तो इसे साधारण भिन्न में बदल लें, पुनः METHOD (1) या (2) की सहायता से ल.स. या म.स. ज्ञात करें।

Example- 4.5, 2.25, 3.75 का म.स. ज्ञात करें।

$$4.5\ \frac{45}{10}, 2.25 = \frac{225}{100}, 3.75 = \frac{375}{100}$$

$\therefore$ इनका म.स. $= \frac{45, 225, 375 \text{ का म.स.}}{10, 100, 100 \text{ का ल.स.}} = \frac{15}{100} = 0.15$

SOME IMPORTANT TRICKS

BASED ON L.C.M.

Trick (1)- दी गई संख्या श्रेणी की सबसे बड़ी संख्या अगर शेष सभी संख्या से पूर्ण विभाज्य हो, तो बड़ी संख्या ही उस संख्या श्रेणी का ल.स. (L.C.M.) होती है।

Example- 4, 6, 12, 36 का ल.स. = 36

$\because$ 36, (4, 6 और 12) से विभाज्य है।

Trick (2)- यदि समान आधार की संख्याओं पर भिन्न-भिन्न घात रहे तो जिस पर घात सबसे ज्यादा होगा, वही उस सभी संख्याओं का

ल.स. होगा।

Example- (2)4, (2)9, (2)3, (2)0 का ल.स. = (2)9

∵ सबसे बड़ी घात वाली संख्या (2)9 है।

Note- अगर समान आधार वाली किसी संख्या पर घात त्र+णात्मक रहे तो इस Trick का प्रयोग गलत होगा।

Trick-(3)- यदि संख्या

$(x)^a \times (y)^b$, $(x)^c \times (y)^d$, $(x)^e \times (y)^f$ ... के रूप में रहे तो $(x)^{a,c,e}$... में से a,c,e, ... में सबसे बड़ी संख्या को (x) पर घात के रूप में चुन लें और y वाले के साथ भी यही क्रिया करें। प्राप्त परिणाम ही इन संख्याओं का ल.स. होगा।

Example- $(2)^3 \times (3)^5$, $(2)^3 \times (3)^6$, $(2)^7 \times (3)^9$ का ल.स.

= 2 पर महत्तम घास x 3 पर महत्तम घात

$= (2)^7 \times (3)^9$ होगा।

BASED ON H.C.F.

Trick (4)- दी गई संख्या श्रेणी (जिनका म.स. ज्ञात करना हो) में अगर सबसे छोटी संख्या से शेष सभी संख्या विभाज्य हो, तो उन संख्याओं का म.स. सबसे छोटी संख्या होगी।

Example- 4, 12, 24 का म.स. = 4

∵ 12, और 24, 4 से विभाज्य है।

Trick (5)- अगर संख्या समान आधार पर भिन्न-भिन्न घात के रूप में रहे तो उनका म.स. वह संख्या होगी, जिस पर घात सबसे कम होगा।

Example- $(3)^5, (3)^7, (3)^2, (3)^0, (3)^9$ का.म.स.

$= (3)^0 = 1$

∴ 3 पर न्यूनतम घात "0" है। जिसका मान 1 होता है।

Note- अगर समान आधार पर किसी में घात ऋणात्मक हो, तो इस Trick का प्रयोग गलत होगा।

BASED ON L.CM. & H.C.F

Trick (6)- दशमलव भिन्न का ल.स. या म.स. ज्ञात करने के लिए इस साधारण भिन्न में बदब ले। पुनः Formula से इनका ल.स. या म.स. ज्ञात करें।

Example- 0.4, 0.24, 0.3 का ल.स. ज्ञात करें।

$$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, 0.24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}, 0.3 = \frac{3}{10}$$

अब $\frac{2}{5}, \frac{6}{25}$ और $\frac{3}{10}$ का ल.स. ज्ञात करें।

Trick (7)- अगर समान आधार वाली किसी संख्या पर घात त्र+णात्मक रहे, तो इसे भिन्न में बदलकर ल.स. या म.स. ज्ञात करें।

Example- $(2)^2, (2)^{-2}, (2)^3, (2)^0$ का म.स. ज्ञात करें।

$$2^2 = \frac{4}{1}, (2)^{-2} = \frac{1}{4}, (2)^3 = \frac{8}{1}, (2)^0 = \frac{1}{1}$$

अब $\frac{4}{1}, \frac{1}{4}, \frac{8}{1}, \frac{1}{1}$ का म.स. ज्ञात करें।

EXERCISE

1. 4,5,6 से विभाज्य सबसे छोटी घन संख्या बतावें?
   (A) 27000 (B) 27 (C) 60 (D) 3600
2. वह संख्या जो 12, 15, 20 से विभाज्य पूर्ण वर्ग हो, न्यूनतम होगी?
   (A) 900 (B) 600 (C) 1200 (D) 1600
3. वैसी छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात करें जिसमें 12, 14 और 16 से भाग देने पर प्रत्येक स्थिति में शेष 4 बचे। परन्तु 4 से भाग देने पर वह पूरी-पूरी विभाज्य हो जाती हो?
   (A) 430 (B) 340 (C) 360 (D) 380
4. वह छोटी-से-छोटी संख्या बतावें जिसको 1472 में घटाने पर वह 2, 3 और 4 से पूरा-पूरा विभाज्य हो जाए।
   (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8
5. 4 घंटियाँ क्रमशः 3, 6, 9 और 12 sec के अन्तराल पर बजती है। यदि यह सभी घंटियाँ 01 : 00 बजे साथ बजी हों, तो कितने बजे यह पुनः साथ बजेंगी?
   (A) 01 : 06 (B) 01 : 01
   (C) 01 : 02 (D) 01 : 01 : 01
6. उस न्यूनतम अंक को बतावें जो 3, 5, 7 से पूर्णतया विभाज्य वर्ग संख्या है?
   (A) 1225 (B) 11025 (C) 1125 (D) 12025
7. वैसी छोटी-से-छोटी संख्या बतावें जिसमें 4, 5 और 6 से भाग देने पर क्रमशः 2, 3 और 4 शेष बचे।
   (A) 62 (B) 58 (C) 56 (D) 48
8. 13 का वह सबसे छोटा गुणज, जिसे 4, 5, 6, 7 और 8 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष रहता हो, होगा-
   (A) 2520 (B) 842 (C) 2522 (D) 840
9. ऐसा न्यूनतम अंक खोजें जिसे 9, 12, 15 या 20 से विभाजित करने पर उसका शेषफल 3 हो।
   (A) 63 (B) 123 (C) 183 (D) 263
10. सबसे छोटी-से-छोटी संख्या कौन सी है, जिसमें जब 4 जोड़ दिया जाए, तो वह 27, 35, 25 तथा 21 से विभाजित हो जाती है?
    (A) 4723 (B) 4721 (C) 4272 (D) 4273

ANSWERS

1.(A)	2.(A)	3.(B)	4.(D)	5.(A)
6.(B)	7.(B)	8.(C)	9.(C)	10.(B)

KOTHARI INSTITUTE

सरलीकरण Simplification

जब किसी व्यंजक में जोड़ (+), घटाव (-), गुणा (x), भाग (÷), का (of), कोष्ठ (Bracket) आदि की क्रियाओं में से कुछ या प्रत्येक क्रिया को साथ रख दिया जाए, तो उसे सरल करने के लिए "VBODMAS" नियम को प्रयोग में लाया जाता।

VBODMAS नियम विधि-

V → रेखा कोष्ठ (Vinculum or Bar Bracket)
B → कोष्ठक (Bracket)
O → का (of)
D → भाग (Division)
M → गुणा (Multiplication)
A → जोड़ (Addition)
S → घटाव (Substraction)

कोष्ठक के प्रकार (Typers of Bracket)

(i) रेखा कोष्ठ (Bar Bracket) → "_"
(ii) छोटी कोष्ठ (Small Bracket) → ( )
(iii) मध्य कोष्ठ (Curly Bracket) → { }
(iv) बड़ा कोष्ठ (Square Bracket) → [ ]

व्यंजकों को हल करने में क्रमशः प्रयोग करें -

(i) रेखा कोष्ठ (ii) छोटी कोष्ठ (iii) मध्य कोष्ठ (iv) बड़ा कोष के अन्दर की क्रिया निम्न प्रकार से करें।
(i) of की क्रिया (ii) भाग की क्रिया (iii) गुणा की क्रिया (iv) जोड़ की क्रिया (v) घटाव की क्रिया

नोट- कोष्ठ के अन्दर की क्रिया किसी भी कोष्ठ को हटाने के पूर्व करें।

♦ **चिन्हों का गुणा-भाग (Multiplication & Division of Signs)-**

(1) (+) x (+) = (+), (+) x (-) = (-),
(-) x (+) = (-), (-) x (-) = (+)
(2) (+) ÷ (+) = (+), (+) ÷ (-) = (-),
(-) ÷ (+) = (-), (-) ÷ (-) = (+)

Some Important POINTS

♦ "का" की क्रिया करने के लिए जिन दो संख्याओं के बीच "का" का चिन्ह रहे उसे आपस में गुणा कर लें।

Example - 2 का $\frac{5}{4} = 2 \text{x} \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$ आदि ।

♦ भाग (÷) की क्रिया करने के लिए, जिन दो संख्याओं के बीच भाग का चिन्ह रहे, उसमें दाएं की संख्या को पलटकर लिखें एवं भाग के चिन्ह को गुणा में बदल लें।

Example - $6 \div 2 = 6 \text{ X } \frac{1}{2} = 3$ आदि।

EXERCISE

1. $(45)^2 - (41)^2 = ? \text{ X } 4$
(a) 4 (b) 86 (c) 344 (d) 1376

2 $2 \text{ X } [3 \div 4\{5\text{x}6 \div (7\text{x}8)\} \text{x} (4 + \overline{3+2})]$
(a) $40\frac{56}{45}$ (b) $45\frac{40}{56}$ (c) $40\frac{45}{56}$ (d) $40\frac{1}{40}$

3. $\dfrac{(3+4) \text{ X } 6 + 7 \div \frac{1}{4}}{2 + 3 \text{ X } 4 \div \frac{5}{6}} = ?$
(a) $9\frac{7}{37}$ (b) $7\frac{9}{37}$ (c) $4\frac{11}{41}$ (d) $9\frac{17}{37}$

4. $4 \text{x} 5 - [6 - \{7 \text{ x } \overline{3 \text{x} 2} - (5-3) + 7$ का $\frac{1}{2}\}] = ?$
(a) 101 (b) $51\frac{1}{2}$ (c) $101\frac{1}{2}$ (d) $57\frac{1}{2}$

5. $\dfrac{(0.03)^4 - (0.2)^4}{(0.2)^2 - (0.03)^2} = ?$
(a) 0.391 (b) 0.0391
(c) - 0.391 (d) -0.0391

6. यदि 2 = 2b, b = 2c, c = 2d, तो d के रूप में 2a + 3b - 4c + 5d = ?
(a) 20 d (b) 10 d (c) 4 d (d) 25 d

7. $\dfrac{(0.3)^4 - (0.2)^4}{(0.3)^2 - (0.2)^2} = ?$
(a) 0.03 (b) 0.3 (c) 0.13 (d) 0.32

8. दिया गया है कि $\sqrt{3} = 1.732$ $\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$ का दशमलव के तीन अंकों का सही मान है-
(a) 0.023 (b) 0.464 (c) 2.464 (d) 3.023

9. $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{4}$ का $\frac{2}{3} - \dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} \text{ X } 3\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = ?$

KOTHARI INSTITUTE

(a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{49}{54}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{6}$

10. $(15)^2 + (18)^2 - 20 = \sqrt{(?)}$

(a) 279841 (b) 23 (c) 22 (d) 529

11. $\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}}+\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{5}}}+\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{6}}}+\frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{7}}}+\frac{1+}{\sqrt{7+\sqrt{8}}}+\frac{1+}{\sqrt{8+\sqrt{9}}}=?$

(a) $\sqrt{3}$ (b) $3\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{3}$ (d) $5-\sqrt{3}$

12. $15 - 10 + 5 \times 2 \div 5 = ?$

(a) 70 (b) 4 (c) 5 (d) 7

13. $\frac{2}{3}\div[\frac{3}{4}-\{\frac{5}{4}x(\frac{5}{2}$ का $\overline{\frac{3}{2}+\frac{4}{2}})\div\frac{3}{5}\}]=?$

(a) $\frac{-32}{839}$ (b) $\frac{32}{839}$ (c) $\frac{23}{839}$ (d) $\frac{-23}{839}$

14. $\frac{14-2x3+4}{5x3+2\div\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}-3}=?$

(a) (b) $\frac{3}{7}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$

15. $\frac{\frac{1}{3}\div\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}}=?$

(a) $5\frac{3}{4}$ (b) $6\frac{3}{4}$ (c) $3\frac{1}{3}$ (d) $6\frac{1}{3}$

16. 72 का $[\frac{3}{4}+[\frac{2\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}}]=?$

(a) 63 (b) 36 (c) 72 (d) 53

17. $\frac{341x341x341-301x301x301}{341x341+341x301+301x301}=?$

(a) 40 (b) 41 (c) 42 (d) 50

18. $\frac{143x143+144x143+144x144}{143x143x143-144x144x144}=?$

(a) 1 (b) 143 (c) 144 (d) -1

19. $1\frac{1}{2}-\left[-2\frac{1}{2}+\{3\frac{1}{3}-(4\frac{1}{4})\}\right]=?$

(a) $10\frac{1}{2}$ (b) $-4\frac{11}{12}$ (c) $4\frac{11}{12}$ (d) $4\frac{1}{4}$

20. $\frac{1}{2}+\left[\frac{-3}{4}x\frac{4}{5}\div\frac{5}{6}$ का $\frac{6}{7}-\overline{\frac{7}{8}+\frac{1}{8}}\right]=?$

(a) $-\frac{21}{50}$ (b) $\frac{1}{50}$ (c) $\frac{21}{5}$ (d) $\pm\frac{21}{50}$

21. $\frac{0.07x0.07-2x0.07x0.05+0.05x0.05}{0.07x0.07+2x0.07x0.05+0.05x0.05}=?$

(a) 0.002 (b) 0.02 (c) 0.2 (d) 0.0002

22. $\frac{0.76x0.76-0.76x0.24x2+0.24x0.24}{0.76-0.24}=?$

(a) 1 का (b) 1.52 (c) 0.74 (d) 1.25

23. $\frac{(6.25)^{\frac{1}{2}}x(0.0144)^{\frac{1}{2}}+1}{(0.027)^{\frac{1}{3}}x(81)^{\frac{1}{4}}}$ का सरलीकृत है-

(a) 0.14 (b) 1.4 (c) 1 (d) $1.\overline{4}$

24. $\sqrt[3]{\frac{0.2x0.2x0.2+0.04x0.04x0.04}{0.4x0.4x0.4+0.08x0.08x0.08}}$ का मान है-

(a) 0.5 (b) 0.25 (c) 0.75 (d) 1.125

25. $a=\frac{\sqrt{5+}\ 1}{\sqrt{5}-1}$ और b $\frac{\sqrt{5+}\ 1}{\sqrt{5}-1}$ हो तो $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2}$ का मान होगा-

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{3}$

ANSWERS

1. (B) 2. (C) 3. (C) 4. (D) 5. (D) 6. (D)
7. (C) 8. (C) 9 (C) 10. (A) 11. (C) 12. (D)
13. (A) 14. (C) 15. (B) 16. (A) 17. (A) 18. (D)
19. (C) 20. (A) 21. (B) 22. (C) 23. (D) 24. (A)
25. (B)

बीजगणित सक्रिय (Algebric Probleros)

बीजगणित की वह शाखा है जिसमें संख्याओं के स्थान पर चिन्हों का प्रयोग किया जाता है।

- बीजगणित चर तथा अचर राशियों के समीकरण को हल करने तथा चर राशियों के मान निकालने पर आधारित है।
- बीजगणित के विकास के फलस्वरूप निर्देशांक ज्यामिति व कैलकुलस का विकास हुआ जिसमें गणित की उपयोगिता बहुत बढ़ गयी। इससे विज्ञान और तकनीकी के विकास को गति मिली।
- बीजगणित में केवल समीकरणों का ही समावेश नहीं होता इसमें बहुपद, सतत, भिन्न, गुणनफल, संख्या अनुक्रम, रूप, सारणिक, श्रेविक आदि अनेक प्रकरणों का अध्ययन किया जाता है।

बहुपद- प्रारंभिक बीजगणित में धन (+) और ऋण (–) चिन्हों से संबद्ध कई पदों के व्यंजक (Expression) को बहुपद कहते हैं।

यथा $(3a + 2b - 5b)$

- पदों की संख्या के अनुसार इसके विशिष्ट उपनाम 'एकपद' (Monomial), द्विपद (Binomial) आदि आते हैं।
- उच्चतर गणित में बहुपद का विशिष्ट उपयोग ऐसे वयंजक के लिए होता है जिसमें पदों में किसी एक चर राशि या एक से अधिक चर राशियों के शून्य अथवा धन पूर्णांक घात आरोह या अवरोह क्रम में हों, यथा

$3x + x^2 - x^4$.................. (1)

$-6x^6 y + 5px^2 - ax$ .... (2)

- व्यंजक (1) (x) का बहुपद है और (2) x, y, z का तथा उसमें (a) अचर (Constant) है।

यदि (x) के स्थान में सर्वत्र कोई अन्य व्यंजक मान लें, Log x रख दिया जाए तो नया व्यंजक Log x व्यंजक कहलाएगा।

- पदों के घातों में से महत्तम को बहुपद का घात (डिग्री) कहते हैं।
- यदि एक से अधिक चर राशियाँ हो, तो विभिन्न पदों में चर राशियों के घातों के योगफलों में से महत्तम को बहुपद का घात कहते हैं।
- इस प्रकार बहुपद (1) का घात 4 है और (2) का 71 ऐसा भी कहा जाता है कि बहुपद (2) (x) में छदे घात का और (y) में द्वितीय घात का है।
- दो बहुपदों का योगफल, अंतर और गुणनफल बहुपद ही होता है, किन्तु उनका भागफल बहुपद नहीं होता।
- दो बहुपदों के भागफल को, जिनमें एक संख्या भाग भी हो सकता है, परिमेय फलन (Rational Function) कहते हैं। चर (x) में घात (m) का व्यापक रूप है -

$a0x^m + a1x^{m-1} + ... + am$ अर्थात् a0 शुन्य है।

सतत भिन्न (Continued Fraction)

गणित में निम्नलिखित प्रकार के व्यंजक (Expression) को सतत् भिन्न कहते हैं।

Example:

$$x = a0 + \cfrac{1}{a1 + \cfrac{1}{a2 + \cfrac{1}{a3 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{.........}}}}}$$

- यह a0 एक पूर्णांक है तथा अन्य सभी ai $(i \neq 0)$ घनात्मक पूर्णांक है। यदि उपरोक्त सतत भिन्न में अंश व हर का मान कुछ भी होने की स्वतन्त्रता दे दी जाये (जैसे फलन होने की छूट) तो इसे सामान्यीयकृत सतत भिन्न कह सकते हैं।

सारणिक (Determinant)

सारणिक (Determinant) एक विशिष्ट प्रकार का बीजीक व्यंजक है जिसमें प्रयुक्त की गई राशियों अथवा अवययों की संख्या (पूर्ण) वर्ग रहती है।

- इन राशियों को प्राय: एक वर्गाकार विन्यास में लिखकर उसे अलग-बगल दो ऊर्ध्वाधर सीधी रेखाएँ खींच दी जाती हैं, n अवयवों वाले सारणिक को nवें क्रम का सारणिक कहते हैं।
- मैट्रिक्स A के सारणिक को det (A), det A, या IAI से निरूपित करते हैं, जहाँ मैट्रिक्स के अवयव पूर्णत: लिखे हो, तो संगत सारणिक को दिखने के लिए बड़ा कोष्ठक या पैरेन्थेसेस के स्थान पर दो ऊर्ध्व रेखाओं से घेर दिया जाता है।

Example:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$ का सारणिक इस प्रकार लिखा जाता है:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

और इसका मान $aei + bfg + cdh + ceg - bdi - afh$ है।

सूत्र-

- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $(a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
- $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(a+c)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

  $= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$

  यदि $a + b + c = 0$ हो तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

  या $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

EXERCISE

Q. 1570 × 87 + 1570 × 13 को ज्ञात करो।

(a) 147000 (b) 134000

(c) 167000 (d) 157000 -Ans

व्याख्या- चूँकि ab + ac, a (b+c)

अर्थात् 1570 (87+13) यहाँ 1570 कॉमन ले लेते हैं ।

$1570 \times 100 = 157000$ Ans

Q. $447 \times 447 + 553 \times 553 + 2 \times 447 \times 553$

(a) 1000000 -**Ans** (b) 10000000

(c) 1000000 (d) 10000

$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$

$(447)^2 + (553)^2 + 2 \times 447 \times 553$

$(447 + 553)^2 = 1000000$ Ans

Q. यदि $x + \frac{1}{4x} = \frac{3}{2}$ हो, तो $8x^3 + \frac{1}{8x^3}$ का मान कितना होगा।

व्याख्या: यदि $x + \frac{1}{4x} = \frac{3}{2}$ हो, तो

दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर

$2x + \frac{1}{2x} = 3$

$8x^3 + \frac{1}{8x^3} = (\text{संख्या})^3 - 3(\text{संख्या})$

$= (3)^3 - 3 \times 3$

$= 27 - 9 = 18$ Ans

Q. यदि $3x + \frac{1}{2x} = 5$ **हो, तो** $8x^3 + \frac{1}{27x^3}$ **का मान कितना होगा?**

(a) $118\frac{1}{2}$ (b) $30\frac{10}{27}$ - **Ans**

(c) 0 (d) 1

व्याख्या-

$3x + \frac{1}{2x} = 5$ हो तो दोनों पक्षों में $\frac{2}{3}$ शे गुणा करने पर,

$2x + \frac{1}{3x} = \frac{10}{3}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$8x^3 + \frac{1}{27x^3} + 3 \times 2x \times \frac{1}{3x}$

$\left(2x + \frac{1}{3x}\right) = \frac{1000}{27}$

$8x^3 + \frac{1}{27x^3} + 2 \times \frac{10}{3} = \frac{1000}{27}$

$8x^3 + \frac{1}{27x^3} + = \frac{1000}{27} - \frac{20}{3} = \frac{820}{27}$

$30\frac{10}{27}$ Ans

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

औसत (Average)

औसत या मध्यमान (Average)- समान राशियों के योगफल में राशियों की संख्या से भाग देने पर जो परिणाम प्राप्त होता है। उन राशियों का औसत यह मध्यमान कहलाता है।

Example : 10, 12, 15, 22, 11 का औसत ज्ञात करें।

Sol^n. : औसत $= \frac{10+12+15+22+11}{5} = \frac{70}{5} = 14$

नोट - यहाँ पदों की कुल संख्या 5 है। अतः भाजक 5 होगा।

भारती औसत (Weighted Average)- जब प्रश्न भार से संबंधित रहता है, तो ऐसे प्रश्नों का औसत भारती औसत कहलाता है।

Example: 20 रु. / किग्रा. की दर से 10 किग्रा. आम, 10 रु. / कि.ग्राम की दर से 12 किग्रा. सेव तथा 15 रु. / किग्रा. की दर से 5 किग्रा. लीची खरीदी जाती है, तो इनका औसत क्रय मूल्य बतावें।

Sol^n. : अभीष्ट औसत $= \frac{20\times10+10\times12+15\times5}{10+12+5}$

$= \frac{200+120+75}{27} = \frac{395}{27} = 14.63$

$\therefore$ इनका औसत क्रय मूल्य = 14.63 रु. / किग्रा. होगा।

Some Important POINTS

i. औसत की इकाई वही होती है, जो इकाई राशियों की होती है

Example: 2kg. 4kg और 3kg का औसत

$= \frac{4+2+3}{3} = \frac{9}{3} = 3kg$

ii. किन्हीं दी गई राशियों का औसत सबसे बड़ी संख्याओं से कम तथा सबसे छोटी संख्या से अधिक होता है।

Example: 2, 4, 9, 3, 7 का औसत 2 से बड़ा तथा 9 से छोटा होगा।

$= \frac{2+4+9+3+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$

iii. औसत ज्ञात करते समय यदि किसी राशि का मान "0" होता है, तो उसे भी गिन लिया जाता है।

Example: 2, 4, 0, 7, 17 का औसत

$= \frac{2+4+0+7+17}{5} = \frac{30}{5} = 6$

iv. औसत ज्ञात करते समय यदि किसी राशि का मान ऋणात्मक हो तो उसे उसके चिन्ह के साथ लिख लिया जाता है और उसकी भी गिनती की जाती है।

Example: 3, 6, 9, - का औसत $= \frac{3+6+9-2}{4} = \frac{16}{4} = 4$

औसत चाल या मध्य चाल (Average Speed)- तय की गई कुल दूरी और पूरी दूरी तय करने में लगे समय के अनुपात को औसत चाल कहते हैं।

Example: यदि राम पहला 4km, 2 घंटे में, फिर 6km, 3 घंटे में और अंतिम 5km, $2\frac{1}{2}$ घंटे में तय करता है, तो राम की औसत चाल

$= \frac{4+6+5}{2+3+2\frac{1}{2}} = \frac{15}{7\frac{1}{2}} = \frac{15\times2}{15} = 2km/h$

Some Important FORMULAE

1. राशियों का औसत $= \frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$

(a) राशियों की संख्या $= \frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की औसत}}$

(b)राशियों का योग= राशियों का औसत x राशियों की संख्या

2. औसत चाल $= \frac{\text{कुल तय दूरी}}{\text{कुल समय लगा}}$

3. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{n+1}{2}$

4. प्रथम n प्राकृत सम-संख्याओं का औसत = n + 1

5. प्रथम n प्राकृत विषम - संख्याओं का औसत = n

6. प्रथम n प्राकृत संख्या के वर्गों का औसत $= \frac{(n+1)\,(2n+1)}{6}$

7. प्रथम n प्राकृत संख्या के घनों का औसत $= \frac{n(n+1)^2}{4}$

8. किसी संख्या के प्रथम n गुणज का औसत = संख्या x $\left(\frac{n+1}{2}\right)$

KOTHARI INSTITUTE

Some Important TRICKS

Trick-(1): लगातार सम-संख्याओं या लगातार विषम संख्याओं या लगातार संख्याओं का औसत

$$= \frac{\text{बड़ी संख्या} + \text{छोटी संख्या}}{2}$$

Example: 100 तक की सभी विषम संख्याओं का औसत क्या है?

$$\text{इनका औसत} = \frac{1+99}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

Trick-(2): यदि a का परिणाम का औसत x और b का परिणाम औसत y है, तो सभी परिणामों को मिलाने पर औसत

$$= \frac{ax+by}{a+b}$$

Example- भाग A से 45 विद्यार्थियों द्वारा इतिहास में प्राप्त औसत अंक 75 तथा भाग B से 40 विद्यार्थियों द्वारा इसी विषय में प्राप्त औसत अंक 78 हैं। तो दोनों भागों से विद्यार्थियों द्वारा इतिहास में प्राप्त संपूर्ण औसत अंक क्या है?

Trick Sol^n.: संपूर्ण औसत अंक

$$= \frac{45\times 75+40\times 78}{45+40} = \frac{6495}{85} = 76.41$$

Trick (5). x व्यक्ति के समूह की औसत आयु या वजन y है। यदि किसी व्यक्ति के आ जाने या चले जाने से औसत में k वृद्धि या कमी हो जाती है, तो-

आने या जाने वाले व्यक्ति की उम्र या वजन

$= Y \pm k\,(x + 1)$

नोट- आने पर (+) और जाने पर (-) चिन्ह का प्रयोग करें।

Example-10 व्यक्ति का औसत वजन 40 kg है।

10 व्यक्ति का औसत वजन 40 kg है। यदि 1 नए व्यक्ति के आने से औसत वजन 2 kg घट जाता है, तो आने वाले व्यक्ति की उम्र बताएँ।

Trick Sol^n.: आने वाले की वजन = 48 - 2 (10+1) = 48 - 22 = 26 वर्ष

Trick 6 : aवीं पारी में x रन बनाने के बाद किसी बल्लेबाज का औसत b बढ़ जाता है, तो aवीं पारी के बाद उसका औसत

$= (x + a - ab)$

Example- एक बल्लेबाज अपनी 15वीं पारी में 76 रन बनाता है, जिससे उसका औसत 2 बढ़ जाता है। 15वीं पारी के बाद उसका औसत स्कोर क्या है?

Trick Sol^n.:

15वीं पारी बाद बल्लेबाज का औसत = (76+2) - 2 x 15

= 78 - 30 = 48 रन

EXERCISE

1. तीन संख्याओं का औसत 12 है, जिनमें सबसे बड़ी संख्या 16 है। यदि सबसे छोटी संख्या, सबसे बड़ी संख्या से आधी है, तो तीसरी संख्या क्या होगी?
   (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13
2. 80km की यात्रा में एक रेलगाड़ी प्रथम 60 किमी. तक 40 किमी. घंटे की चाल से तय करती है तथा शेष दूरी 20 कि.मी. / घं. की चाल से तय करती है। सम्पूर्ण यात्रा की औसत चाल ज्ञात करें।
   (a) 23km/h (b) 32km/h (c) 36km/h (d) 42km/h
3. A, B व C का औसत भार 45 किग्रा. है, A और B का औसत भार 40 किग्रा. है तथा B और C का औसत भार 43 किग्रा. है। B का भार किग्रा. में क्या है?
   (a) 32kg (b) 36kg (c) 38kg (d) 31kg
4. यदि 6, 7, 11, 8, x, 3, 14 का समानान्तर माध्य 8 है, तो x का मान है-
   (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9
5. किसी कक्षा के 100 छात्रों के अंकों का माध्य 72 था। लड़कों के अंकों का माध्य 75 था, और उनकी कुल संख्या 70 थी। लड़कियों के अंकों का माध्य क्या था?
   (a) 65 (b) 55 (c) 45 (d) 75
6. क्रिकेट के 11 खिलाड़ियों की औसत उम्र 20 वर्ष है। यदि एक खिलाड़ी के घायल हो जाने पर 12वें खिलाड़ी को बुलाया जाता है, तो पता चलता है कि औसत उम्र में 2 वर्ष की वृद्धि हो जाती है। 12वें खिलाड़ी का उम्र घायल खिलाड़ी के उम्र से कितना अधिक होगा, यदि घायल खिलाड़ी 30 वर्ष का हो?
   (a) 33 वर्ष (b) 32 वर्ष (c) 12 वर्ष (d) 22 वर्ष
7. चार संख्याओं में प्रथम तीन का औसत 15 तथा अंतिम 3 का औसत 16 है। यदि अंतिम संख्या 19 है, तो प्रथम संख्या क्या है
   (a) 16 (b) 19 (c) 15 (d) 17
8. एक कक्षा में 50 लड़के हैं। एक लड़का जिसका भार 12 kg चला जाता है और उसके जगह नये लड़के के आने से औसत भार 1kg बढ़ जाता है, तो नए लड़के का भार बताएं।
   (a) 26kg (b) 62kg (c) 24kg (d) 42kg

KOTHARI INSTITUTE

9. यदि 6 संख्याओं का औसत 9 है, अब प्रत्येक संख्या में 2 से भाग दे दिया जाए, तो इन संख्याओं का औसत क्या होगा?
(a) 6 (b) 9 (c) 7.5 (d) 4.5

10. यदि 17 संख्याओं में प्रथम 9 का औसत 20 है। इनमें अंतिम 9 संख्याओं का औसत 16 है। सभी संख्याओं का औसत 18 है तो 9वाँ संख्या बताएँ।
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

11. किसी कक्षा में 20 छात्र हैं, जिनकी औसत आयु 20 वर्ष है, 10 छात्र के आ जाने से औसत 35 वर्ष हो जाता है, तो नए छात्र का औसत आयु बताएं।
(a) 56 वर्ष (b) 64 वर्ष (c) 62 वर्ष (d) 65 वर्ष

12. किसी कक्षा में 10 छात्र है, जिनका औसत वजन 20 kg है, 3 छात्र के चले जाने से औसत वजन 25kg हो जाता है, तो नए छात्रों का औसत वजन बताएँ।
(a) 9kg (b) $8\frac{2}{3}kg$ (c) 8kg (d) $8\frac{1}{3}kg$

13. 10 व्यक्ति के औसत वजन में 2 kg की वृद्धि, तब हो जाती है, जब 40 kg के व्यक्ति की जगह नया व्यक्ति आ जाता है। नए व्यक्ति का वजन क्या होगा?
(a) 20 kg (b) 40kg (c) 60kg (d) 80kg

14. 10 छात्र का औसत वजन 20 kg है। तीन छात्र के चले जाने से औसत वजन 25 kg हो जाता है। तीन छात्रों का औसत वजन क्या था?
(a) $8\frac{1}{3}kg$ (b) $4\frac{2}{3}kg$ (c) $6\frac{1}{3}kg$ (d) $8\frac{2}{3}kg$

15. पाँच विद्यार्थियों के गणित में प्राप्त अंकों का औसत 50 पाया गया। बाद में पता चला कि एक विद्यार्थी का प्राप्तांक 48 के स्थान पर गलती से 84 अंकित हो गया, तो सही औसत क्या होगा?
(a) 48.2 (b) 44.4 (c) 42.2 (d) 42.8

16. तीन संख्याओं में से पहली संख्या दूसरी की दोगुनी तथा दूसरी संख्या तीसरी की तीन गुनी है। यदि तीन संख्याओं का औसत 10 हो, तो सबसे बड़ी संख्या क्या होगी?
(a) 10 (b) 18 (c) 30 (d) 15

17. एक सायकल सवार 50 km/h की गति से कुछ दूरी तय करता है तथा 60km/h की गति से वापस आता है, उसकी औसत गति ज्ञात कीजिए।
(a) 50km/h (b) 111km/h
(c) 55km/h (d) 60km/h

18. किसी कक्षा में 10 छात्रों की औसत आयु 15 वर्ष है। जब 4 छात्र और आ जाते हैं, तो औसत आयु 1 वर्ष बढ़ जाती है। नए छात्रों की कुल आयु क्या है?
(a) 54 वर्ष (b) 74 वर्ष (c) 64 वर्ष (d) 47 वर्ष

19. किसी कक्षा में 10 छात्रों की औसत आयु 15 वर्ष है। जब 10 छात्र और आ जाते हैं, तो औसत आयु 2 वर्ष घट जाती है। नए छात्रों की कुल आयु क्या है?
(a) 55 वर्ष (b) 110 वर्ष (c) 150 वर्ष (d) 47 वर्ष

20. किसी कक्षा में 20 छात्रों की औसत आयु 12 वर्ष है। जब 10 छात्र और आ जाते हैं, तो औसत आयु 2 वर्ष घट जाती है, नए छात्रों की औसत आयु बताएँ।
(a) 8 वर्ष (b) 9 वर्ष (c) 6 वर्ष (d) 4 वर्ष

21. चार धनात्मक पूर्णांकों का औसत 72.5 है। सबसे बड़ा पूर्णांक 117 और सबसे छोटा पूर्णांक 15 है। शेष दो पूर्णांकों के बीच का अन्तर 12 है। इन दो शेष पूर्णांकों में बड़ा पूर्णांक कौनसा है।
(a) 85 (b) 80 (c) 75 (d) 70

22. एक दिवसीय क्रिकेट टीम के कप्तान ने उसी टीम के शेष अन्य 6 बल्लेबाजों के औसत रनों से 30 रन अधिक बनाए। यदि उस टीम के सभी बल्लेबाजों के बनाए गए रनों की संख्या 310 हो, तो कप्तान द्वारा बनाए गए रनों की संख्या कितनी है?
(a) 60 रन (b) 40 रन (c) 70 रन (d) 75 रन

23. 7 संख्याओं में से प्रथम चार का औसत 4 है तथा अंतिम 4 संख्याओं का औसत 3 है। इन सभी संख्याओं का औसत 3 है, तो चौथी संख्या क्या है?
(a) 6 (b) 5 (c) 8 (d) 7

24. 13 संख्याओं का औसत 68 है। पहली 7 संख्याओं का औसत 63 है। अंतिम 7 संख्याओं का औसत 70 है तो 7वीं संख्या क्या है?
(a) 47 (b) 48 (c) 46 (d) 45

25. 6 सदस्यों वाले एक परिवार की औसत आयु 25 वर्ष है। परिवार के 45 वर्ष के एक सदस्य के निधन के बाद परिवार की औसत आयु क्या होगी?
(a) 12 वर्ष (b) 21 वर्ष (c) 22 वर्ष (d) 23 वर्ष

ANSWERS

1. (C) 2. (B) 3. (D) 4. (B) 5. (A) 6. (D)
7. (A) 8. (B) 9 (D) 10. (D) 11. (D) 12. (D)
13. (C) 14. (A) 15.(D) 16. (B) 17. (C) 18. (B)
19. (B) 20.(*) 21. (C) 22. (D) 23. (A) 24. (D)
25. (B)

प्रतिशत (Percentage)

प्रतिशत (Percentage)

प्रतिशत एक भिन्न है, जिसका हर 100 तथा अंश वही संख्या होती है, जिसका प्रतिशत ज्ञात करना होता है। इसे '%' चिन्ह से निरूपित किया जाता है।

Example : 17 प्रतिशत का अर्थ, 17% होता है।

तथा 17% $= \frac{17}{100}$ होगा।

- किसी भी भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा किया जाता है।

Example: $\frac{3}{4}$ को प्रतिशत में बदलने पर $\rightarrow \frac{3}{4}\times100=75\%$

- किसी भी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग दिया जाता है-

Example : $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

नोट- यदि भिन्न दशमलव के रूप में रहे या प्रतिशत दशमलव प्रतिशत के रूप में रहे तो सर्वप्रथम दशमलव भिन्न या दशमलव प्रतिशत को साधारण भिन्न या साधारण प्रतिशत भिन्न में बदल लें।

Example : 0.45 को $\frac{45}{100}$ या $\frac{9}{20}$ लिखें।

पुन: इसे प्रतिशत में बदलें।

अर्थात् $\frac{9}{20}$ x $100 = 45\%$

अथवा $0.50\% = \frac{50}{100}\% = \frac{1}{2}\% = \frac{1}{2}\text{ x }\frac{1}{100} = \frac{1}{200}$

- यदि a का b% निकालना हो, तो - $\frac{a\text{ x }b}{100}$ होगा।

Example : 0.5 का 10% $= \frac{0.5\text{x}10}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

- यदि प्रश्न के पूछने का तरीका इस प्रकार हो कि a, b का कितना प्रतिशत है, तो अभीष्ट परिणाम $= \frac{a}{b}\text{x}100\%$ अथवा b, a का कितना प्रतिशत है, तो $= \frac{b}{a}\text{x}100\%$

Example: $\frac{5}{2}$, 10 का कितना प्रतिशत है?

$= \left[\frac{5/2}{2}\right]\text{x}100 = \frac{5}{20}\text{x}100 = 25\%$

Some Important TRICKS

Trick (1): यदि x रु. के समान की कीमत में y% की वृद्धि/कमी हो,

तो सामान की नई कीमत = x x $\frac{100\pm y}{100}$

नोट: वृद्धि में "+" और कमी में "-" चिन्ह का प्रयोग करें।

Example- 50 रु. की कलम की कीमत 10% घट जाती है। कलम की वर्तमान कीमत क्या होगी?

Tricky Sol" : वर्तमान कीमत $= \frac{50(100-10)}{100} = 45$ रु.

Trick (2): यदि a, b से x% अधिक/कम है, तो b, a से कितना प्रतिशत कम/अधिक होगा?

अभीष्ट परिणाम $= \frac{x\text{ x }100}{100\pm x} = \%$

Example- यदि A, B से 20% अधिक है तो B, A से कितना प्रतिशत कम है?

Tricky Sol" : B की A से % कमी $= \frac{100\text{ x }20}{100+20} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\%$

नोट- अधिक वाला में "+" और कम वाला में "-" का प्रयोग करें।

Trick (3): यदि किसी राशि को a% और b% बढ़ाया/कम किया जाए,

तो कुल प्रतिशत बढ़ोतरी/ कमी $= \left(a+b\pm\frac{ab}{100}\right)\%$

नोट- प्रतिशत वृद्धि में "+" और कम वाला में "-" का प्रयोग करें।

Example- किसी धन को पहले 10% पुन: 20% बढ़ा दिया जाता है। धन की कुल प्रतिशत बढ़ोतरी बतावें।

Tricky Sol": अभीष्ट % बढ़ोतरी $= \left(10+20+\frac{10\text{ x }20}{100}\right) = 32\%$

Trick (4): यदि किसी वस्तु की कीमत में पहले a% की वृद्धि फिर b% की कमी की जाए तो कुल प्रतिशत वृद्धि या कमी

$= \left[(a-b)-\frac{ab}{100}\right]\%$

नोट- परिणाम ऋणात्मक आने पर प्रतिशत कमी और परिणाम धनात्मक आने पर प्रतिशत वृद्धि होगी।

KOTHARI INSTITUTE

Example- किसी व्यक्ति के वेतन में पहले 40 % की कमी कर दी गई, फिर 40% की वृद्धि कर दी गई तो व्यक्ति को प्राप्त वेतन में कितना प्रतिशत का लाभ या हानि होगी?

वेतन में प्रतिशत कमी/ वृद्धि =

$(40-40)-\frac{40 \times 40}{100}=16\%$ अर्थात् 16% कमी

Trick (5): यदि किसी वस्तु की कीमत a रु. /kg से बढ़कर b रु./kg हो जाए, तो खपत में प्रतिशत कमी ताकि खर्च पूर्ववत रहे

$=\left(\frac{b-a}{b} \times 100\right)\%$

Example- चीनी की कीमत 30 रु. / किलो से बढ़कर 40 रु. / किलो हो जाती है, तो उपभोक्ता खपत में क्या प्रतिशत कमी करें ताकि खर्च पूर्ववत रहे?

Tricky Sol" : खर्च में % कमी = $\frac{40-30}{40} \times 100 = 25\%$ कमी

EXERCISE

1. नमक की कीमत में 10% की वृद्धि हो जाने पर खपत में कितनी कमी की जाए कि खर्च में वृद्धि ना हो?
(a) $9\frac{3}{7}\%$ (b) $10\frac{1}{11}\%$ (c) $8\frac{1}{11}\%$ (d) $9\frac{1}{11}\%$

2. आलू की कीमत में 25% की कमी हो जाने पर खपत में कितनी वृद्धि की जाए कि खर्च पूर्ववत रहे?
(a) $32\frac{1}{3}\%$ (b) $31\frac{1}{3}\%$ (c) $33\frac{1}{3}\%$ (d) $34\frac{1}{3}\%$

3. यदि राम की आय मोहन की आय से 49% अधिक है, तो मोहन की आय राम की आय से कितने प्रतिशत कम है?
(a) $32\frac{132}{159}\%$ (b) $32\frac{32}{149}\%$ (c) $32\frac{132}{149}\%$ (d) $32\frac{32}{49}\%$

4. यदि राम 40 रु. और श्याम 50 रु. रोजाना कमाता है, तो दोनों की मासिक आय के योग का कितना प्रतिशत दोनों के मासिक आय का अन्तर है?
(a) $11\frac{1}{9}\%$ (b) $9\frac{1}{11}\%$ (c) 11% (d) 9%

5. किसी परीक्षा में राम 40% अंक लाता है और 20 अंक से अनुतीर्ण हो जाता है। उसी परीक्षा में सोहन 60% अंक लाता है, तो उत्तीर्णांक से 20 ज्यादा है।
(a) 150 (b) 200 (c) 300 (d) 250

6. किसी परीक्षा में A, 20% अंक लाने पर भी 20 अंक से अनुत्तीर्ण हो जाता है, जबकि B, 30% अंक लाने पर उत्तीर्णांक से 30 अंक ज्यादा पा जाता है। परीक्षा का उत्तीर्णांक बताएँ।
(A) 24% (B) 42% (c) 32% (d) 34%

7. किसी परीक्षा में समान पूर्णांक वाले 5 पेपर में किसी छात्र ने क्रमशः 6 : 7 : 8 : 9 : 10 के अनुपात में अंक प्राप्त किये। यदि उसका कुल प्राप्तांक 60% है, तो उसने कितने पेपरों में 50% से अधिक अंक पाए?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

8. वर्ष 1998 की समाप्ति के समय सेफर्ड 9 दर्जन बकरी खरीदता है। यदि प्रत्येक वर्ष के शुरू में वह P% बकरी खरीदता है और प्रत्येक वर्ष के अंत में q% बकरी बेचता है, तो वर्ष 2002 के अंत में उसके पास 9 दर्जन बकरी बच जाती हैं तो निम्न में से कौनसा कथन सही है-
(a) $p = q$ (a) $p > q$ (c) $p < q$ (d) $p = \frac{q}{2}$

9. किसी धनराशि के 12% का मान 108 रु. है, वह राशि है-
(a) 600 रु. (b) 800 रु. (c) 900 रु. (d) 9000 रु.

10. किसी राशि में 10% घटाव करके और फिर शेष में से 20% घटाव करके 360 रुपए बच गए, मूल राशि क्या थी?
(a) 600 रु. (b) 550 रु. (c) 500 रु. (d) 450 रु.

11. किसी परीक्षा में एक परीक्षार्थी ने 20% अंक प्राप्त किये और वह 10 अंकों से अनुतीर्ण रह गया। एक दूसरे परीक्षार्थी ने 42% अंक प्राप्त करके न्यूनतम उत्तीर्णांक से एक अंक अधिक प्राप्त किया। न्यूनतम उत्तीर्णांक क्या है?
(a) 20 (b) 22 (c) 24 (d) 25

12. दो संख्याओं के वर्गों का अन्तर उनके वर्गों के योगफल के 80% के बराबर है। बड़ी संख्या का छोटी संख्या से अनुपात है-
(a) 5 : 2 (b) 2 :5 (c) 3 : 1 (d) 1 : 3

13. किसी राज्य में बिजली की खपत में 15% की वृद्धि हुई है, जबकि बिजली के मूल्य में 12% की कमी की गई है। इससे राज्य के राजस्व पर कितना प्रभाव पड़ेगा?
(a) ना वृद्धि ना कमी (b) 3% वृद्धि
(c) $\frac{6}{5}\%$ कमी (d) $\frac{6}{5}\%$ वृद्धि

14. A की आय, B की आय से 10% अधिक है। यदि B की आय A की आय से x% कम हो, तो x का मान होगा-
(a) $9\frac{6}{5}$ (b) $10\frac{1}{11}$ (c) 11 (d) 10

15. खाना पकाने की तेल के कीमत में 25% की वृद्धि की गई है। कोई परिवार खाने के तेल की खपत कितने प्रतिशत कम कर दे कि इस मद में कोई व्यय नहीं बढ़े?
(a) 20 % (b) 25% (c) 18% (d) 16%

ANSWERS

1. (d)	2. (c)	3. (c)	4. (a)	5. (b)
6. (a)	7. (d)	8. (a)	9. (c)	10. (c)
11. (a)	12. (c)	13. (d)	14. (a)	15. (a)

लाभ-हानि एवं बट्टा (Profit-Loss and Discount)

क्रय-मूल्य (Cost Price)- किसी सामग्री को खरीदने पर जिस राशि का भुगता करना होता है सामग्री का क्रय-मूल्य कहलाता है।

विक्रय-मूल्य (Selling Price)- जिस मूल्य पर किसी सामग्री को बेचा जाता है, वही मूल्य उन सामग्री का विक्रय-मूल्य कहलाता है।

Example: राम ने एक गाय 400 रु. में खरीदी तथा 576 रु. में बेच दी तो यहाँ
गाय का क्र.मू. = 400 रु. और
गाय का वि.मू. = 576 रु. है।

किसी भी व्यापार में दो प्रमुख्य शर्ते होती हैं-

(i) लाभ (Profit) (ii) हानि (Loss)

(i) लाभ (Profit)- जब किसी वस्तु का विक्रय-मूल्य, क्रय-मूल्य से अधिक होता हो, तो ऐसी स्थिति में लाभ होता है और

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

Example : यदि एक कलम का क्र.मू. 4 रु. और वि.मू. 5 रु. हो तो, यह पाया जाता है कि वि.मू. > क्र.मू.
अतः लाभ होगा और
लाभ = वि.मू. - क्र.मू. = 5 - 4 = 1 रु.

(ii) हानि (Loss)- जब किसी वस्तु का विक्रय-मूल्य, क्रय-मूल्य से कम होता है तो ऐसी स्थिति में हानि होती है और

हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

Example : यदि एक किताब 400 रु. में खरीद कर 300 रु. में बेच दी जाती है तो, यह पाया जाता है कि वि.मू. < क्र.मू.
अतः हानि होगी और हानि
= 400 - 300 = 100 रु.

प्रतिशत लाभ (Profit Percent)- प्रति 100 रु. क्र.मू. पर होने वाला लाभ ही प्रतिशत लाभ है।

Example : 400 रु. क्र.मू. की वस्तु 500 रु. में बेची जाए तो
लाभ = 500 - 400 = 100 रु.

$\because$ 400 रु. क्र.मू. पर लाभ = 100 रु.

$\therefore$ 1 ,, ,, $= \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$ रु.

$\therefore$ 100 ,, ,, $\frac{1}{4} \times 100 = 25$ रु.

$\therefore$ प्रतिशत लाभ = 25%

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्र.मू.}}$$

प्रतिशत हानि (Loss Percent)- प्रति 100 रु. क्र.मू. पर होने वाली हानि ही प्रतिशत हानि है।

Example: 200 रु. क्र.मू. की वस्तु 150 रु. में बेचने पर हानि
= 200 - 1500 = 50 रु.

$\because$ 200 क्र.मू. पर हानि = 50 रु.

$\therefore$ 1 ,, ,, $= \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$ रु.

$\therefore$ 100 ,, ,, $= \frac{1}{4} \times 100 = 25$ रु.

$\therefore$ प्रतिशत लाभ = 25%

$$\text{प्रतिशत हानि} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्र.मू.}}$$

ऊपरी व्यय (Overhead Expenditure)- किसी सामग्री को खरीदने के बाद और बेचने से पहले यदि अतिरिक्त खर्च होता है तो ये खर्च परीव्यय कहलाता है।

* ऊपरीव्यय के अंतर्गत मुख्यतः ढुलाई, मरम्मती, सफाई आदि पर होने वाले खर्च शामिल हैं।

Note : वस्तु का वास्तविक क्र.मू., क्र.मू. के साथ ऊपरीव्यय को जोड़ने देने पर प्राप्त होता है।

Example: यदि 120 रु. में कुर्सी खरीदकर लाने पर किराये के मद में 10 रु. लग जाता है, तो
कुर्सी का वास्तविक क्र.मू. = 120 + 10 = 130 रु.
वास्तविक क्र.मू. = क्र.मू. + ऊपरी व्यय

Example: यदि राम ने एक टेबुल 500 रु. में खरीद कर उसकी मरम्मती पर 50 रु. खर्च करता है। अपने दुकान तक ले जाने के लिए उसे रिक्शा वाले को 25 रु. देना पड़ता है। 450 रु. में बेच देने पर राम को कितना लाभ या हानि होगा?

Sol^n. : टेबुल का क्र.मू. = 500 रु.
टेबुल का वास्तविक क्र.मू. = क्र.मू. + ऊपरी व्यय

$\because$ ऊपरी व्यय = मरम्मती पर खर्च + रिक्शा किराया
= 50 + 25 = 75 रु.

$\therefore$ टेबुल का वास्तविक क्र.मू. = 500 + 75 = 575 रु.

$\therefore$ हानि = वास्तविक क्र.मू. - वि.मू. = 575 - 450
= 125 रु.

KOTHARI INSTITUTE

SOME IMPORTANT FORMULAE

लाभ की स्थिति में

1. लाभ = विक्रय मूल्य- क्रय मूल्य
   (a) वि.मू. = क्र.मू. + लाभ
   (b) क्र.मू. = वि.मू. - लाभ

2. प्रतिशत लाभ = $\frac{\text{लाभ x 100}}{\text{क्र.मू.}}$

   (a) क्र.मू. = $\frac{\text{लाभ x 100}}{\text{प्रतिशत लाभ}}$

   (b) लाभ = $\frac{\text{क्र. मू. x प्रतिशत लाभ}}{100}$

3. वि.मू. = क्र.मू. $\left(1+\frac{\text{\% लाभ}}{100}\right)$

   (a) वि.मू. = क्र.मू. $\left(\frac{100+\text{\% लाभ}}{100}\right)$

   (b) क्र.मू. = $\left(\frac{\text{100 x वि.मू.}}{\text{100+\% लाभ}}\right)$

   (c) % लाभ = $\frac{\text{100 x वि.मू.}}{\text{क्र. मू.}}-100$

   (d) % लाभ = $\frac{\text{100 x वि.मू.-100 x क्र.मू.}}{\text{क्र. मू.}}$

   (e) % लाभ = $\frac{\text{100 (वि.मू.- क्र.मू.)}}{\text{क्र. मू.}}$

हानि की स्थिति में

1. हानि = क्रय मूल्य- विक्रय मूल्य
   (a) वि.मू. = क्र.मू. - हानि
   (b) क्र.मू. = वि.मू. + हानि

2. प्रतिशत हानि = $\frac{\text{हानि x 100}}{\text{क्र. मू.}}$

   (a) क्र.मू. = $\frac{\text{हानि x 100}}{\text{प्रतिशत हानि}}$

   (b) हानि = $\frac{\text{क्र. मू. x प्रतिशत हानि}}{100}$

3. वि.मू. = क्र.मू. $\left(1+\frac{\text{\% हानि}}{100}\right)$

   (a) वि.मू. = क्र.मू. $\left(\frac{100-\text{\% हानि}}{100}\right)$

   (b) क्र.मू. = $\left(\frac{\text{100x वि.मू.}}{\text{100-\% हानि}}\right)$

   (c) % हानि = $\frac{\text{100x क्र.मू.}}{\text{वि.मू.}}-100$

   (d) % हानि = $\frac{\text{100x क्र.मू.- 100x वि.मू.}}{\text{वि.मू.}}$

   (e) % हानि = $\frac{\text{100x क्र.मू.- वि.मू.}}{\text{वि.मू.}}$

अकित मूल्य (Face-Value)- जिस मूल्य पर वस्तु प्रारंभ में बेची जाती है उसे ''सूची मूल्य'' या ''अंकित मूल्य'' कहते हैं।

बट्टा (Discount)- किसी वस्तु के अंकित मूल्य पर जो छूट दी जाती है उसे बट्टा कहते हैं।

व्यापारिक बट्टा (Trading Discount)- जब थोक विक्रेता खुदरा विक्रेता को कोई सामान देता है तो वह उसके साथ एक सूची देता है जिस पर सामान का मूल्य और बट्टा अंकित रहता है। सामान पर उसी हिसाब से बट्टा दिया जाता है।

नगद बट्टा (Cash Discount)- जब व्यापारी किसी सामान पर कुछ शर्त के साथ बट्टा देता है अर्थात् नगद भुगताननपर अधिक छूट, कुछ समय बाद थोड़ी कम छूट, फिर कुछ समय बाद और कम छूट और अंत में छूट समाप्त कर देता है, फिर भी भुगतान न करन पर ब्याज लेता है, तो ऐसा बट्टा नगद बट्टा है।

Example : यदि दुकानदार के सूची पर, 4, $\frac{3}{10}, \frac{n}{25}$ अंकित है, तो इसका अर्थ है कि

KOTHARI INSTITUTE

नगद भुगतान पर 4% छूट

10 दिन तक भुगतान पर 3% छूट

25 दिन तक भुगतान पर कोई छूट नहीं और

25 दिन के बाद भुगतान करने पर ब्याज लगेगा।

ब्याज की शर्त सूची पर अंकित रहता है।

फुटकर बट्टा (Retail Discount)- यदा-कदा व्यापारी को कुछ कम दाम पर सामान बेचना पड़ता है, जिसके लिए वह अतिरिक्त बट्टा देता है, तो ऐसा बट्टा फुटकर बट्टा है।

मौसम परिवर्तन, माल पुराना होना, माल खराब होना, प्रतियोगिता अधिक होना आदि ऐसा करने काप्रमुख कारण होता है।

क्रमिक बट्टा (Successive Discount)- जब किसी वस्तु के अंकित मूल्य पर पहले a%, फिर शेष पर b%, फिर शेष पर c%, ... का बट्टा दिया जाता है तो इस प्रकार का बट्टा क्रमिक बट्टा कहलाता है।

समतुल्य बट्टा (Equivalent Discount)- जब क्रमिक बट्टा को मिलाकर एक पूर्ण बट्टा (छूट) दिया जाता है तो इस प्रकार का बट्टा समतुल्य बट्टा कहलाता है।

Example: यदि 100 रु. अंकित मूल्य के वस्तु पर क्रमशः 20%, 10% और 2% का बट्टा दिया जा रहा है तो-

20% बट्टा के बाद वास्तविक अंकित मूल्य

$= 100 - 100 \times \frac{20}{100} = 80$ रु.

अब 10% बट्टा के बाद वास्तविक अंकित मूल्य

$= 80 - 80 \times \frac{10}{100} = 72$ रु.

अब 2% बट्टा के बाद वास्तविक अंकित मूल्य

$= 72 - 72 \times \frac{2}{100} = 70.56$ रु.

$\therefore$ उपभोक्ता (क्रेता) का क्र.मू. = 70.56 रु.

$\therefore$ क्रेता को प्राप्त बट्टा = 100 - 70.56 = 29.44%

अर्थात् 20%, 10%, और 2% का समतुल्य बट्टा = 29.244%

Note : (i) ब्याज मूलधन पर जबकि बट्टा अंकित मूल्य पर दिया जाता है।

(ii) बट्टा हमेशा अंकित मूल्य पर दिया जाता है।

(iii) जब बट्टा न दिया जाए तो अंकित मूल्य ही वि.मू. होता है।

Some Important FORMULAE

1. वि.मू. = अंकित मूल्य - बट्टा

(a) अंकित मूल्य = विक्रय मूल्य + बट्टा

(b) बट्टा = अंकित मूल्य - विक्रय मूल्य

2. छूट या बट्टा की दर = $\frac{\text{अंकित मूल्य - वि. मू.}}{\text{अंकित मूल्य}} \times 100$

(a) छूट की दर = $\frac{\text{बट्टा}}{\text{अंकित मूल्य}} \times 100$

(b) अंकित मूल्य = $\frac{\text{बट्टा}}{\text{बट्टा की दर}} \times 100$

(c) बट्टा = $\frac{\text{बट्टा की दर} \times \text{अंकित मूल्य}}{100}$

Some Important TRICKS

Trick-(1): यदि किसी वस्तु को x रु. में बेचने पर उतना ही लाभ मिलता है जितनी y रु. में बेचने पर हानि होती है, तो

वस्तु का क्र.मू. $\frac{x+y}{2}$

Example - एक वस्तु को 50 रु. में बेचने पर जितना लाभ मिलता, 30 रु. में बेचने पर उतना ही हानि होती है, तो वस्तु का क्रय मूल्य क्या था?

Tricky Sol^n : क्र.मू. $= \frac{50+30}{2} = 40$

Trick-(2): यदि दो वस्तुओं का वि.मू. समान हो और एक को x% लाभ तथा दूसरे को x% हानि पर बेचा जाता हो, तो हमेशा हानि ही होगी।

% हानि $= \frac{x^2}{100}\%$

Example- दो मोटरकार में से प्रत्येक को 9900 रु. बेच दिया जाता है। यदि पहले पर 10% का लाभ और दूसरे पर 10% की हानि होती है, तो व्यापार में होने वाला कुल प्रतिशत लाभ या हानि बतावें।

Tricky Sol^n : अभीष्ट प्रतिशत हानि $= \frac{(10)^2}{100} = \frac{10 \times 10}{100} = 1\%$

Trick -(3): किसी वस्तु को x% हानि के बनिस्पत y% लाभ पर बेचा जाता है, तो z रु. अधिक प्राप्त होता है, तो

वस्तु का क्र.मू. $= \frac{z}{x+y} \times 100$

Example - एक व्यापारी ने एक वस्तु $2\frac{1}{2}\%$ की हानि पर बेची। यदि वह इसे 100 रु. अधिक में बेचता, तो उस पर उसे $7\frac{1}{2}\%$ का लाभ होता। वस्तु का क्र.मू. क्या है?

KOTHARI INSTITUTE

Tricky Sol^n:

$$\text{वस्तु का क्र.मू.} = \frac{\frac{100}{2\frac{1}{2}+7\frac{1}{2}}}{} = \frac{100\times100}{10} = 1000 \text{ रु.}$$

Trick-(4): किसी वस्तु को x % लाभ पर बेचा जाता है। यदि a रु. अधिक में बेचा जाता तो y% का लाभ होता, तो

$$\text{वस्तु का क्र.मू.} = \frac{a}{y-x}\times 100$$

Example - एक वस्तु को 10% लाभ पर बेचा जाता है। यदि वस्तु को 40 रु. अधिक में बेचा जाता है, तो लाभ 5% होता है। वस्तु का क्र.मू. क्या था?

Tricky Sol^n : $\text{क्र.मू.} = \frac{40}{15-10}\times 100 = 800$ रु.

Trick-(5): यदि किसी वस्तु को x रु. में बेचने पर प्राप्त लाभ y रु. में बेचने पर प्राप्त हानि का n गुना हो, तो

(a) $\text{वस्तु का क्र.मू.} = \frac{x+ny}{n+1}$

(b) $\text{हानि} = n\left(\frac{x-y}{n+1}\right)$

Example - एक वस्तु 570 रु. में बेचने पर प्राप्त लाभ 490 रु. में बेचने पर प्राप्त हानि का 3 गुना है। वस्तु का क्र. मूल्य क्या था?

Tricky sol^n : $\text{क्र.मू.} = \frac{570+3\times490}{3+1} = \frac{2040}{4} = 510$ रु.

Trick-(6): यदि किसी वस्तु को a रु. में बेचने पर x% की हानि होती है, तो y% लाभ के लिए वस्तु का विक्रय-मूल्य

$$= \frac{100+y}{100-x}\times a$$

Example - एक वस्तु को 931 रु. में बेचने पर 5% की हानि होती है, यदि इसे 3.5% लाभ पर बेचा जाए, तो इसके संभावित विक्रय मूल्य की गणना कीजिए।

Tricky Sol^n : $\text{वस्तु का वि.मू.} = \frac{100+3.5}{100-5}\times 931 = 1014.30$ रु.

Trick - (7) : यदि किसी वस्तु को a रु. में बेचने पर x% का लाभ होता है, तो y% लाभ के लिए वस्तु का विक्रय मूल्य

$$= \frac{100+y}{100+x}\times a$$

Example- एक वस्तु अपने क्र.मू. के 5% लाभ पर 12600 रु. में बेची गई। लाभ प्रतिशत क्या होता यदि इसे 13200 रु. में बेचा जाता है?

Tricky Sol^n : $13200 = \frac{100+y}{100+5}\times 12600, \Rightarrow y = 10\%$

Trick-(8): यदि A वस्तु का क्र.मू. B वस्तु के वि.मू. के बराबर हो,

(a) $\% \text{ लाभ} = \frac{A-B}{B}\times 100$ (यदि $A > B$)

(b) $\% \text{ हानि} = \frac{B-A}{B}\times 100$

Example- यदि 12 संतरों का क्र.मू. 10 संतरों के वि.मू. के बराबर हैं, तो लाभ प्रतिशत है-

Tricky sol^n: $\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{12-10}{10}\times 100 = \frac{200}{10} = 20\%$

Trick-(9): यदि a वस्तु को बेचने पर b वस्तु के वि.मू. के बराबर लाभ हो, तो-

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{b}{a-b}\times 100$$

Example - 14 वस्तु को बेचने पर 2 वस्तु के वि.मू. के समान लाभ होता है, तो व्यापार की प्रतिशत लाभ बतावें।

Tricky sol^n : $\%\text{ लाभ} = \frac{2}{14-2}\times 100 = \frac{200}{12} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\%$

Tricky-(10): यदि वस्तु की कीमत x% घटने से बिक्री y% बढ़ जाती है, तो बिक्री पर प्रभाव

$$= \left[-x+y\frac{x\times y}{100}\right]\%$$

Example - फिल्म का टिकट मूल्य में 10% की कमी होने से दर्शक की संख्या में 12% की वृद्धि हो जाती है। राजस्व पर पड़ने वाला प्रभाव क्या होगा?

Tricky sol^n : $\text{प्रभाव}\left[-10+12-\frac{10\times12}{100}\right]$

$= 2 - 1.2 = 0.8\%$ वृद्धि

Trick-(11): यदि वस्तु की कीमत x% घटने से बिक्री x% बढ़ जाती है, तो बिक्री पर प्रभाव $= \left[\frac{y^2}{100}\right]\%$ कमी

Example- फिल्म के टिकट मूल्य में 205 की कमी होने से दर्शक के आगमन में 20% की वृद्धि हो जाती है, तो बिक्री पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

Tricky Sol^n : $\text{बिक्री पर प्रभाव} = \frac{(20)^2}{100}\%$ कमी $= 4\%$ कमी

Trick-(12): यदि किसी वस्तु को x रु. में बेचने पर y% का लाभ या हानि हो, तो वस्तु का क्रय मूल्य-

(a) क्र.मू. $= \frac{x \times 100}{100 + y}$ (जब y% लाभ हो)

(b) क्र.मू. $= \frac{x \times 100}{100 - y}$ (जब y% हानि हो)

Example- किसी वस्तु को 900 रु. में बेचने पर 10% हानि होती है। वस्तु का क्र.मू. बतावें।

Tricky Sol^n : क्र.मू. $= \frac{900 \times 100}{100 - 10} = 1000$ रु.

Trick-(13): यदि किसी वस्तु को x रु. और y रु. में बेचने पर क्रमशः a% लाभ/हानि तथा b% लाभ/हानि होता है, तो-

$$\frac{x}{y} = \frac{100 \pm a}{100 \pm b}$$

Note: हानि में (-) और लाभ में (+) का प्रयोग करें।

Example- किसी वस्तु को 50 रु. में बेचने पर हानि की प्रतिशतता वही है, जो उसे 70 रु. में बेचने पर लाभ की प्रतिशतता है। उस वस्तु पर परोक्त लाभ या हानि की प्रतिशतता क्या है?

Tricky Sol^n : $\frac{50}{70} = \frac{100 - y}{100 + y} \Rightarrow 7(100 - y) = 5(100 + y)$

$\Rightarrow y = 16\frac{2}{3}\%$

Trick-(14): यदि a वस्तु b रु. में खरीदकर b वस्तु a रु. में बेचा जाता है, तब

(a) प्रतिशत लाभ $= \frac{a^2 - b^2}{b^2} \times 100$

(b) प्रतिशत हानि $= \frac{b^2 - a^2}{b^2} \times 100$

Example- 80 वस्तु 120 रुपये में खरीद कर 120 वस्तु 80 रु. में बेचने पर कितना प्रतिशत लाभ/हानि होगा?

Tricky Sol^n : अभीष्ट प्रतिशत हानि $= \frac{(120)^2 - (80)^2}{(120)^2} \times 100$

$= \frac{800000}{14400} = 55.55\%$

Trick-(15): यदि a वस्तु को x रु. में खरीदकर b वस्तु को y रु. में बेचा जाता है, तो-

(a) प्रतिशत लाभ $= \frac{ya - xb}{xb} \times 100$

(b) प्रतिशत हानि $= \frac{xb - ya}{xb} \times 100$

Example- 4 वस्तु को 500 रु. में खरीद कर 5 वस्तु को 555 रु. में बेचा जाता है। होने वाला प्रतिशत लाभ/हानि बतावें।

Tricky Sol^n : अभीष्ट लाभ $= \frac{500 \times 5 - 4 \times 555}{500 \times 5} \times 100$

$= \frac{280}{25} = 11.2\%$

Trick-(16): अगर दुकानदार a ग्राम के बाट के जगह b ग्राम के वाट का प्रयोग करता है, तो (जहाँ a > b)

उसका प्रतिशत लाभ $= \frac{a - b}{b} \times 100$

Example- एक विक्रेता अपने सामान को क्र.मू. पर ही बेचता है परन्तु 1 kg की जगह 800gm ही बेचता है। उसका प्रतिशत लाभ ज्ञात करें।

Tricky sol^n: दुकानदार का प्रतिशत लाभ

$= \frac{1000 - 800}{800} \times 100$

$= \frac{200 \times 100}{800} = 25\%$

Note : ∵ 1 kg = 1000gm

Trick-(17): यदि दो वस्तुओं का कुल क्र.मू. x रु. हो। इनमें से एक को a% लाभ पर तथा दूसरे को b% हानि पर बेचा जाता है यदि दोनों का विक्रय-मूल्य समान हो, तो-

(a) लाभ पर बिके वस्तु का क्र.मू.$= \frac{x(100 - b)}{(200 + a - b)}$

(b) हानि पर बिक वस्तु का क्र.मू. $= \frac{x(100 + a)}{(200 + a - b)}$

Example - दो घड़ियों का कुल क्र.मू. 3000 रु. है। एक घड़ी को 15% लाभ पर तथा दूसरी को 10% हानि पर बेचने पर पूरे माल पर न लाभ है न हानि। इन घड़ियों का क्र.मू. क्रमशः होगा-

Tricky Sol^n: पहली का क्र.मू. $= \frac{10}{15 + 10} \times 3000 = 1200$ रु.

दूसरी का क्र.मू. $= \frac{15}{15 + 10} \times 3000 = 1800$ रु.

KOTHARI INSTITUTE

Trick-(18): यदि A किसी वस्तु को x% लाभ/हानि पर B को, तथा B उसी वस्तु को y% लाभ/हानि पर C को बेच देता है, तो C का क्र.मू.

$$= \text{A का क्र.मू.} \times \left(\frac{100+x}{100}\right)\left(\frac{100\pm y}{100}\right)$$

Note : **लाभ की स्थिति में (+) और हानि की स्थिति में (-) का प्रयोग करें।**

Example- राम ने 120 रु. की अपनी घड़ी 10%+ के लाभ पर श्याम को बेच दिया। श्याम ने उसे मोहन को 20% लाभ पर बेचा। मोहन ने वह घड़ी कितने रूपये में खरीदी?

Tricky Sol^n : मोहन का क्र.मू. $= 120\left(\frac{100+10}{100}\right)\left(\frac{100+20}{100}\right)$

$$= \frac{12\times11\times6}{5} = 158.4$$

Trick-(19): यदि किसी वस्तु को बेचने पर a% लाभ होता है। इसी वस्तु को b% कम में खरीदकर c रु. कम या अधिक में बेचने पर d% लाभ होता है तो-

$$\text{वस्तु का क्र.मू.} = \frac{10000c}{100(d+a-b)+bd} \text{ रु.}$$

Example- एक दुकानदार धूप का चश्मा 25% लाभ पर बेचता है। यदि वह उसको 25% कम मूल्य पर खरीदता और 10 रु. कम पर बेचता है, तो उसे 40% लाभ होता तो चश्में का क्र.मू. ज्ञात करें।

Tricky Sol^n : क्र.मू. $= \frac{10000\times10}{100[25+25-40]+25\times40} = 50$ रु.

Trick-(20): यदि किसी वस्तु को a रु. के स्थान पर b रु. में बेचने पर लाभ/हानि में c% की वृद्धि/कमी हो जाती है तो-

$$\text{वस्तु का क्र.मू.} = \frac{100(a-b)}{c} \text{ रु.}$$

<u>**Note:**</u> जब a > b तो a -b, जब b > a तो b-a का प्रयोग करें।

Example- किसी मेज को 400 रु. के स्थान पर 350 रु. में बेचने से हानि में 5% की वृद्धि हो जाती है। उस मेज का क्र.मू. है-

Tricky Sol^n : क्र.मू. $= \frac{100(400-35)}{5} = \frac{100\times50}{5} = 1000$ रु.

EXERCISE

1. एक सामान को 84 रु. में बेचने पर दुकानदार को 20% हानि होती है। यदि वह उसे 126 रु. में बेचे तब उसे कितना प्रतिशत लाभ होगा?
   (A) 10% (B) 20% (C) 30% (D) 40%

2. किसी भूखण्ड को 45000 रु. में बेचने पर एक व्यक्ति को 10% की हानि होती है। 15% का लाभ प्राप्त करने के लिए वह उसे किस मूल्य पर बेचे?
   (A) 55500 रु. (B) 57500 रु.
   (C) 58500 रु. (D) 56500 रु.

3. एक सिलाई मशीन 7% बिक्री कर सहित 1391 रु. में मिलती है। यदि बिक्री कर बढ़कर 10% हो जाता है, तो सिलाई मशीन का वि.मू. क्या है?
   (A) 1430 रु. (B) 1440 रु.
   (C) 1530 रु. (D) इनमें से कोई नहीं

4. यदि 21 वस्तुओं का क्र.मू. 18 वस्तुओं के वि.मू. के बराबर है, तो लाभ प्रतिशत है-
   (A) $16\frac{2}{3}\%$ (B) $15\frac{2}{3}\%$ (C) $18\frac{2}{3}\%$ (D) $18\frac{3}{2}\%$

5. एक व्यक्ति ने 4 रु. की 6 की दर से पेंसिलें खरीदी और उन्हें 6 रु. में 4 की दर से बेच दिया। इस सौदे में उसको कितना लाभ मिला?
   (A) 25% (B) 50% (C) 100% (D) 125%

6. 400 कलमों में से 320 को बेचने पर राज ने पाया कि उसे 400 कलमों की कुल लागत प्राप्त हो गई। प्रतिशत में उसका लाभ कितना है?
   (A) 20% (B) 25%
   (C) 50% (D) इनमें से कोई नहीं

7. 5 कलमों का मूल्य 8 पेन्सिल के बराबर है और 30 पेन्सिलों का मूल्य तीन पाठ्य पुस्तकों के बराबर है। 50 कलमों के बदले में कितनी पाठ्य-पुस्तकें प्राप्त की जा सकती है?
   (A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10

8. एक दुकादनर 30 रुपये प्रति वस्तु की दर से 245 वस्तु खरीदता है तथा उस पर 980 रु. भाड़ा पर खर्च करता है और 1470 रु. वस्तु के पैकिंग पर खर्च करता है। वह 50 रु. प्रति वस्तु की दर से सामान को बेचता है, तो लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
   (A) 20% (B) 30% (C) 25% (D) 50%

ANSWERS

1. (B) 2. (B) 3. (A) 4. (A) 5. (D)
6. (B) 7. (C) 8. (C)

●●●●

KOTHARI INSTITUTE

अनुपात - समानुपात (Ratio & Proportion)

अनुपात (Ratio)

जब दो सजातीय राशियों के संबंध को इस प्रकार प्रकट किया जाए कि एक राशि, दूसरे राशि का कितना गुणा या कौनसा भाग है, तो राशियों का यह संबंध अनुपात कहलाता है।

Example : 9 रु. और 6 रु. के बीच का अनुपात है-

Sol''. : $\frac{9\text{ rs.}}{6\text{ rs.}} = \frac{3}{2}$, अर्थात् 3 : 2

अनुपात के गुण-

(i) दो सजातीय राशियों के बीच की तुलना को " : " चिन्ह द्वारा दिखाया जाता है।

(ii) अनुपात में पहला पद को पूर्व पद (anecedent) तथा दूसरे पद को अन्तिम पद (consequent) कहते हैं।

(iii) दो राशियों का अनुपात एक भिन्न होता है।

(iv) अनुपात में पूर्व पद अंश तथा अंतिम पद हर होता है।

(v) अनुपात की कोई इकाई नहीं होती है।

समानुपात (Proportion)

यदि दो अनुपात आपस में एक-दूसरे के समान हो, तो एक अनुपात, दूसरे अनुपात का समानुपाती होता है। समानुपात को (: :) चिन्ह के द्वारा सूचित किया जाता है।

Example : यदि पहला अनुपात a : b के रूप में रहे तथा दूसरा c : d के रूप में हो, और दोनों अनुपात आपस में समान हो, तो हम लिख सकते हैं कि - a : b :: c : d

नोट- : a : b और c : d को समानुपात के रूप में दर्शाने के पूर्व दोनों अनुपात को जाँच कर पता करें कि वो आपस में समान है या नहीं।

Example : 1 : 2 :: 2 : 4 लिखने के पूर्व देखें कि

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

अत: हम लिख सकते हैं कि 1 : 2 :: 2 : 4

परन्तु 1 : 2 :: 2 : 3 में

$\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ अत: इन दोनों के बीच समानुपात चिन्ह लिखना गलत होगा।

अनुपात के प्रकार

1. **प्रतिलोमानुपात (Inverse Ratio)-** किसी दो अनुपात में पहले अनुपात का पहला पद तथा दूसरे अनुपात का दूसरा पद एवं पहले अनुपात का दूसरा पद तथा दूसरे अनुपात का पहला पद आपस में समान हो, तो वे अनुपात एक-दूसरे के प्रतिलोम होते हैं।

   Example : यदि पहला अनुपात = 2 : 3 और दूसरा अनुपात 3:2 हो तो दोनों अनुपात एक-दूसरे के प्रतिलोम है

2. **वर्गानुपात (Duplicate Ratio)-** यदि किसी अनुपात के दोनों पदों को अलग-अलग वर्ग करके नया अनुपात बनाया गया हो, तो ऐसा अनुपात पहले अनुपात का वर्गानुपात कहलाता है।

   Example : यदि पहला अनुपात = 1 : 3 और दूसरा अनुपात 1 : 9 हो तो देखा जाता है कि - $(1)^2, (3)^2 = 1:9$ है

3. **वर्गानुलानुपात (Sub-Duplicate Ratio)-** यदि किसी अनुपात के दोनों को अलग-अलग घन (Cube) करके नया अनुपात बना हो, तो ऐसा अनुपात पहले अनुपात का घनानुपात कहलाता है

   Example : यदि पहला अनुपात = 1 : 4 और दूसरा अनुपात 1 : 2 हो, तो देखा जाता है कि -

   $\sqrt{1} : \sqrt{4} = 1:2$

   अत: दूसरा अनुपात पहले अनुपात का वर्गमूलानुपात है।

4. **घनानुपात (Triplicate Ratio)-** यदि किसी अनुपात के दोनों पदों के अलग-अलग घन (Cube) करके नया अनुपात बना हो, तो ऐसा अनुपात पहले अनुपात का घनानुपात कहलाता है।

   Example : यदि पहला अनुपात = 1 : 2, दूसरा अनुपात 1 : 8 हो, तो यह देखा जाता है कि -

   $(1)^3, : (2)^3 = 1:8$ है।

   अत: दूसरा अनुपात पहले अनुपात का घनानुपात है।

5. **घनमूलानुपात (Sub-Triplicate Ratio)-** यदि किसी अनुपात के दोनों पदों को अलग-अलग घनमूल (Cube-Root) करके नया अनुपात बना हो, तो ऐसा अनुपात पहले अनुपात का घनमूलानुपात कहलाता है।

   Example : यदि पहला अनुपात = 8 : 27, दूसरा अनुपात = 2 : 3 हो, तो यह देखा जाता है कि -

   $\left(\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{27}\right) = 2:3$ है।

   अत: दूसरा अनुपात पहले अनुपात का घनमूलानुपात है।

6. **मिश्र या मिश्रित अनुपात (Compound Ratio)-** दो या दो से अधिक अनुपात के प्रथम पदों को गुणा कर नवनिर्मित अनुपात के पहले के पहले पद तथा अनुपात के प्रथम पदों को गुणा कर नवनिर्मित अनुपात

KOTHARI INSTITUTE

के पहले पद तथा दूसरे पदों को गुणा कर नवनिर्मित अनुपात के दूसरे पद के रूप में दर्शाने की प्रक्रिया ही उन अनुपातों का मिश्र या मिश्रित अनुपात है।

Example : पहला अनुपात = 1 : 2, दूसरा अनुपात 2 : 3 हो, तीसरा अनुपात = 3 : 4 हो, तो इनका मिश्र अनुपात

$$= \frac{1 \times 2 \times 3}{2 \times 3 \times 4}$$

$$= \frac{6}{24} = 6:24 \text{ होगा।}$$

नोट- किसी भी अनुपात को उसके सरलतम रूप में लिखा जाता है।

$$\therefore \quad 6:24 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \text{ अर्थात् } 1:4$$

(i) यदि a : b : c : d हो, तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ होता है।

अर्थात् a x d = b x c अवलोकन से ज्ञात होता है कि बाह्य पदों का गुणनफल (a+d) = अन्त: पदों का गुणनफल (b x c)

समानुपात के प्रकार

प्रथम समानुपाती (First Proportional) - यदि दो अनुपात इस प्रकार समानुपाती हों कि पहले अनुपात का दूसरा पद और दूसरे अनुपात का पहला पद आपस में समान हो, तो पहले अनुपात का पहला पद प्रथम समानुपाती कहलाता है।

Example : यदि 3 : 6 :: 6 : 12 हो, तो यहाँ (6) → प्रथम समानुपाती है।

मध्य समानुपाती (Middle Proportional) - यदि दो अनुपात इस प्रकार समानुपाती हों कि पहले अनुपात का दूसरा पद और दूसरे अनुपात का पहला पद आपस में समान हो, तो पहले अनुपात के दूसरे अथवा दूसरे अनुपात के पहले पद को मध्य समानुपाती कहा जाता है।

Example : यदि 2 : 4 :: 4 : 8 हो, तो यहाँ (6) → मध्य समानुपाती है।

तृतीय समानुपाती (Third Proportional) - यदि दो अनुपात इस प्रकार समानुपाती हों कि पहले अनुपात का दूसरा पद और दूसरे अनुपात का पहला पद आपस में समान हो, तो दूसरे अनुपात का दूसरा पद तृतीय समानुपाती कहलाता है।

Example : यदि 1 : 2 :: 2 : 4 हो, तो यहाँ (6) → तृतीय समानुपाती है।

चतुर्थ समानुपाती (Fourth Proportional) - यदि दो अनुपात एक-दूसरे के समानुपाती हों, तो दूसरे अनुपात का दूसरा पद चतुर्थ समानुपाती कहलाता है।

Example : यदि 2 : 3 :: 4 : 6 हो, तो यहाँ (6) → चतुर्थ समानुपाती है।

Some Important FORMULAE

1. यदि a : b :: c : d हो, तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ या ad = bc

$$\therefore a = \frac{bc}{d},\ b = \frac{ad}{c},\ c = \frac{ad}{b},\ d = \frac{bc}{a}$$

2. $a : b = \frac{a}{b}$

3. यदि a : b :: b : c हो तो -

प्रथम समानुपाती $a \frac{b^2}{c}$

मध्य समानुपाती $b = \sqrt{ac}$

तृतीय समानुपाती $c = \frac{b^2}{a}$

नोट- (i) यदि अनुपात में राशियाँ सजातीय न हो, तो सर्वप्रथम उन्हें सजातीय बना लें।

(ii) चूँकि अनुपात एक भिन्न है। अत: इसका कोई इकाई नहीं होता है।

Example : यदि 2m और 25cm के बीच अनुपात जानना हो, तो सर्वप्रथम या तो 2m को cm में बदल लें अथवा 25cm को m में बदल लें, पुन: हल करें।

2m = 200 cm, $\therefore \frac{200cm}{25cm} = 8:1$

अथवा, $25cm = \frac{25}{100} m = \frac{1}{4} m$, $\therefore \frac{2m}{\frac{1}{4}m} = \frac{8}{1} = 8:1$

Some Important TRICKS

Trick-(1): यदि a : b = x : y, और b = m : n हो, तो

$a : c \frac{xm}{yn}$ होगा।

Example : तीन संख्याओं A, B और C में से, A दोगुना B के तीन गुने के समान है और B का चार गुना C के 5 गुने के समान है, तो A तथा C का अनुपात क्या होगा?

Tricky Sol" $A:C = \frac{3 \times 5}{2 \times 4} = 15:8$

Trick-(2): यदि A : B = x : y, और B : C = m : n हो, तो A : B : C = mx : my : yn होगा।

Example : राम और श्याम की आय का अनुपात 7 : 17 है तथा श्याम और सोहन की आय का अनुपात 7 : 17 है। यदि राम की आय 490 रु. है, तो सोहन की आय कितनी है?

Tricky Sol'':

A : B : C = 7 x 7 : 7 x 17 : 17 x 17 = 49 : 119 : 289

$\therefore$ सोहन (C) की आय = $\frac{289 \times 490}{49} = 2890$ रु.

Trick-(3) :

यदि A : B = x : y, B : C = m : n, C : D = r : s हो, तो A : D = xmr : yns होगा।

Example: यदि A : B = 2 : 3, B : C = 4 : 5, C : D = 6 : 7, तो A एवं D के बीच का अनुपात क्या होगा?

Tricky Sol'': A : D = 2 x 4 x 6 : 3 x 5 x 7 = 48 : 105 = 16 : 35

Trick-(4): यदि A : D = 2 : 3, B : C = 3 : 4, C : D = 4 : 5 हो, तो A : B : C : D का मान बतावें।

A : B : C : D = 2 x 3 x 4 : 3 x 3 x 4 : 3 x 4 x 4 : 3 x 4 x 5 = 2 : 3 : 4 : 5

Trick-(5): यदि किसी राशि R को A और B के बीच x : y के अनुपात में बाँटा जाता है, तो -

(a) A का हिस्सा = $\frac{x}{x+y} \times R$ (b) का हिस्सा $\frac{y}{x+y} \times R$

(c) A और B के हिस्से का अन्तर = $\frac{x-y}{x+y} \times R$

नोट- जब हम x > y तो x - y, और जब y > x तो y - x

Example : 5400 रु. को x और y के बीच 3 : 2 के अनुपात में बांटे जाने पर दोनों के हिस्से का अंतर क्या होगा?

Tricky Sol'': अभीष्ट अन्तर = $\frac{3-2}{3+2} \times 5400 = \frac{5400}{5} = 1080$ रु.

Trick - (6) : यदि A : B = x : y है, और A का हिस्सा R हो, तो-

(a) B का हिस्सा $\frac{y}{x} \times R$ (b) कुल राशि = $\frac{x+y}{x} \times R$

Example : किसी धन को A और B के बीच 3 : 4 के अनुपात में बाँटने पर A को 900 रु. मिलता है। वह धन बतावें जिसका बँटवारा हुआ था

Tricky Sol'' वह धन $\frac{3+4}{3} \times 900 = 2100$ रु.

EXERCISE

1. किसी वस्तु के निर्माण करने में सामग्री, श्रम तथा ऊपरी व्यय 3 : 4 : 1 के अनुपात में विभाजित है। यदि सामग्री की लागत 22.50 रु. है, तो उस वस्तु की लागत क्या होगी?
(a) 60 रु. (b) 62 रु. (c) 36 रु. (d) 65 रु.

2. यदि A : B = 2 : 5, B : C = 6 : 7 तो A : B : C = ?
(a) 12 : 35 : 30 (b) 6 : 15 : 35
(c) 12 : 30 : 35 (d) 35 : 30 : 12

3. एक दुकान में कलम, किताब और कॉपी 4 : 5 : 6 के अनुपात में है। यदि कलम की कुल संख्या 360 हो, तो किताब और कॉपी की संख्या का योगफल बतावें।
(a) 409 (b) 490 (c) 909 (d) 990

4. यदि राम और श्याम की आय का अनुपात श्याम और सीता की आय के अनुपात के बराबर (3:2) है, तो राम और सीता के आय का अनुपात बताएँ।
(a) 9 : 4 (b) 4 : 9 (c) 2 : 3 (d) 3 : 2

5. यदि A और B के मासिक आय का अनुपात 2 : 3 और उनके मासिक व्यय का अनुपात 1 : 2 हो, और वर्ष के अन्त में वे दोनों 840 रुपए बचा लेते हैं, तो B की वार्षिक आय क्या होगी?
(a) 2025 रु. (b) 2520 रु. (c) 210 रु. (d) 2525 रु

6. यदि $x^2+1 : x^2-1 = 5:4$ तो x = ?
(a) 9 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 3 (d) 4

7. यदि $\frac{x}{y} = 2$, तो $\frac{y^2}{x^2} = ?$
(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

8. तीन कारों की चाल 2 : 3 : 4 के अनुपात में है। समान दूरी तय करने में इन कारों द्वारा क्रमशः लिए गे समय में अनुपात होगा-
(a) 6 : 4 : 3 (b) 3 : 4 : 6 (c) 6 : 3 : 4 (d) 4 : 3 : 6

9. वर्ष 2000 में A और B कॉलेज में बच्चों की संख्या का अनुपात क्रमशः 3 : 4 था। यदि वर्ष 2001 में A कॉलेज में बच्चों में 16 प्रतिशत की वृद्धि हुई और B कॉलेज में बच्चों में 12 प्रतिशत की वृद्धि हुई, तो वर्ष 2001 में उनके बच्चों में क्या अनुपात था?
(a) 87 : 112 (b) 112 : 87 (c) 84 : 84 (d) 84 : 83

ANSWERS

1. (a)	2. (c)	3. (d)	4. (a)	5. (b)
6. (c)	7. (a)	8. (a)	9. (a)	

KOTHARI INSTITUTE

मिश्र-समानुपात (Compound Proportion)

ऐसे समानुपात जिनमें दो या दो से अधिक अनुपात हो मिश्र समानुपात कहलाते हैं। मिश्र समानुपात के प्रश्नों को सामान्य विधि से हल करना थोड़ा-सा कठिन होता है। क्योंकि कुछ चीजों में अनुकूलानुपात होता है जबकि कुछ चीजों में विलोमानुपात होता है तो ये चीजें कई बार हमें भ्रमित कर देती हैं।

तो इस प्रकार के प्रश्नों को शीघ्र हल करने के लिए एक MDH सूत्र का प्रयोग करते हैं-

$$\frac{Man_1 \times Day_1 \times Hour_1}{Work_1} = \frac{Man_2 \times Day_2 \times Hour_2}{Work_2}$$

यहाँ 1 पहली शर्त को 2 दूसरी शर्त को बताता है। जिस प्रश्न में हमको जितनी चीजों की आवश्यकता हो तो सूत्र में से हम उतनी ही चीजों का उपयोग कर सकते हैं।

Example :

Q1. 20 व्यक्ति किसी कार्य को 10 दिन में पूरा कर सकते हैं तो बताओ 25 व्यक्ति उसे कितने दिन में पूरा कर सकते हैं।

(a) 8 दिन (b) 10 दिन (c) 9 दिन (d) 6 दिन

व्याख्या-

$$Man_1 \times Day_1 = Man_2 \times Day_2$$
$$20 \times 10 = 25 \times x$$
$$x = \frac{20 \times 10}{25} = 8 \text{ दिन}$$

Q2. 40 आदमी 5 घण्टे कार्य करके किसी कार्य को 10 दिन में समाप्त कर सकते हैं तो बताओ 50 आदमी 4 घण्टे कार्य करके उसे कितने दिन में पूरा कर सकते हैं।

(a) 4 दिन (b) 10 दिन (c) 20 दिन (d) 13 दिन

व्याख्या-

$$Man_1 \times Day_1 \times Hour_1 = Man_2 \times Day_2 \times Hour_2$$
$$40 \times 10 \times 5 = 50 \times x \times 4$$
$$x = \frac{40 \times 10 \times 5}{50 \times 4} = 10 \text{ दिन}$$

Q3. 200 अध्यापक 8 घण्टे कार्य करके 15 दिन में 1000 कॉपियाँ जाँच सकते हैं तो बताओ 500 अध्यापक 6 घण्टे कार्य करके कितने दिन में 2,000 कॉपियाँ जाँच सकते हैं?

(a) 12 दिन (b) 13 दिन (c) 14 दिन (d) 16 दिन

व्याख्या-

$$\frac{Man_1 \times Day_1 \times Hour_1}{Work_1} = \frac{Man_2 \times Day_2 \times Hour_2}{Work_2}$$
$$\frac{200 \times 15 \times 8}{1000} = \frac{500 \times x \times 6}{2000}$$
$$x = 16 \text{ दिन}$$

Q4. 50 आदमी 4 घण्टे कार्य करके 20 दिन में 100 मीटर लम्बी, 20 मीटर ऊंची व 1 मीटर चौड़ी दीवार बना सकते हैं तो बताओ कितने व्यक्ति 5 घण्टे कार्य करके 10 दिन में 200 मीटर लम्बी, 30 मीटर ऊंची व 1 मीटर चौड़ी दीवार बना सकते हैं?

(a) 240 दिन (b) 220 दिन (c) 226 दिन (d) 241 दिन

व्याख्या-

$$\frac{Man_1 \times Day_1 \times Hour_1}{Work_1} = \frac{Man_2 \times Day_2 \times Hour_2}{Work_2}$$
$$\frac{50 \times 20 \times 4}{100 \times 20 \times 1} = \frac{x \times 10 \times 5}{20 \times 30 \times 1}$$
$$x = 240 \text{ दिन}$$

Q5. 3 आदमी अथवा 5 औरतें 8 घण्टे प्रतिदिन कार्य करके उसे 30 दिन में पूरा कर सकती हैं तो बताओ 6 आदमी तथा 5 औरतें 4 घण्टे कार्य करके उसे कितने दिनों में पूरा करेंगी?

(a) 15 दिन (b) 17 दिन (c) 20 दिन (d) 36 दिन

व्याख्या-

$$3\,M = 5W$$
$$3M \times 8 \times 30 = (6M + 5W) \times 4 \times x$$
$$3.5M \times 8 \times 30 = (6.5 + 5.3) \times 4 \times x$$
$$15 \times 8 \times 30 = 45 \times 4 \times x$$
$$x = 20 \text{ दिन}$$

Q6. किसी किले में 800 व्यक्तियों के लिए 50 दिन की खाद्य सामग्री थी। परन्तु 20 दिन के बाद 200 व्यक्ति और आ गये। तो बताओ अब शेष खाद्य सामग्री कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगी?

(a) 12 दिन (b) 18 दिन (c) 24 दिन (d) 22 दिन

KOTHARI INSTITUTE

व्याख्या-

$$\text{शेष खाद्य सामग्री} = \frac{Man_1(Day_1 - Day_2)}{Man_1 \pm Man_2}$$

$$\frac{800(50-20)}{800+200} = \frac{800 \times 30}{1000} = 24 \text{ दिन}$$

Q7. एक लिफ्ट में 12 वयस्कों अथवा 20 बच्चों का स्थान है तो बताओ 15 बच्चों के साथ लिफ्ट में कितने व्यक्ति चढ़ सकते हैं?

(a) 2 व्यक्ति (b) 3 व्यक्ति (c) 9 व्यक्ति (d) 12 व्यक्ति

व्याख्या-

$12 : 20 :: x : 15$

$$x = \frac{12 \times 15}{20} = 9$$

तो अतिरिक्त = 12 - 9 = 3 वयस्क व्यक्ति

Q8. 10 व्यक्ति 8 घंटे कार्य करके किसी कार्य को 40 दिन में पूरा कर सकते हैं तो 20 व्यक्ति 5घंटे कार्य करके उसे कितने दिन में पूरा कर सकते हैं। यदि पहली प्रकार के 2 व्यक्ति उतना कार्य करते हैं जितना कि दूसरे प्रकार के 3 व्यक्ति।

(a) 15 दिन (b) 10 दिन (c) 48 दिन (d) 45 दिन

व्याख्या-

पहली प्रकार के 2 व्यक्ति = दूसरी प्रकार के 3 व्यक्ति

तो पहली प्रकार के 10 व्यक्ति =

दूसरी प्रकार के $\frac{3}{2} \times 10 =$ 15 व्यक्ति

$$Man_1 \times Day_1 \times Hour_1 = Man_2 \times Day_2 \times Hour_2$$
$$15 \times 40 \times 8 = 20 \times x \times 5$$
$$x = 48 \text{ दिन}$$

Q9. 90 व्यक्तियों ने किसी कार्य को पूरा करने के लिए 45 दिन का ठेका लिया। परन्तु किसी कारणवश 24 दिन के बाद 20 व्यक्ति बाहर चजले गये तो बताओ अब शेष कार्य कुल कितने दिनों में समाप्त होगा।

(a) 70 दिन (b) 21 दिन (c) 21 दिन (d) 27 दिन

व्याख्या-

व्यक्ति	दिन
90	45

24 दिन के बाद

(90 - 20) = 70

(45 - 24) = 21 दिन

$$Man_1 \times Day_1 = Man_2 \times Day_2$$
$$90 \times 21 = 70 \times x$$
$$x = \frac{90 \times 21}{70} = 27 \text{ दिन}$$

Q10. 60 व्यक्तियों ने किसी कार्य को करने के लिए 36 दिन का ठेका लिया परन्तु 16 दिन के बाद कुछ व्यक्ति और आ जाते हैं तो शेष कार्य 15 दिन में समाप्त हो जाता है तो बताओ कुल कितने व्यक्ति नये आए-

(a) 36 दिन (b) 20 दिन (c) 18 दिन (d) 16 दिन

व्याख्या-

$$\text{शेष कार्य} = \frac{Man_1(Day_1 - Day_2)}{Man_1 \pm Man_2}$$

$$15 = \frac{60(36-16)}{(60+x)}$$
$$900 + 15x = 1200$$
$$15x = 300$$
$$x = 20$$

Q11. यदि एक आदमी अथवा 2 औरतें अथवा 3 लड़के किसी कार्य को पूरा करने में 88 दिन लेते हों तो एक आदमी, एक औरत तथा एक लड़का मिलकर उस कार्य को कितने समय में पूरा करेंगे।

(a) 40 दिन (b) 42 दिन (c) 48 दिन (d) 54 दिन

व्याख्या-

$1M = 2W = 3B$

$M : W : B$

$6 : 3 : 2$

$1M \times 88 = (1.6 + 1.3 + 1.2) \times x$

$6 \times 88 = 11 \times x, \; x = 48$

●●●●●

साझेदारी (Partnership)

साझेदारी एक प्रकार की पद्धति है, जिसमें दो या दो से अधिक व्यक्ति अपनी पूँजी लगाकर कोई व्यापार प्रारम्भ करते हैं और इस व्यापार से प्राप्त लाभ को आपस में बांटते हैं।

साझेदारी के प्रकार (Type of Partnership)

यह दो प्रकार का होता है- (i) साधारण साझा (i) जटिल साझा

(i) साधारण साझेदारी - इसमें सभी साझेदारों की पूँजियाँ अलग-अलग अवधि के लिए लगी रहती हैं। इसमें लाभ को साझेदारों की पूँजियों के अनुपात में विभाजित किया जाता है।

नोट- कभी-कभी कोई साझेदार पूँजी के अतिरिक्त व्यापार की देखभाल भी करता है। इस देख भाल के लिए उसे मालिक भत्ता भी मिलता है। ऐसे साझेदार को **क्रियाशील साझेदार** कहते हैं।

Example

Q1. विपिन और फैज़ान क्रमशः 10,000 रू और 20,000 रू. लगाकर व्यापार शुरु करते हैं तथा वर्ष के अंत में 6000 रू का लाभ हुआ अतः वे किस प्रकार लाभांश को विभाजित करेंगे। तथा फ़ैजान का लभा क्या होगा?

व्याख्या-

नोट- लाभ का विभाजन पूँजियों के अनुपात में किया जाता है।

विपिन	:	**फैज़ान**
10,000	:	20,0000
1	:	2

आनुपातिक योग = 1 + 2 = 3

कुल लाभ = 6000

अतः विपिन का लाभ = $6000 \times \frac{1}{3} = 2000$

फैज़ान का लाभ = $\overset{2}{6000} \times \frac{2}{3} = 4000$

अर्थात फैज़ान का लाभ 4000 रु. होगा।

Q2. A ने एक व्यापार 4000 रू. से प्रारम्भ किया, 6 महीने बाद 6000 रू. लगाकर B इसमें शामिल हो गया तथा C ने 12000 रू. केवल 5 माह के लिए लगाए। यदि वर्ष के अंत में 5800 रू. का लाभ मिला हो, तो प्रत्येक को लाभ के रूप में कितना प्राप्त हुआ।

स्पष्ट है पूरा व्यापार 12 माह तक चला-

(i) A ने 4000 रू 12 माह तक लगाए।

(ii) B ने 6000 रू. 6 माह बाद अर्थात 6 माह तक लगाए।

(iii) C ने 12000 रू 5 माह तक लगाए।

व्याख्याः - पूँजी का अनुपात

A	:	**B**	:	**C**
4000	:	6000	:	12000
× 12	:	× 6	:	× 5
48	:	36	:	60
8	:	6	:	10

अनुपात का योग - 8 + 6 + 10 = 24

कुल लाभ = 58000 रु.

अतः A का लाभ = $5800 \times \frac{8}{24} = 1933.33$

B का लाभ = $5800 \times \frac{6}{24} = 1450$

C का लाभ = $5800 \times \frac{10}{24} = 2416.66$

अर्थात् A,B और C को साल के अंत में क्रमशः 1933.33 रू, 1450 रू, 2416.66 का लभा प्राप्त हुआ।

Q3. A एवं B ने साझा में व्यापार प्रारम्भ किया। A ने 1500 रू तथा B ने 2,000 रू लगाए। 4 माह बाद C 2250 रू. लगाकर उसमें शामिल हो जाता है। यदि B ने 9 माह बाद अपना धन निकाल लिया हो, तो वर्ष के अंत में 900 रू. के लाभ में प्रत्येक को कितना मिलेगा।

व्याख्या- पूरा व्यापार 12 माह तक चला

A ने 1500 रू 12 माह तक लगाए।

B ने 2000 र 9 माह तक लगाए

C ने 2250 रू 4 माह बाद अर्थात् 8 माह तक लगाए।

अर्थात् पूँजी का अनुपात -

A	:	**B**	:	**C**
1500	:	2000	:	2250
× 12	:	× 9	:	× 8
18000	:	18000	:	18000
1	:	1	:	1

अतः स्पष्ट है कि तीनों को लाभ में से बराबर-बराबर धन की प्राप्ति हुई।

चूँकि कुल लाभ = 900 रू. है

चूँकि प्रत्येक का लाभ = $\frac{900}{3} = 3000$

अतः A का लाभ = 300

B का लाभ = 300

C का लाभ = 300

अत: A का लाभ = 300 रू. B का लाभ = 300 रू. तथा C का लाभ = 300 रू. प्राप्त होगा।

Q4. A, B तथा C एक साझेदार के व्यापार में सम्मिलित हुए। A ने $\frac{1}{4}$ धन, $\frac{1}{4}$ समय के लिए लगाया। B ने $\frac{1}{5}$ धन, $\frac{1}{2}$ समय के लिए लगाया तथा C ने शेष धन पूरे समय के लिए लगाया 1140 रू के लाभ में प्रत्येक को क्या मिलेगा?

व्याख्या: - पूँजी का अनुपात-

	A	:	B	:	C
	$\frac{1}{4}$	:	$\frac{1}{5}$	:	शेष अर्थात्

पूँजी : - $\left[1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\right]=\frac{11}{20}$

समय : -	$\frac{1}{4}$	:	$\frac{1}{5}$	:	$\frac{11}{20}$
	$\times\frac{1}{4}$	:	$\times\frac{1}{2}$	:	$\times 1$
	$\times\frac{1}{16}$	:	$\times\frac{1}{10}$	:	$\times\frac{11}{20}$
या	5	:	8	:	44

अनुपाततिक योग = 5 + 8 + 44 = 57

कुल लाभ = 1140 रू.

अतः : A का लाभ = $1140\times\frac{5}{57}=100$ रू.

: B का लाभ = $1140\times\frac{8}{57}=160$ रू. तथा

: C का लाभ = $1140\times\frac{44}{57}=880$ रू.

अर्थात् A, B, C का लाभ क्रमश: 100 रू., 160 रू., 180 रु. होगा।

Q5. A ने एक व्यापार 450 रू. लगाकर प्रारंभ किया कुछ समय बाद B 300 रू. के साथ व्यापार में शामिल हो गया। वर्ष के अंत में यदि दोनों ने 2:1 के अनुपात में लाभ विभाजित किया हो, तो B कितने माह बाद शामिल हुआ।

व्याख्या:-

$$\frac{\text{A की पूँजी} \times \text{का समय}}{\text{B की पूँजी} \times \text{का समय}}=\frac{\text{A का लाभ}}{\text{B का लाभ}}$$

$$\frac{450\times12}{300\times x}=\frac{2}{1}$$

B का समय x मान लेने पर

$$x=\frac{450\times12}{300\times2}=9 \text{ माह}$$

इस प्रकार B, 9 माह बाद व्यापार में शामिल हुआ।

अत: स्पष्ट है कि B व्यापार में 12 - 9 = 3 माह बाद शामिल हुआ।

Q6. जयंत ने 27000 रू. लगाकर एक व्यापार प्रारम्भ किया। कुछ समय पश्चात नेहा 20,250 रू. लगाकर इस व्यापार में साझेदार हो गयी। वर्ष के अंत में लाभ 2:1 के अनुपात में विपरीत हुआ। ज्ञात कीजिए नेहा कितने समय बाद व्यापार में सम्मिलित हुआ।

व्याख्या:-

$$\frac{\text{जयंत की पूँजी} \times \text{दीपक का समय}}{\text{नेहा की पूँजी} \times \text{नेहा का समय}}=\frac{\text{दीपक का लाभ}}{\text{नेहा का लाभ}}$$

$$\frac{27000\times12}{20,250\times\text{नेहा का समय}}=\frac{2}{1}$$

$$(27000\times12)=2\times(20,250\times\text{नेहा का समय})$$

$$\text{नेहा का समय}=\frac{27000\times12}{2\times20,250}=8 \text{ माह}$$

अत: नेहा अपनी पूँजी 8 माह के लिए लगाती है। यानी नेहा व्यापार आरम्भ होने के 4 माह (12-8) बाद सम्मिलित हुआ।

Q7. A और B क्रमश: 3,000 रू. और 4,000 रू लगाकर एक व्यापार प्रारंभ करते हैं। एक वर्ष के बाद उनको 2,800 रू. का लाभ हुआ A ने अपने लाभ का हिस्सा पुन: व्यापार में लगा दिया परंतु B ने नहीं। दूसरे वर्ष के लाभ में A और B के हिस्सों में क्या अनुपात होगा?

व्याख्या:- अनुपात समझ पर

A	:	B	
3,000	:	4,000	पूँजी
या 3	:	4 -	पूँजी का अनुपात

KOTHARI INSTITUTE

पूँजी के अनुपात में ही लाभ का अनुपात होगा।

A का लाभ = कुल लाभ × $\frac{\text{A का अनुपात}}{\text{अनुपाती योग}}$

$2,800 \times \frac{3}{7} = 1,200$ रू.

तथा B के लाभ $= 2,800 \times \frac{4}{7} = 1,600$ रू. होगा।

तथा B के लाभ का अनुपात = 1,200 : 1,600

- A ने अपने लाभ का हिस्सा पुन: व्यापार में लगा दिया अर्थात् दूसरे वर्ष के लिए A की पूँजी = (3,000 + 12,00) रू. = 4,200 रू.

अत: दूसरे वर्ष के लाभ में A और B के हिस्सों का

अनुपात = 4,200 : 4,000
= 42 : 40
= 21 : 20

अर्थात् A और B के हिस्सों में 21:20 अनुपात होगा?

Q8. श्याम, सुंदर और विरेन्द्र ने एक व्यवसाय 4700 रू. में आरंभ किया। श्याम ने सुंदर से 500 रू. अधिक लगाए और सुंदर ने विरेन्द्र से 300 रू. अधिक लगाए। यदि लाभ 1410 रू. हो, तो श्याम को कितना लाभ अंश मिलेगा?

व्याख्या- माना विरेन्द्र ने व्यवसाय में x रूपये लगाए।

∴ सुंदर द्वारा व्यवसाय में लगाए गए रूपये = (x +300)

श्याम द्वारा व्यवसाय में लगाए गए रूपये

= x +300+500= (x + 800)

प्रश्न के अनुसार

$x + (x + 300) + (x + 800) = 4700$

$3x = 4700 - 1100$

$x = \frac{3600}{3} = 1200$ रू.

∴ सुंदर तथा श्याम द्वारा व्यवसाय में लगाए गए रुपये क्रमश: 1500 एवं 2000 होंगे।

तीनों द्वारा लगाए गए धन का अनुपात = 1200 : 1500 : 2000
= 12 : 15 : 20

आनुपातिक योग = 12 + 15 + 20 = 47

अब 1410 रूपये लाभ में श्याम को प्राप्त लाभ = $1410 \times \frac{20}{47}$

= 30 × 20 = 600 रूपये

अर्थात् श्याम को 600 रूपये का लाभांश मिला।

Q9. किसी पूँजी के साथ A,B और C ने साझेदारी बनाई जिसमें A का अंशदान 10,000 रू. है। यदि 1,000 के कुल लाभ में से A को 500 रू. मिलता है और B को 300 रू. मिलता है, तो C की पूँजी है-

व्याख्या- 10,000 रूपये में

A का लाभ = 500 रूपये,
B का लाभ = 300 रूपये
C का लाभ = (1000-500-300) = 200 रूपये

∴ **500 रू. लाभ पर पूँजी =** 10,000

200 रु. के लाभ पर पूँजी = $\frac{200}{500} \times 10,000 = 4,000$ रू.

अत: C की पूँजी 4000 रू. होगी।

Q10. एक व्यापार में दो व्यक्ति पवन और रोहित क्रमश: 15,000 रूपये और 25,000 रूपये लगाकर व्यवसाय प्रारंभ करते हैं। वर्ष के अंत में दोनों को 10,000 रूपये का लाभ होता है। वे अपने लाभ का 12% फिर से व्यापार में लगाते हैं। बची हुई राशि में से प्रत्येक 1,000 रूपये लेते हैं तथा फिर बची हुई राशि उनके मूल निवेश के अनुपात के अनुसार बांट लेते हैं। तो बताइये कि पवन का हिस्सा कितना होगा?

व्याख्या-

व्यापार में फिर लगाई गई धनराशि = $\frac{10000 \times 12}{100} = 1200$ रू.

शेष लाभ = 10000 - 1200 = 8800 रुपये

1000 रू. प्रत्येक द्वारा लेने के बाद लाभ = 8800-2000 = 6800 रू.

निवेश की गई राशियों में अनुपात = 15000 : 25000 = 3 : 5

∴ पवन को मिला हिस्सा $= 1000 + \frac{6800 \times 3}{8}$

= 1000 + 2550 = 3550

Q11. A,B, C साझेदारी में शामिल होते हैं। A, B के निवेश का 3 गुना ज्यादा निवेश करता है तथा B,C के निवेश का दो-तिहाई निवेश करता है। वर्ष के अंत में 6600 रूपये का लाभ कमाया जाता है। लाभ में B का हिस्सा कितना होगा?

व्याख्या- माना C द्वारा निवेश का हिस्सा x है।

B का निवेश = $\frac{2x}{3}$

A का निवेश = $\frac{2x}{3} \times 3 = 2x$

A, B तथा C के निवेश का अनुपात =

$2x : \frac{2x}{3} : 2x = 6x : 2x : 3x$

लाभ में B का हिस्सा = $\frac{2x}{11x} \times 6600 = 1200$ रू.

अत: B का हिस्सा 1200 रू. होगा।

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

ब्याज (Interest)

साधारण ब्याज (Simple Intrest)

किसी भी मूल राशि पर निश्चित समय में निश्चित दर पर अतिरिक्त राशि ही साधारण ब्याज कहलाता है। इसे प्रायः S.I. से सूचित किया जाता हैं।

मूल राशि या मूलधन (Principal)- जिस राशि को निश्चित दर और निश्चित समय पर लगाया जाता है, मूलधन कहलाता है। इसे प्रायः P से सूचित किया जाता है।

मिश्रधन (Amount)- निश्चित समय और दर पर ब्याज सहित प्राप्त राशि मिश्रधन कहलाती है। इसे प्रायः A से सूचित किया जाता है।

अर्थात् A = P + S.I.

Example- यदि 200 रु. 2% ब्याज दर पर 2 वर्ष के लिए साधारण ब्याज पर लगाया जाता हैं, तो-

मूलधन = 200 रु, दर = 2% वार्षिक, समय = 2वर्ष हुआ।

अब इससे प्राप्त ब्याज ज्ञात करने के लिए, सूत्र-

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन x समय x दर}}{100}$$

$$\text{या S.I} = \frac{200\times2\times2}{100} = 8 \text{ रु.}$$

अतः ऊपर के प्रश्न में प्राप्त ब्याज 8 रु. होगा।

∴ मिश्रधन = मूलधन + ब्याज = 200 + 8 = 208 रु.

अर्थात् व्यक्ति जो 200 रु. 2 वर्ष के लिए 2% वार्षिक ब्याज दर पर लगाता है को समय के अन्त में 208 रु. मिलेगा।

समय (Time)- धन ब्याज पर देने और लेने के बीच का अन्तराल समय कहलाता है। इसे प्रायः T या N से सूचित किया जाता है।

[**Note-** समय की यह परिभाषा इसी जगह (S.I & C.I) तक मान्य है]

Example- यदि राम ने जनवरी 2006 में कुछ धन दिया तथा ब्याज साहित वह जनवरी 2008 में पाया, तो समय = 2008-2006 = 2 वर्ष

दर (Rate)- प्रति सैकड़ा पर रुपये में मिलने वाला ब्याज, दर कहलाता है। इसे प्रायः R या r से सूचित किया जाता हैं।

Example- राम को 2% वार्षिक ब्याज मिलता हैं इसका अर्थ है कि राम को प्रति सैकड़ा 2 रु. वार्षिक अतिरिक्त धन मिलता हैं।

Note- साधारण ब्याज (छमाही, तिमाही या वार्षिक) किसी भी रूप में संयोजित हो प्रश्न में कोई परिवर्तन किए बगैर हल करें।

Some Important FORMULAE

(1) $S.I. = \frac{P\times t\times r}{100}$

(a) $P = \frac{S.I.\times100}{t\times r}$ (b) $t = \frac{S.I.\times100}{P\times r}$ (c) $r = \frac{S.I.\times100}{p\times t}$

(2) A = P + S.I. (a) P = A-S.I. (b) S.I. = A-P

चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

किसी धन पर निश्चित समय के बीच-बीच में किसी शर्त पर (छमाही, तिमाही, नमाही, वार्षिक आदि) ब्याज प्राप्त कर मूलधन में जोड़कर उसे नया मूलधन बनाते हुए फिर शर्त जारी उसे नया मूलधन बनाते हुए फिर शर्त जारी रहे, तो इस प्रकार प्राप्त ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता हैं

अथवा,

निश्चित समय अंतराल पर ब्याज की गणना कर उसे मूलधन में जोड़कर नया मूलधन बनाते हुए पुनः ब्याज प्राप्त करना ही चक्रवृद्धि ब्याज हैं।

Example- राम ने श्याम को 100 रु. 2 वर्ष के लिए चक्रवृद्धि ब्याज पर 5% वार्षिक दर पर दिया तो-

∴ ब्याज की दर 2% वार्षिक हैं।

जब ब्याज का संयोजन प्रति वर्ष हो, तो-

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में प्राप्त ब्याज} = \frac{100\times5\times2}{100} = 10 \text{ रु.}$$

∴ अगले वर्ष के लिए मूलधन ब्याज = 100 + 10 = 110 रु.

$$\text{अब अगले वर्ष का ब्याज} = \frac{110\times5\times2}{100} = 11 \text{ रु.}$$

∴ 2 वर्ष के बाद मिश्रधन = 100 + 11 = 21 रु.

∴ प्राप्त ब्याज = 121 - 100 = 21 रु.

इस प्रकार प्राप्त ब्याज ही चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता हैं।

$$C.I. = P\left[\left(1+\frac{r}{100}\right)^1 - 1\right]$$

जहाँ, C.I.→ चक्रवृद्धि ब्याज, P → मूलधन, r = ब्याज दर, t → समय है।

Some Important FORMULAE

जब ब्याज प्रति वर्ष संयोजित हो।

(1) $A = P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)^t$ **(2)** A = P + C.I.

(3) C.I. = $P\left[\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t}-1\right]$

Note- जब ब्याज का संयोजन प्रति छमाही हो, तो-

समय $\rightarrow 2 \times t$, दर $\rightarrow \frac{r}{2}$

जब ब्याज का संयोजन प्रति तिमाही हो, तो-

समय $\rightarrow 4 \times t$, दर $\rightarrow \frac{r}{4}$

जब ब्याज का संयोजन प्रति नौमाही हो, तो-

समय $\rightarrow \frac{4}{3} \times t$, दर $\rightarrow$ का प्रयोग करें।

Note: किसी भी धन पर 1 वर्ष का x% वार्षिक दर से ब्याज के वार्षिक संयोजन से प्राप्त साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज के वार्षिक संयोजन से प्राप्त साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज समान होता है।

Some Important TRICKS

TRICK-(1): यदि कोई राशि a वर्ष में b गुनी हो जाती हो, तो-

ब्याज की वार्षिक दर = $\left(\frac{b-1}{a} \times 100\right)\%$

Example - एक राशि साधारण ब्याज पर निवेश करने पर 6 वर्ष आठ माह में दोगुनी हो जाती है, तो ब्याज की दर प्रतिशत प्रतिवर्ष क्या होगी?

Tricky Solⁿ : $r \times \frac{2-1}{6+\frac{8}{12}} \times 100 = 15\%$

$\because$ समय 6 वर्ष 8 माह $= 6 + \frac{8}{12}$ वर्ष

Tricky-2) : यदि कोई राशि साधारण ब्याज दर a% वार्षिक दर से मूलधन की b गुनी हो जाती है, तो-

समय अवधि + $\left(\frac{b}{a} \times 100\right)$ वर्ष

Example - कोई धन 10% वार्षिक ब्याज दर पर कितने समय में मूलधन का 4 गुना हो जाएगी?

Tricky Solⁿ: अभीष्ट समय = $\frac{4-1}{10} \times 100 = 30$ वर्ष

TRICk-3): यदि किसी राशि का साधारण ब्याज a% दर से मूलधन का b गुना हो जाता है, तो-

समय अवधि = $\left(\frac{b}{a} \times 100\right)$ वर्ष

Example- किसी धन पर साधारण ब्याज मूलधन का $\frac{4}{9}$ है तथा वर्षों की संख्या वार्षिक प्रतिशत दर के समान है तो वार्षिक दर क्या है?

Tricky Solⁿ : $t = \frac{4}{9} / t \times 100, \Rightarrow 9t^2 = 400, \Rightarrow t = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}\%$

Tricky-4 : यदि किसी राशि का साधारण ब्याज a वर्ष में राशि का b गुना हो जाता है, तो-

ब्याज दर = $\left(\frac{b}{a} \times 100\right)\%$

Example- किसी धन का साधारण ब्याज 24 वर्ष में धन का 3 गुना हो जाता है, तो ब्याज की दर क्या होगी?

Tricky Solⁿ : अभीष्ट दर = $\frac{3}{24} \times 100 = \frac{25}{2}\% = 12\frac{1}{2}\%$

Trick- 5): यदि कोई धन साधारण ब्याज पर t_1 वर्ष में n_1 गुना हो जाता हो, तो वही धन n_2 गुना होगा-

$t_2 = \left(\frac{n_2 - 1}{n_1 - 1}\right) \times t_1$

(NOTE-Trick (5) सहायता से 4 में से कोई भी एक हिस्सा लुप्त कहने पर ज्ञात किया जाता है।)

Example कोई राशि 7 वर्ष में साधारण ब्याज पर 2 गुनी हो जाती हैं। वह कितने वर्षों में 4 गुना हो जाएगी?

Tricky Solⁿ : $t_2 = \frac{4-1}{2-1} \times 7 = \frac{3 \times 7}{1} = 21$ वर्ष

Trick-6) : कोई धन a% ब्याज दर से पहले t_1 फिर t_2 फिर t_3........ वर्ष के लिए बलाए जाने पर यदि साधारण ब्याज b रु. देता हो, तो-

मूलधन = $\frac{b \times 100}{a(t_1 + t_2 + t_3 + ...)}$

Example- 10% वार्षिक ब्याज दर पर राम नो अपना धन पहले 2 वर्ष के लिए, पुनः 3 वर्ष के बिए श्याम को दिया। यदि उसने श्याम से ब्याज के रूप में 714 रु. पाया, तो राम का धन क्या था?

Tricky Solⁿ : राम का धन = $\frac{714 \times 100}{10(2+3)} = 714 \times 2 = 1428$ रु.

Trick-7): यदि राशि a को $b_1\%$ दर से t_1 समय, $b_2\%$ दर से अगले t_2 समय, ... लगाया जाता हो, तो-

(a) साधारण ब्याज = $\frac{a}{100}(b_1t_1 + b_2t_2 + ...)$

NOTE- जब राशि की जगह ब्याज a हो, तो-

(b) मूलधन = $\frac{a \times 100}{(b_1t_1 + b_1t_2 + ...)}$

Example - किसी धन पर पहले 2 वर्षों तक 3% वार्षिक ब्याज लिया जाता है। अगले 3 वर्षों तक 4% और 5 वर्ष के बाद के वर्षों के लिए 6% वार्षिक ब्याज लिया जाता हैं 2000 रु. की धनराशि पर 10 वर्षों के साधारण ब्याज क्या होगा?

KOTHARI INSTITUTE

Tricky Sol^n: कुल प्राप्त साधारण ब्याज

$$= \frac{2000}{100}(2 \times 3 + \times 4 + 5 \times 6)$$

$= 20 \times 48 = 960$ रु.

TRICK-8): यदि कोई धन a वर्ष में साधारण ब्याज की दर से n_1 गुनी हो जाती है तो a वर्ष में ही n_2 गुनी हो जाने के लिए-

$$\text{दर} = \frac{(n_2 - 1)100}{a}\%$$

Example- एक धन 7 वर्ष में साधारण ब्याज पर 2 गुनी हो जाती है। धन 3 गुनी हो जाए, तो इसके लिए दर क्या रखना होगा?

Tricky Sol^n : अभीष्ट दर $= \frac{(3-1)\times 100}{7} = \frac{200}{7} = 28\frac{4}{7}\%$

: धन को a वर्ष के लिए क्रमशः $b_1\%$ और $b_2\%$ दर पर देने पर ब्याज में c रु. का अन्तर जाता हो, तो-

$$\text{मूलधन} = \frac{c}{b_2 - b_1} \times \frac{100}{a} \text{ होगा।}$$

Trick-9: एक व्यक्ति 5000 रु. 2 वर्ष के लिए 4३ वार्षिक साधारण ब्याज पर उधार होता है। वह तत्काल उसे किसी दूसरे व्यक्ति को $6\frac{1}{4}\%$ साधारण ब्याज की दर पर 2 वर्ष के लिए उधार दे देता है। इस सौदे का लाभ क्या होगा?

Tricky sol^n : व्यक्ति का लाभ $= \frac{5000 \times 2}{100}\left[\frac{25}{4} - 4\right] = 225$ रु.

Trick-10: धन का a% ब्याज से t_1 और t_2 समय के साधारण ब्याज में अन्तर हो तो-

$$\text{मूलधन} = \frac{c}{t_2 - t_1} \times \frac{100}{a}$$

NOTE- अथवा समय a और दर t_1, t_2 रहने पर भी मूलधन वही होगा।

Example - किसी धनराशि को दो बराबर हिस्से में बाँट कर एक हिस्से को 4% तथा दूसरे हिस्से का $4\frac{1}{2}\%$ वार्षिक ब्याज दर पर 7 वर्षा तक रखा गया।

यदि समय पूरा होने पर दोनों के ब्याज का अन्तर 31.30 रु. आता हो, तो बराबर हिस्से में से प्रत्येक हिस्सा था।

Tricky Sol^n: माना धन का प्रत्येक हिस्सा .. था।

$$\therefore x = \frac{31.50}{4\frac{1}{2} - 4} \times \frac{100}{7} = \frac{63 \times 100}{7}, \quad \therefore = 900 \text{ रु.}$$

Trick-11): यदि अलग-अलग राशि का अलग अलग दर से, अलग-अलग समय का साधारण ब्याज समान हो, तो-

$$p_1 \times t_1 \times r_1 = p_2 \times t_2 \times r_1$$

जहाँ- P - मूलधन, r-दर t-समय (1.2 क्रमशः पहला दूसरा है)

NOTE- इस Trick से 6 में से कोई एक लुप्त हिस्सा ज्ञात किया जा सकता है।

Example - यदि किसी निश्चित समय में 45% वार्षिक ब्याज की दर से 1200 रु. का साधारण ब्याज, 1800 रु. के साधारण ब्याज से 135 रु. कम है, तो समय ज्ञात कीजिए।

Tricky Sol^n : $1800 \times x \times x\, 4.5 - 1200 \times x \times 4.5 = 135 \times 100$

$\Rightarrow 27x = 135, \quad \Rightarrow x = 5$ रु.

Trick-12): यदि कोई धन साधारण ब्याज दर पर t_1 वर्ष में a_1 गुना तथा t_2 वर्ष में a_2 गुना हो जाता है, तो-

$$\text{मूलधन} = \frac{a_1 t_2 - a_2 t_1}{t_2 - t_1}$$

Example- किसी धन पर एक निश्चित दर पर एक निश्चित दर पर एक निश्चित समय के लिए साधारण ब्याज मूलधन का $\frac{1}{4}$ है। यदि दर और समय संख्यात्मक रूप से समान हो, तो दर प्रतिशत क्या होगा?

Tricky Soln : $r = \frac{1}{4r} \times 100, \Rightarrow r^2 = \frac{100}{4}, r = \sqrt{25} = 5\%$

Trick-13): किसी धन का निश्चित दर से साधारण ब्याज t_2 वर्ष में धन की a_1 गुना हो जाती है, तो a_2 गुना होने में- लगा समय $(t_2) = t_1(a_2 - 1)\,(a_1 - 1)$

Example- एक धन निश्चित साधारण ब्याज की दर पर 5 वर्ष में दुगनी हो जाती है। उसी पर 3 गुनी होने में राशि को कितना समय लगेगा?

Tricky Sol^n : अभीष्ट समय = 5 (3-1) (2-1) = 10 वर्ष

Trick14): किसी धन का निश्चित समय में साधारण ब्याज $r_1\%$ दर से a_1 गुना हो जाता है, तो a_2 गुना हो जाने के लिए दर

Tricky sol^n: $\text{दर} = \left[\left(\frac{800}{200}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right] \times 100 = (2 - 1)\,100 = 100\%$

Trick--15) : यदि x धन r% चक्रवृद्धि ब्याज दर पर $a\frac{b}{c}$ वर्ष के लिए दिया जाता हो, तो-

$$\text{मिश्रधन} = p\left(1 + \frac{r}{100}\right)^a \left(1 + \frac{r}{100} \times \frac{b}{c}\right)$$

Exmple - 10000 रु. का 10% वार्षिक दर से 2 वर्ष 6 माह का चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा? जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है?

KOTHARI INSTITUTE

Tricky solⁿ : $= 10000\left[\left\{\left(1+\frac{5\times2}{100}\right)^2\times\left(1+\frac{5}{100}\right)\right\}-1\right]$

$= 10000\left[\frac{2541-2000}{2000}\right] = 5\times541 = 2705$ रु.

$\because$ समय $= \frac{5}{2}$ वर्ष $= 2\frac{1}{2}$ वर्ष

TRICK - (16) : यदि किसी धन का r% चक्रवृद्धि ब्याज दर पर t_1 वर्ष का मिश्रधन x_1 और t_2 वर्ष का मिश्रधन x_2 प्राप्त होता है, तो-

ब्याज दर $= \left[\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{\frac{1}{t_2-t_1}}-1\right]\times 100\%$

Example - कोई निश्चित धन 2 वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 4840 रु. तथा 3 वर्ष में 5325 रु. हो जाता है। ब्याज दर ज्ञात करें।

Tricky Solⁿ : ब्याज दर $= \left[\left(\frac{5325}{4840}\right)^{\frac{1}{3-2}}-1\right]\times100$

$= \frac{485}{4840}\times100 = 10\%$ (लगभग)

TRICK-(17) : यदि कोई धन r% चक्रवृद्धि ब्याज दर पर 2 वर्ष में अपने से n गुना हो जाता है, तो-

ब्याज दर $= \left(n^{\frac{1}{2}}-1\right)\times 100\%$

Example - एक धन च. ब्याज पर खुद की दुनी 2 वर्ष में हो जाती है, तो ब्याज दर बतावें।

Tricky Solⁿ : अभीष्ट दर $= (2^{1/2} - 1)\times100 = (1.414.\ 1)\times100$

$= 0.414\times100 = 41.4\%$ (लगभग)

TRICKY-(18) : यदि r% दर से किसी धन का 2 वर्ष का साधारण ब्याज x रु. हो, तो-

चक्रवृद्धि ब्याज $= \frac{x(200+r)}{200}$

Example - एक धन का 10% वार्षिक दर पर साधारण ब्याज 20 रु. है, यदि समय 2 वर्ष रहा हो, तो उस धन का च. ब्याज क्या आता ?

Tricky solⁿ : C.L.$= \frac{20(200+10)}{200} = \frac{210}{10} = 21$ रु.

TRICKY-(19) : यदि r% दर से किसी धन का 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज x रु. हो, तो-

साधारण ब्याज $= \frac{x\times200}{200+r}$

Example :- किसी धन का 2 वर्ष का साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर 320 रु. है। यदि 2 वर्ष का साधारण ब्याज 5600 रु. है, तो ब्याज की दर क्या होगी?

Tricky Solⁿ: S.I $= 5600$, C.I $= 5600+320 = 5920$ रु.

$\therefore\ 5600 = \frac{5920\times200}{200+r}$

$\Rightarrow\ r = \frac{(5920-5600)\times200}{5600} = \frac{320}{28}$

$= 11.4285 = 11.5\%$ (लगभग)

TRICK-(20) : यदि r% दर से किसी धन का 3 वर्ष का साधारण ब्याज x रु. हो, तो-

चक्रवृद्धि ब्याज $= \frac{x\left[300+3r+\frac{r^2}{100}\right]}{300}$

Example - किसी धन का 3% वार्षिक ब्याज दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज 900 रु. है, यदि धन चक्रवृद्धि ब्याज पर होत तो कितना अधिक लाभ होता?

Ticky Solⁿ: C.L $= \frac{900\times\left[300+3+3+\frac{9}{100}\right]}{300}$

$= 3\left[300+9+\frac{9}{100}\right]$

$= 900+27+0.27 = 927.27$

प्राप्त अतिरिक्त लाभ $= 927.27 - 900 = 27.27$ रु.

TRICK-(21) : x धन को r% वार्षिक ब्याज दर पर n वर्ष के लिए लगाने पर चक्रवृद्धि ब्याज - साधारण ब्याज

$= x\left[\left\{\left(1+\frac{r}{100}\right)^n-1\right\} = \frac{n\times r}{100}\right]$ होगा।

Example - 500 रु. को 10% वार्षिक ब्याज दर पर दो वर्ष तक के साथ कारण और चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर क्या होगा?

Tricky Solⁿ : अभीष्ट अंतर $= 500\left[\left(1+\frac{10}{100}\right)^2-1\frac{2\times10}{100}\right]$

$= 500\left[\frac{1}{100}\right] = 5$ रु.

TRICK-(22) : किसी धन का 2 वर्ष का साधारण ब्याज x और चक्रवृद्धि ब्याज y रु. हो, तो-

(a) धन = $\frac{x^2}{4(y-x)}$

(b) ब्याज दर = $\frac{2(y-x)}{x} \times 100\%$

Example - वह धन क्या है जिसका 2 वर्ष का साधारण ब्याज 40 रु. और चय ब्याज 41 रु. है?

Tricky Sol^n : धन = $\frac{(40)^2}{4(41-40)} = \frac{40 \times 40}{4} = 400$ रु.

TRICKY-(30) : x धन का r% वार्षिक दर पर t वर्ष के लिए लगान पर

(a) जब n = 1 वर्ष, तो CI-S.I = 0

(b) जब n = 2 वर्ष, तो - CI.SI = $\frac{xr^2}{100 \times 100}$

(c) जब n = 3 वर्ष, तो CI-S.I. = $\frac{xr^2(300+r)}{100 \times 100 \times 100}$

(d) जब n = 4 वर्ष, तो

$$C.I. - S.I. = \frac{xr^2(60000 + 400r + r^2)}{100 \times 100 \times 100 \times 100}$$

Example - किसी धनराशि पर 4% ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि और साधारण ब्याज का अंतर 4 रु. है। वह धनराशि है-

Tricky Soln: मूलधन = $\frac{4 \times 100 \times 100}{4 \times 4} = 2500$ रु.

EXERCISE

1. $2\frac{1}{2}$ वर्ष में वार्षिक कितने प्रतिशत साधारण ब्याज के हिसाब से 120 रु. बढ़कर 130 रु. हो जायेंगे ?
(A) $2\frac{1}{2}\%$ (B) 4% (C) $3\frac{1}{3}\%$ (D) 5%

2. एक व्यक्ति ने 56000 रु. में से कुछ धन 12% वार्षिक ब्याज दर पर तथा शेष 18% वार्षिक ब्याज दर उधार दिया। यदि एक वर्ष बाद उस कुल ब्याज 8400 रु. प्राप्त हो, तो 12% दर उसने कितनी राशि उधार दी थी ?
(A) 36000 रु. (B) 26000 रु.
(C) 28000 रु. (D) 24000 रु.

3. 15 वर्षों में कोई धन साधारण ब्याज पर किस दर से दोगुनी हो जाएगी?
(A) $13\frac{1}{2}\%$ (B) $6\frac{2}{3}\%$ (C) $10\frac{1}{4}\%$ (D) $5\frac{1}{3}\%$

4. एक व्यक्ति 9% के साधारण ब्याज पर 8500 रु. उधार लेता है । $2\frac{1}{2}$ वर्ष के अन्त में वह कितनी राशि का भुगतान करेगा ?
(A) 114112.50 रु. (B) 10412.50 रु.
(C) 12412.50 रु. (D) 13412.50 रु.

5. रवि 1200 रु. साधारण ब्याज पर लगाता है । इसमें से वह कुछ धन क्रमशः 4% और 5% वार्षिक ब्याज दर पर लगाता है । यदि 2 वर्ष बाद रवि को कुल 110 रु. का ब्याज मिलता है, तो रवि ने क्रमशः 4% और 5% पर कितना धन दिया था?
(A) 500 रु., 700 रु. (B) 400 रु., 800 रु.
(C) 800 रु., 300 रु. (D) 1100 रु., 1100 रु.

6. किस वार्षिक ब्याज की दर से 3000 रु. 3 वर्ष में 3993 रु. हो जाएगी ?
(A) 9% (B) 10% (C) 11% (D) 13%

7. किसी धन का 2 वर्ष मिश्रधन 512 रु. और 3 वर्ष का मिश्रधन 624 रु. है । दर प्रतिशत का मान क्या है ?
(A) $30\frac{8}{9}\%$ (B) $37\frac{7}{9}\%$
(C) $38\frac{8}{9}\%$ (D) $39\frac{8}{9}\%$

8. 5000 रु. का 2 वर्ष का ब्याज 2000 रु. होता है, यदि ब्याज दर 3% अधिक होता है तो ब्याज कितना प्राप्त होता?
(A) 21500 रु. (B) 2300 रु.
(C) 2500 रु. (D) 2700 रु.

9. 1500 रु. की कोई धनराशि दो भाग में इस प्रकार उधार दी जाती है कि एक भाग पर 10% वार्षिक की दर से 5 वर्ष का साधारण ब्याज दूसरे भाग पर 12.5% वार्षिक की दर से 4 वर्षों के साधारण ब्याज के बराबर भाग पर 12.5% वार्षिक की दर से 4 वर्षों के साधारण ब्याज के बराबर है । 12.5% पर उधार दी गई धनराशि क्या है ?
(A) 500 रु. (B) 1000 रु. (C) 750 रु. (D) 1250 रु.

10. किसी धनराशि का साधारण ब्याज उसके मूलधन $\frac{1}{9}$ है तथा वर्षों की संख्या प्रतिशत दर के बराबर है । प्रतिवर्ष प्रतिशत दर ज्ञात कीजिए ।
(A) $2\frac{1}{2}\%$ (B) $3\frac{1}{3}\%$ (C) 2% (D) 4%

ANSWERS

1. (C)	2. (C)	3. (B)	4. (B)	5. (A)
6. (C)	7. (C)	8. (B)	9. (C)	10. (B)

KOTHARI INSTITUTE

समय एवं कार्य (Time & Work)

परिभाषा- कार्य और समय की समस्याएं उन अवधारणाओं और प्रश्नों के माध्यम से आपकी योग्यता की जांच करने पर ध्यान केन्द्रित करेगी जो किसी व्यक्ति, समूह या रिक्ति अन्य इकाई की कार्य और दक्षता की दर की अवधारणाओं पर है। इस अध्याय में हम समय और काम की अदभूत और मुड़ अवधारणाओं के बारे में जानेंगे।

Q1. राम और श्याम किसी एक काम को क्रमशः 10 दिन 15 दिन में करते हैं तो राम और श्याम दोनों मिलकर उस कार्य को कितने दिनों में समाप्त करेंगे।

(a) 6 दिन ✓ (b) 5 दिन (c) 7 दिन (d) 10 दिन

व्याख्या-

10 → 3, 15 → 2, LCM = 30

3 + 2 = 5

दोनों मिलकर - $\frac{30}{5} = 6$ दिन (उत्तर)

Q2. राम और श्याम किसी कार्य को मिलकर 15 दिन में समाप्त कर देते हैं जबकि श्याम उस कार्य को अकेला 20 दिन में कर सकता है। तो राम अकेला उस कार्य को कितने दिनों में समाप्त कर सकता है।

(a) 45 दिन (b) 42 दिन ✓(c) 60 दिन (d) 55 दिन

व्याख्या-

R + S → 15 → 4, S → 20 → 3, LCM = 60

4 - 3 = 1

$\frac{60}{1} = 60$ दिन

Q3. विमल और मनीष किसी कार्य को मिलकर 15 दिन में समाप्त कर देते हैं जबकि मनीष उस कार्य को अकेला 20 दिन में कर सकता है तो विमल अकेला उस कार्य को कितने दिन में समाप्त करेगा।

(a) 40 दिन (b) 48 दिन (c) 60 दिन✓ (d) 52 दिन

व्याख्या-

विमल + मनीष = 15 दिन

मनीष = 20

V + M → 15 → 4, M → 20 → 3, LCM = 60

4 - 3 = 1 $\frac{60}{1} = 60$ दिन

अर्थात विमल अकेला उस कार्य को 60 दिन में पूरा करेगा।

Q4. विमल और मनीष किसी कार्य को 15 दिन में कर सकते हैं। मनीष और मोहन उसी कार्य को 12 दिन में कर सकते हैं मोहन और विमल उसी कार्य को 20 दिन में कर सकते हैं तो तीनों मिलकर उस कार्य कितने दिनों में कर सकते हैं।

(a) 10 ✓ (b) 15 (c) 18 (d) 17

व्याख्या-

विमल + मनीष = 15 → 4

मनीष + मोहन = 12 → 5

मोहन + विमल = 20 → 3

(योग) 12

2 (विमल + मनीष + मोहन) = 12

विमल + मनीष + मोहन = 6

$\frac{60}{6} = 10$ दिन

अर्थात् तीनों मिलकर उस काम को 60 दिन में पूरा करते हैं।

Q5. विमल और मनीष किसी कार्य को 15 दिन में कर सकते हैं। मनीष और मोहन उसी कार्य को 12 दिन में कर सकते हैं मोहन और विमल उसी कार्य को 20 दिन में कर सकते हैं तो बताइये तीनों अलग-अलग उस कार्य कितने दिनों में कर सकते हैं।

(a) (b) (c) (d)

व्याख्या-

विमल + मनीष = 15 → 4

मनीष + मोहन = 12 → 60 → 5

मोहन + विमल = 20 → 3

KOTHARI INSTITUTE

2 (विमल + मनीष + मोहन) = 12

विमल + मनीष + मोहन = 6

विमल = 6 – 5 = 1 $\quad \frac{\cancel{60}}{\cancel{1}} = 60$ दिन

मनीष = 6 – 3 = 3 $\quad \frac{\cancel{60}}{\cancel{3}} = 20$ दिन

मोहन = 6 – 4 = 2 $\quad \frac{\cancel{60}}{\cancel{2}} = 30$ दिन

Q6. A और B किसी काम को 12 दिन में तथा B और C उसी काम को 8 दिन में कर सकता है और A,B,C तीनों मिलकर उसी काम को 6 दिन में कर सकते सकते हैं तो A और C मिलकर कितने दिनों में कार्य समाप्त करेगे।

(a) 6 दिन (b) 5 दिन ✓ (c) 8 दिन (d) 10 दिन

व्याख्या-

A + B = 12 दिन → 2

B + C = 8 दिन → 24 → 3

A + B + C = 6 दिन → $\frac{4}{9}$

B + C = 3

A + B + C = 4

A + B + C – B + C = ?

4 – 3 = 1

A = 1, C = 2 $\quad \frac{\cancel{24}}{\cancel{3}} = 8$

अर्थात् A और C मिलकर 8 दिन में कार्य समाप्त करेंगे।

Q7. विमल और मनीष किसी कार्य को 10 दिन में तथा मनीष उसी कार्य को 15 दिन में करता है। यदि कार्य एकान्तर क्रम में किया जाता है व काम की शुरूआत विमल करता है तो विमल और मनीष मिलकर उस कार्य कितने दिनों में समाप्त कर देंगे।

(a) 13 दिन (b) 14 दिन (c) 12 दिन (d) 16 दिन

(नोट- एकान्तर क्रम का अर्थ है कि एक दिन छोड़कर काम करना)

व्याख्या-

विमल = 10 → 3

30

मनीष = 15 → $\frac{2}{5}$

2 दिन में 5 पत्थर तोड़ते हैं तो

2 × 6 = 12 $\quad$ 5 × 6 = 30

अर्थात् तीनों इस कार्य को 12 दिन में पूरा करते हैं।

Q8. विमल किसी कार्य को 9 दिन में तथा मनीष उसी कार्य को 10 दिन में और मोहन उसी कार्य को 15 दिन में कर सकते हैं तो मोहन और मनीष मिलकर कार्य शुरू करते हैं तथा 2 दिन बाद छोड़ देते हैं। तो बताईये कि विमल इस काम को कितने दिन में कर पाएगा।

(a) 8 दिन (b) 6 दिन (c) 5 दिन (d) 7 दिन

विमल = 9 → 10

मनीष = 10 → 90 → 9

मोहन = 15 → 6

मनीष + मोहन = (9+6) × 2 = 30 $\quad \frac{\cancel{60}}{\cancel{10}} = 6$

अर्थात् काम 6 दिन में पूरा करेंगे।

Q9. विमल, मनीष से दुगना कुशल है विमल और मनीष मिलकर किसी काम को 27 दिन में कर सकते हैं तो बताईये मनीष अकेला उस कार्य को कितने दिन में कर सकता है।

(a) 78 दिन (b) 81 दिन ✓ (c) 90 दिन (d) 80 दिन

व्याख्या-

विमल ↓ 2 $\quad$ मनीष ↓ 1 प्रति दिन का कार्य

विमल + मनीष = 2 + 1 = 3

कुल काम = 27

= 3 × 27 = 81

मनीष अकेला $= \frac{81}{1} = 81$ दिन

अर्थात मनीष अकेला उस कार्य को 81 दिन में पूरा करेगा।

Q10. गीता, मोनिका से 25% अधिक तेज काम करती है, गीता किसी कार्य को 16 दिन में कर सकती है तो मोनिका इस कार्य को कितने दिन में पूरा करेगी।

(a) 20 दिन ✓ (b) 29 दिन (c) 28 दिन (d) 25 दिन

व्याख्या-

गीता	मोनिका
125	**100**
5 (कार्य क्षमता)	4 (कार्य क्षमता)
4 × 4 = 16	5 × 4 = 20
	(कार्य पूरा हुआ)

अर्थात् मोनिका उस काम को 20 दिन में पूरा करेगी।

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

पाइट एवं टंकी (Pipe and Cistern)

पाईप एवं टंकी संबंधित प्रश्न समय और कार्य के नियमों के जैसे ही लागू होते हैं। टंकी को भरने के लिए पाइप को टंकी से जोड़ा जाता है, टंकी को भरने के जिस चीज का उपयोग किया जाता है उसे पाइप कहा जाता है। तथा टंकी को खाली करने के लिए भी पाइप का ही उपयोग किया जाता है उसे निकासी पाइप कहा जाता है।

Q1. एक नल है A जो एक टंकी को 10 min. में भर सकता है वहीं B जो एक टंकी को 15 min. में भर सकता है तो दोनों नल टेंक में खुले छोड़ दिये जाएं तो टंकी भरने में कितना समय लगेगा।

(a) 2min (b) 3 min (c) 5 min ✓(d) 6 min

व्याख्या- A = 10 min

B = 15 min

A B

10 15

↓ ↓

3 30 2

(टंकी की क्षमता)

(पर / मिनट) 3 + 2 = 5 $\frac{30}{5}$ = 6 Min

Q2. दो नल है A और B एक टंकी को 12 घण्टे में भर सकते हैं तथा B और C टंकी को 20 घण्टे में भर सकते हैं वहीं A और C एक टंकी को 15 घण्टे में एक टंकी को भर सकते हैं तो तीनों नल एक साथ खोल दी जाये तो टंकी कितने समय में भर सकेंगी।

(a) 10 घण्टे ✓ (b) 12 घण्टे (c) 13 घण्टे (d) 14 घण्टे

व्याख्या-

A+B B+C A+C

↓ ↓ ↓

12 20 15

↓ ↓

5 60 4 = 12

2 (A + B + C)A+B+C = $\frac{60}{6}$ = 10 घण्टे

अर्थात् तीनों नलों द्वारा 10 घण्टे में टंकी भर सकते हैं।

Q3. एक नल है जो एक टेंक को 10 घण्टे में भर सकता है और एक निकासी नल है जो उस टेंक को 12 घण्टे में टंकी खाली कर सकता है है तो दोनों नल खुले हों तो टंकी कितने समय में भर जायेगी।

(a) 60 घण्टे ✓ (b) 59 घण्टे (c) 55 घण्टे (d) 45 घण्टे

व्याख्या -

A B

10 (भरना) 12 (खाली)

↓ ↓

6 60 - 5

A + B = 6 - 5 = 1

A + B = 1 घण्टा

A + B = $\frac{60}{1}$ = 60

अत: हर घण्टे में 1 ली पानी भरता है तो अर्थात् 60 ली. की टंकी को भरने में 60 घण्टे का समय लगेगा।

Q4. एक नल है A को एक घण्टे में टंकी की 10 घण्टे में भर सरकता है व B एक घण्टे में टंकी को 15 घण्टे में भरता है तथा C एक घण्टे में टंकी को 20 घण्टे में खाली कर सकती है तो तीनों नल एक साथ खुले हों तो टंकी कितने समय में भरेगी।

(a) $7\frac{11}{4}$ (b) $8\frac{4}{7}$ ✓ (c) $7\frac{4}{7}$ (d) $7\frac{6}{7}$

व्याख्या -

A B C

10 15 - 20

↓ ↓ ↓

6 4 -3

60

KOTHARI INSTITUTE

तीनों को एक $\frac{\cancel{60}}{\cancel{7}} = 8\frac{4}{7}$ घण्टे में टंकी भर सकती है।

Q5. एक नल है जो टंकी को 24 मिनट में भर सकता है व B टंकी को 38 मिनट में भर सकता है। दोनों नल साथ खोले गये कितनी देर बाद B नल को बन्द कर देने पर टंकी 18 मिनट में भरेगी।

✓(a) 8 min (b) 9 min (c) 7 min (d) 10 min

व्याख्या =

A → 24 → 4 L/M
B → 32 → 3 L/M
96

A = 4 × 18 = 72 ली

$90 - 72 = 24 \quad \frac{\cancel{24}}{\cancel{3}} = 8$ mm

अर्थात् B को 8 min बाद बन्द करेंगे ताकि टंकी 18 min में भर जाये।

Q6. एक नल है जो टंकी को 15 घण्टे में पूरा भर सकता है परन्तु उसमें लिकेज है इस लिकेज के कारण टंकी को भरने में उसे 20 मिनट लगे। जबकि टंकी पूरी भरी हो तो लिकेज से टंकी खाली होने में कितना समय लगेगा?

✓(a) 60 घण्टे (b) 50 घण्टे (c) 40 घण्टे (d) 55 घण्टे

व्याख्या =

A → 15 → 4 (लीटर
A + B → 20 → 3 लीटर (प्रति घण्टे में)
60

A + B = 3

$$\begin{array}{r} A + B = 3 \\ A = -4 \\ \hline -1 \end{array} \quad B = 1$$

$\frac{\cancel{60}}{\cancel{1}} = 60$ घण्टे

अर्थात् लिकेज से टंकी को खाली होने में 60 घण्टे लगेंगे।

Q7. एक नल है जो एक टंकी 20 मिनट में भर सकता है परन्तु लिकेज के कारण टंकी को भरने में 40 मिनट का समय लग जायेगा। केवल लिकेज से पूरी टंकी खाली करने में कितना समय लगेगा?

✓(a) 40min (b) 45min (c) 49min (d) 50min

व्याख्या =

A → 20 → 2
A + L → 40 → - 1
40

$$\begin{array}{r} \cancel{A} + L = -1 \\ \cancel{A} = 2 \\ \hline L = -1 \end{array} \quad \frac{40}{-1} = 40 \text{ मिनट}$$

Q8. पाइप A किसी टंकी को 20 घण्टे में भर सकता है। जबकि पाइप B अकेले टंकी को 30 घण्टे में भर सकता है और पाइप C पूरी टंकी को 40 घण्टे में खाली कर सकता है। यदि सभी पाइपों को एक साथ खोल दिया जाता है तो टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?

✓(a) $17\frac{1}{7}$ घण्टे (b) $15\frac{1}{7}$ घण्टे

(c) $16\frac{1}{7}$ घण्टे (d) $14\frac{1}{7}$ घण्टे

व्याख्या =

टंकी को भरने में लिया गया समय -

$$\frac{A \times B \times C}{B \times C + A \times C - A \times B}$$

सूत्र - $$\frac{20 \times 30 \times 40}{30 \times 40 + 20 \times 40 - 30 \times 30}$$

$$\frac{120}{7} = 17\frac{1}{7}$$

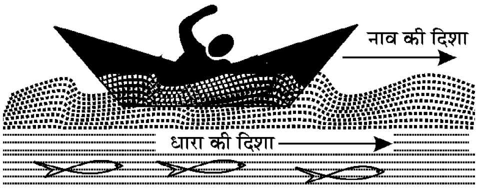
अर्थात् सभी पाइपों को एक साथ खोल दिया जाता है तो टंकी को भरने में $17\frac{1}{7}$ घण्टा लगेगा।

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

नाव धारा (Boat & stream)

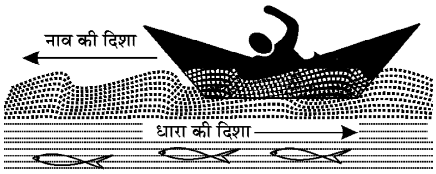
अनुप्रवाह में नाव की चाल: जब नाव या तैराक नदी या धारा की दिशा में जा रही हों तो वह दिशा धारा की दिशा या अनुप्रवाह कहलाता है।



अनुप्रवाह चाल = नाव की चाल + धारा की चाल

जब नाव नदी में धार की दिशा में जो रही हो तो उसके वेग में वृद्धि होगी।

उर्द्धप्रवाह चाल :- जब कोई नाव या नाविका या तैराक धारा की विपरीत दिशा में चलते हैं तो उसे उर्द्धप्रवह चाल कहते हैं।



उर्द्धप्रवाह चाल = नाव की चाल - धारा की चाल

जब नाव नदी में धारा के विपरीत दिशा में जाती है तो उसके वेग में कमी होगी।

- शांत जल में नाव की चाल = a
- शांत जल में धारी की चाल = b
- धारा की दिशा में नाव की चाल = x = a+B
- धारा की विपरित दिशा में नाव की चाल = y = a-b

EXAMPLE

Q1. एक नाव धारा की दिशा में 1 घंटे में 11 किलोमीटर तथा धारा के विपरीत 5 किलोमीटर जाती है नाव की शांत जल में चाल क्यो होगी?

✓(a) 8km/h (b) 9km/h (c) 10km/h (d)7 km/h

व्याख्या-

$x = 11$ km/h $a = ?$

$y = 5$ km/h $b = ?$

$a + b = x$ $a - b = y$

$a + b = 11$ $a - b = 5$

$$\begin{array}{l} a + \not{b} = 11 \\ a - \not{b} = 5 \\ \hline 2a = 16 \end{array} \quad = a = \frac{\cancel{16}}{\cancel{2}}\ 8\text{km/h} \quad a = 8$$

समीकरण 1 में मान रखने पर

$8 + b = 11$

$b = 11 - 8$

$b = 3$ km/h

अर्थात् नाव की शांत जल में 8 km/h चाल होगी।

Q2. धारा की दिशा में चल रही एक नाव 16km / h की दूरी 2 घंटे में तय करती है जबकि इतनी ही दूरी धारा के विपरीत तय करने में 4 घंटे लगते हैं शान्त जल में नाव की चाल ज्ञात कीजिए।

(a) 7 km/h ✓(b) 6 km/h (c) 9 km/h (d) 5 km/h

व्याख्या-

$$S = \frac{D}{T} \quad S = \frac{\cancel{16}}{\cancel{2}} = 8$$

$S = 8$km/h

$$\begin{array}{l} a + \not{b} = 8 \\ a - \not{b} = 4 \\ \hline 2a = 12 \end{array} \quad = a = \frac{\cancel{12}}{\cancel{2}} = 6 \quad a = 6 \text{ (नाव की चाल)}$$

समीकरण 1 में मान रखने पर

$\therefore$ $6 + b = 8$ $b = 8 - 6$ $b = 2$ (धारा की चाल)

अर्थात् नाव की शांत जल में 6 km/h चाल होगी।

Q3. एक नाव धारा के विपरीत 2 किलोमीटर 1 घंटे में तथा धारा के साथ 10 मिनट में 1 किलोमीटर जाती है, शांत जल में 5 किलोमीटर जाने में कितना समय लेगी।

✓(a) 1.15 m (b) 1.14m (c) 2.14m (d) 2.15 m.

व्या- $x = 6$ km/h $a =$ * 10 मिनट = 1 km

$y = 2$ km/h $b =$ * 60 मिनट = 6 km

$$S = \frac{D}{T} \quad 4 = \frac{5}{T} \quad = \quad T = \frac{5}{4} \quad = 1\frac{1}{4}\text{hrs}$$

$$\begin{array}{l} a + \not{b} = 6 \\ a - \not{b} = 2 \\ \hline 2a = 8 \end{array} \quad = a = \frac{\cancel{8}}{\cancel{2}} = 4 \quad a = 4$$

समीकरण 1 में मान रखने पर

$4 + b = 6$ $b = 6 - 4$ $b = 2$

अर्थात् नाव की शांत जल में 5 km/h जाने पर 1 घंटे 15 का समय लगेगा।

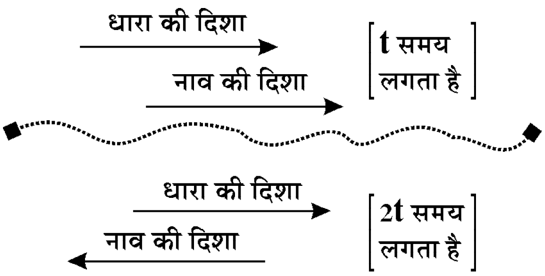
KOTHARI INSTITUTE

Q4. एक आदमी को निश्चित दूरी तय करने में धारा के विपरीत जाने धारा की दिशा जाने से दुगना समय लगता है नाव की शांत जल में चल तथा धारा की चाल का अनुपात क्या होगा।

✓(a) 1:3 (b) 3:1 (c) 2:1 (d) 1:2

व्याख्या-

जैसे की



$x = \frac{x}{t}$ $\quad y = \frac{X}{2t}$

$$a + b = \frac{x}{t}$$
$$a - b = \frac{x}{2t}$$
$$2a = \frac{3x}{2t}$$

$$a = \frac{3x}{4t}$$

समीकरण 1 में मान रखने पर

$\frac{3x}{4t} + b = \frac{x}{t}$ $\quad b = \frac{x}{4t}$

शांत जल में नाव की चाल = a

शांत जल में धारा की चाल = b

$\frac{a}{b} = \frac{\frac{3x}{4t}}{\frac{x}{4t}}$ $\quad \frac{a}{b} = \frac{3}{1}$

अर्थात् शांत जल में चाल तथा धारा की चाल का अनुपात 3:1 होगा।

Q5. एक नाव धारा के विपरीत 42 मिनट में 7 किलोमीटर चलती है तथा धारा की चाल 3 किलोमीटर प्रति घंटा है। नाव की चाल शांत जल में क्यो होगी?

✓(a) 13km/h (b) 14 km/h (c) 12 km/h (d) 10 km/h

व्याख्या-

a = ? b = 3 km/h

$\frac{42^{7}}{60_{10}}$ (इसको घंटे में बदलने पर) $\frac{7}{10}$ km/h

$\frac{7}{\frac{7}{10}} = 10$ km/h

x = ? y = 10 km/h

$$a + 3 = x$$
$$a - 3 = 10$$
$$- \quad + \quad -$$
$$6 = x - 10$$
$$x = -10 - 6$$
$$x = +6 \text{ km/h}$$

a + 3 = 16 a = 16 - 3 a = 13 km/h

Q6. एक नाभिक 2 किलोमीटर की दूरी धारा के विपरीत दिशा में 20 मिनट में तय करता है तथा 18 मिनट में वापस आता है धारा की चाल क्या होगी?

✓(a) 1:3 km/h (b) 3:1 km/h (c) 4:1 km/h (d) 1:4 km/h

व्या-

$x = \frac{20}{2}$ km/h

y = 6km/h

$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{2}{\frac{1}{3}} = \frac{2 \times 3}{1} = 6$ km/h

$\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$

$\frac{20}{3} + 6 - \frac{20+18}{3} = \frac{38}{3}$ $\quad \frac{2}{\frac{3}{10}} = \frac{20}{3}$

$$a + b = \frac{20}{3}$$
$$a - b = 6$$
$$2a = \frac{38^{19}}{3}$$

$a = \frac{19}{3}$ km/h

समीकरण 1 में मान रखने पर

$\frac{19}{3} + b = \frac{20}{3}$ $\quad b = \frac{1}{3}$ km/h

अर्थात् धारा की चाल 1:3 km/h होगी।

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

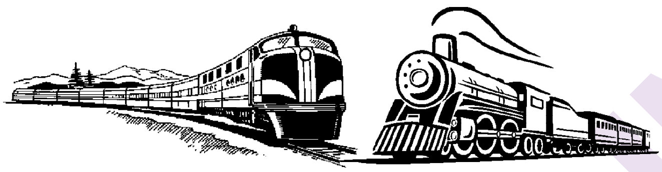
रेल (Train)

रेल संबंधि प्रश्न निम्न तरीके से पूछे जाते हैं।

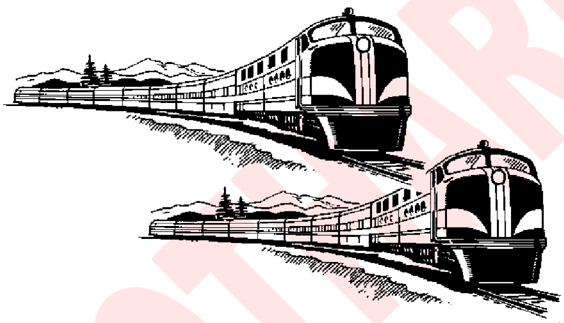
- आदमी, पेड़, खम्बा, पोस्ट बॉक्स की लम्बाई हमेशा शून्य होगी।
  $W = 0$ (शून्य)
- ट्रेन, प्लेटफार्म, पूल, सुरंग की लम्बाई हमेशा दी गई होगी।
  जिसे हम निकालते हैं- $W \neq 0$ (शून्य)
  (i) किमी/घण्टा को मीटर/सैकण्ड में कैसे बदलते हैं।
  $$\text{मीटर/सैकेण्ड} = \frac{5}{18}\ \text{मीटर / सैकेण्ड}$$
  (ii) मीटर/सैकेण्ड को किमी/घंटा में कैसे बदलते हैं
  $$\text{मीटर / सैकेण्ड} = \frac{18}{5}\ \text{किमी/घंटा}$$

दिशा (Direction)

- **ट्रेन के आमने-सामने चलने पर**



- इस तरह की कंडीशन में हम इनकी सापेक्ष्य चाल को **जोड़ते** हैं।
- दोनों ट्रेनों के एक ही दिशा में चलने पर



- इस तरह की कंडीशन में हम इनकी सापेक्ष्य चाल को **घटाते** हैं।

सूत्र- $$\frac{\text{सारी लम्बाई}}{\text{समय (सेकण्ड)}} \times \frac{18}{5} = \text{चाल km/h}$$

Q1. एक ट्रेन 72 किलोमीटर घंटे की चाल से चलती है और एक 500 मीटर लंबी सुरंग को 1 मिनट में पार करती है तो रेलगाड़ी की लंबाई क्या होगी?

व्या- सूत्र- $$\frac{\text{लम्बाई}}{\text{सेकण्ड}} \times \frac{18}{5} = \text{चाल}$$

$$\frac{9}{60} + \frac{18}{5} = \frac{71}{1}$$

$$^{4}\,\cancel{72} \times \frac{60}{90} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{18}} = 1200\ \text{मीटर (सुरंग + रेल)}$$

अर्थात् रेल गाड़ी की लम्बाई 1200 - 500 = 700 है।

Q2. एक 150 मीटर लंबी रेलगाड़ी 450 मीटर लंबे प्लेटफार्म को 40 सेकण्ड में पार करती है तो ट्रेन की चाल क्या होगी?

व्याख्या-

हम रेलगाड़ी व प्लेटफार्म की लम्बाई को जोड़ देंगे

$150 + 450 = 600$

$$\frac{600}{40} \times \frac{18}{5} = 54$$

($\frac{18}{5}$ को 40 मीटर से kmh/ में लगते के लिये लिया)

Q3. 210 मीटर लंबी रेलगाड़ी 90 किलोमीटर घंटे की चाल से 290 मीटर लंबे प्लेटफार्म को पार करने में कितना समय लगेगा।

व्याख्या-

$210 + 290 + = 500$

$$\frac{\cancel{500}}{\cancel{25}} = 20 \qquad \cancel{90} \times \frac{5}{\cancel{18}} = 25$$

अर्थात् 290 मीटर प्लेटफार्म से पार करने में 20 सेकण्ड लगेगा।

Q4. 180 मीटर लंबी रेलगाड़ी 38 किमी/घंटे की चाल से चल रही है उसके सामने से 240 मीटर लंबी रेलगाड़ी 34 किमी/घंटे की चाल से आ रही है तो दोनों ट्रेन एक-दूसरे को कितनी देर से पार कर लेगी।

व्याख्या-

कुल लम्बाई = 180 + 240 = 420 m

कुल चाल = 38 + 37 = 72 km/h

कुल चाल की मीटर प्रति सेकण्ड में परिवर्तन करने पर

$$^{21}\,\frac{\cancel{420}}{\cancel{20}} = 21\ \text{सेकण्ड}$$

KOTHARI INSTITUTE

Q5. एक रेलगाड़ी इन्दौर से भोपाल के लिए तथा दूसरी भोरासा से इन्दौर के लिए एक ही समय पर चलती है मिलने के बाद ये रेलगाड़ी क्रमशः 4 घंटे और 6 घंटे में अपने स्थान पर पहुंच जाती है इनकी चालों में क्या अनुपात है?

व्याख्या-

पहली की चाल : दूसरी की चाल

$= \sqrt{4} : \sqrt{6} \quad = 2:3$

अर्थात् दोनों गाडियों की चालों का अनुपात 2: 3 होगा।

Q6. रेलगाड़ी 120 मीटर लम्बी है, यदि गाड़ी की चाल 60 km/h हो तो कितने समय में वह एक खंभे को पार कर जाएगी।

व्याख्या-

60 km/h को m/s में बदलने पर -

$$60 \times \frac{5}{18} = \frac{50}{3} \text{ m / s}$$

समय = ? $\quad T = \frac{D}{S} \quad T = \frac{120}{50}$

$$T = \frac{120}{\frac{50}{3}} \quad T = \frac{120 \times 3}{50} \quad T = \frac{36}{5} \text{ सेकण्ड}$$

अर्थात् रेल गाड़ी की चाल 60 किमी प्रति घण्टा है तो $\frac{36}{5}$ सैकण्ड में खम्बे को पार कर जायेगी।

Q7. एक रेलगाड़ी की चाल 48 km/h है वह 1 मिनट में 400 मी. लम्बे प्लेटफार्म को पार करती है, तो गाड़ी की लम्बाई क्यो होगी?

व्याख्या-

हम हमेशा लम्बाई को जोड़ते हैं तो

ट्रेन की लम्बाई = x

प्लेटफार्म की लम्बाई = 400

$$\frac{x + 400}{60_{20}} = 40 \times \frac{5}{18_3}$$

$$\frac{x+400}{20} = 40$$

$x + 400 = 800$

$x = 800 - 400$

$x = 400$ मी.

अर्थात् गाड़ी की लम्बाई 400 मी. है।

Q8. दो रेलगाड़ियाँ एक ही दिशा में क्रमशः 60 km/h तथा 40 km/h की चाल से समान्तर पटरियों पर जा रही है तेज रफ्तार वाली रेलगाड़ी धीमी गति वाली रेलगाड़ी में बैठे एक व्यक्ति की 18 सेकण्ड में पा कर जाती है तेज गति वाली गाड़ी की लम्बाई कितनी है?

व्याख्या-

रेलगाड़ियों की सापेक्ष चाल

$= 60 - 40$

$$= 20 \times \frac{5}{18} \times 18 \qquad = 100 \text{ मी}$$

अर्थात् तेजगति वाली गाड़ी की लम्बाई 100 मी है।

Q9. 171 मीटर लम्बी रेल गाड़ी 45 किमी प्रति घंटे की चाल से 229 मीटर लम्बे पुल को कितने समय में पार करेगी?

व्याख्या-

रेल गाड़ी की चाल = $\left(45 \times \frac{15}{18}\right)$ मीटर प्रति सैकण्ड $\frac{25}{2}$ मीटर प्रति सैकण्ड से चलती है तो

अभीष्ट समय = रेल गाड़ी द्वारा (171+229) मीटर दूरी तय करने में लगा समय = $400 \times \frac{2}{25}$ सैकण्ड = 32 सैकण्ड

अर्थात् पुल को पार करने में रेल गाड़ी को 32 सैकण्ड का समय लगेगा।

Q10 एक 250 मीटर लम्बी गाड़ी 1 सिग्नल के खम्बे को 15 सैकण्ड में पार करती है तो रेल गाड़ी की चाल कितनी होगी?

व्याख्या-

रेल गाड़ी की चाल = $\left(\frac{250}{15}\right)$

मीटर प्रति सैकण्ड = $\left(\frac{250}{15} \times \frac{18}{5}\right)$ **किलो मीटर प्रति घण्टा**

अर्थात् रेल गाड़ी की चाल = 60 किमी प्रति घण्टा

●●●●●

समय-दूरी और चाल (Time Distance and Speed)

समय (Time) -

किसी भी कार्य के सम्पादन में अवधि का होना अनिवार्य है। यही अवधि समय है।

Example - यदि A ने किसी कार्य को 10 : 00 A.M को प्रारंभ किया और वह 11 : 45 A.M में कार्य को समाप्त करता है। तो कार्य संपादन में एक अवधि (11 : 45 – 10 : 00 = 1 : 45) का अन्तराल आया, यही अवधि समय है। अर्थात्

A को कार्य संपादन में लगा समय = 1 H, 45 M

चाल (Speed) -

प्रति वर्ष, दिन घंटा, मिनट, सेकेण्ड आदि में तय दूरी चाल है।

Example - यदि A, 4 km की दूरी 1 घंटा में तय करता हो, तो A की चाल = 4km/h

[(*l*) चिह्न ''प्रति'' को सूचित करता है, जहाँ प्रति का अर्थ होता है, 1 H या 1 M या 1 sec. में तय की गई दूरी]

दूरी (Distance) -

प्रारंभिक स्थान से समापन स्थान के बीच का अन्तराल दूरी कहलाता है।

Example- यदि कोई व्यक्ति A से चल कर B खंभे तक पहुँचता है। तो A और B के बीच की दूरी का अन्तराल ही व्यक्ति द्वारा तय दूरी है।

$$\text{चाल (Speed)} = \frac{\text{दूरी (Distance)}}{\text{समय (Time)}}$$

इसे प्रायः m/sec (मीटर/सेकेण्ड) अथवा km/h (किलोमीटर/घंटा) में व्यक्त किया जाता है।

Example - यदि A, 10 km दूरी 10 M में तय कर रहा है, तो

$$\text{A की चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{10\text{ km}}{10\text{ M}} = 1\text{ km/M होगा।}$$

∵ 1 km/M चाल को व्यक्त करने का सही तरीका नहीं है, अतः इसे हम देश दो तरीके से हल कर सकते हैं।

First Method- 1 km/M को m/sec में बदल सकते हैं -

$$1\text{ km/M} = \frac{1\text{ km}}{1\text{ M}} = \frac{1\times1000\text{ m}}{1\times60\text{ sec}} = \frac{50}{3}\text{ m/sec}$$

First Method - 1km/M को km/H में बदल सकते हैं-

$$1\text{ km/M} = \frac{1\text{ km}}{1\text{ M}} = \frac{1\text{ km}}{\frac{1}{60}\text{H}} = 60\text{ km/h}$$

इस तरह किसी भी चाल को उसके Standerd Form में बदला जा सकता है।

आपेक्षिक गति (Relative Velocity) - यदि दो पिंड एक-दूसरे के विपरीत सफर कर रहा हो, तो नकी आपेक्षिक गकित दोनों पिंडों की गति के योग के समान होता है।

Example - यदि A और B क्रमशः : 20 km/h और 30 km/h की गति से एक दूसरे के विपरीत दौड़ रहे हो, तो इनके बीच का आपेक्षिक चाल = A की गति + B की गति

अर्थात् आपेक्षिक चाल = 20 km + 30 km/h = 50 km/h

सापेक्षिक गति - यदि दो पिंड एक ही दिशा में सफर कर रहे हों, तो उनके चालों के बीच का अन्तर ही सापेक्षिक गति हैं।

Note - सापेक्षित गति में दो शर्त संभव है-

(i) पहले के सापेक्ष दूसरे की गति।

(ii) दूसरे के सापेक्ष पहले की गति।

Example - यदि A और B क्रमशः 35 km/h और 45 km/h की गति से एक ही दिशा में दौड़ रहे हो, तो-

A के सापेक्ष B की चाल = B की चाल - A की चाल
= 45 km/h - 35 km/h = 10 km/hr

B के सापेक्ष A की चाल = A की चाल - B की चाल
= 35 km/h - 45 km/h = 10 km/h

चाल का मात्रक - दूरी का मात्रक/समय का मात्रक

Some Important FORMULAE

(1) $\text{चाल} = \dfrac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

(a) दूरी = चाल × समय

(b) $\text{समय} = \dfrac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

(2) पहले की सापेक्षिक गति = पहले की गति - दूसरे की गति

(3) दूसरे की सापेक्षिक गति = दूसरे की गति - पहले की गति

(4) आपेक्षिक गति (पहले अथवा दूसरे की) = पहले की गति + दूसरे की गति

■ वैसी गाड़ी या यंत्र या अन्य पदार्थ जिसकी अपनी कुछ लम्बाई हो, तथा उस लम्बाई की चर्चा प्रश्न में हो तो

लम्बाई युक्त यंत्र– रेलगाड़ी, बस, साँप, केंचुआ आदि।

Note - यदि बस, कार, आदि की लम्बाई के विषय में प्रश्न में कोई चर्चा न रहे तो उसकी लं. को शून्य मानें।

Some Important POINTS

■ जब ट्रेन किसी वैसी चीज को पार करे जो xy अक्षों पर जगह न घेरती हो, तो लम्बाई सिफ ट्रेन की ली जाती है।

Example - x मीटर लम्बा प्लेटफार्म या पुल या घर या गुफा आदि।

■ जब पदार्थ या कर्त्ता की अपनी कुछ ना कुछ चाल हो, साथ ही यह धारा (हवा या जल या ढलना आदि) की दिशा या विपरीत दिशा में सफर कर रहे हों। जहाँ धारा की भी अपनी चाल रहती है।

(i) यदि तैराक / नाव / जहाज / धावक आदि की चाल a km/h तथा धारा/हवा की गति b km/h हो, तो

■ धारा की दिशा में चाल = (a + b) किमी./ घंटा

■ धारा के विपरीत चाल = (a - b) किमी./घंटा

Note - कोई भी व्यक्ति/नाव/जहाज/धावक/तैराक, धारा के विपरीत तभी सफर कर सकता है दब उसकी चाल धारा की चाल से अधिक हो।

KOTHARI INSTITUTE

Some Important TRICKS

Tricks-1: km/h में यदि किसी पिंड का चाल दिया रहे, तो उसे m/sec में बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करें।

Example- एक कार 72km/h की गति से चलती है। वह 72m तक चलने में कितना समय लेगी?

Tricky Sol.: चाल $= 72\ km/h = 72 \times \frac{5}{18} = 20\ m/sec$

$\therefore$ 72 m तय करने में लगा समय $= \frac{72}{20} = 3.6\ sec$

Trick -2: m/sec में यदि किसी पिंड का चाल दिया रहे, तो उसे km/h में बदलने के लिए $\frac{18}{5}$ से गुणा करें।

Example- राम 20/m sec की चाल से दौड़ रहा है, राम की चाल km/h में कितनी है?

Tricky Sol: राम की चाल $= 20 \times \frac{18}{5}\ km/h = 72\ km/h$

Trick -3: यदि किसी पिंड एक नियत दूरी x km/h की गति से जाता हो, और फिर y km/h की गति से लौटा जाता है, तो पिंड का औसत चाल $= \frac{2xy}{x+y}$ km / h होगा।

Example - A से B तक की दौड़ में गीता 15 km/h की गति से जाकर 10km/h की गति से लौटा आती है। गीता का पूरे दौड़ का औसत चाल क्या रहा है?

Trikcy Sol: और चाल $= \frac{2 \times 15 \times 10}{15+10}\ km/h = \frac{300}{25} = 12\ km/h$

Trick-4: यदि कोई पिंड a km दूरी x km/h की चाल से तथा b km दूरी y km/h की चाल से तय करता हो, तो पिंड का

औसत चाल $= \frac{a+b}{\frac{a}{x}+\frac{b}{y}}$ km/h होगा।

Example - एक बस प्रथम 40 km की दूरी 50 km/h की चाल से और अगले 50 km की दूरी 60 km/h की चाल से तय करती है। पूरी यात्रा में बस का औसत चाल क्या रहा?

Tricky Sol: पूरी यात्रा का औसत चाल $= \frac{40+50}{\frac{40}{50}+\frac{50}{60}} = \frac{2700}{49}$

$= 55\frac{5}{49}$ km/h

Trick-5: यदि कोई पिंड अपनी यात्रा को तीन बराबर भाग में बाँट कर क्रमशः x km/h, y km/h और z km/h की चाल से चलता हो,

तो उसका औसत चाल $= \frac{3}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$ km/h होगा।

Example- एक चालक अपने सफर का $\frac{1}{3}$ भाग 10 km/h से, अगला $\frac{1}{3}$ भाग 12 km/h से और शेष दूरी 8 km/h की चाल से तय करता है। चालक के पूरे सफर का औसत चाल क्या होगा?

Tricky Sol: औसत चाल $= \frac{3}{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}} = \frac{3 \times 20}{12+10+15}$

$= \frac{360}{37} = 9\frac{27}{37}$ km/h

Trick-6: यदि को पिंड अपनी चाल $\frac{p}{q}$ भाग x km/h की चाल से तथा शेष भाग y km/h की चाल से तय करता हो, तो संपूर्ण यात्रा में पिंड का औसत चाल $= \frac{p\,xy}{py+qx-px}$ km/h होगा।

Example- यदि उषा ने अपने दौड़ का $\frac{2}{3}$ भाग 40 km/h की रफ्तार से तथा शेष भाग 30 km/h की रफ्तार से तय की, तो पूरे दौड़ में उषा का औसत चाल है-

Tricky Sol: औसत चाल $= \frac{3 \times 40 \times 20}{2 \times 30 + 3 \times 40 - 2 \times 40}$

$= \frac{3600}{60+120-80} = \frac{3600}{100} = 36\ km/h$

Trick-7: यदि कोई पिंड अपनी चाल $\frac{p}{q}$ गना कर लेता है, तो वह गंतव्य स्थान पर x मिनट लेट पहुँचता है। तो सामान्य चाल से वह गंतव्य स्थान पर पहुँचेगा।

$= \frac{p}{q-p} \times x$ मिनट में

Example- यदि मोहन अपना चाल $\frac{2}{3}$ गुना कर लेता है, तो वह अपने गंतव्य स्थान पर 10 मिनट लेट पहुँचता है, तो मोहन अपने सामान्य चाल से चलने पर गंतव्य स्थान पर कितने समय (Sec में) पहुँचेगा?

Tricky Sol: समय $= \frac{2}{3-2}$ x 10 मिनट = 20 मिनट = 1200 sec.

Trick-8 : यदि कोई पिंड अपनी चाल में x km/h की वृद्धि कर देता है, तो वह अपने गंतव्य पर T_1 समय पहले पहुँचता हैं, और चाल में y km/h की कमी कर देता है, तो T_2 समय में पहुँचता है,

तो पिंड की वास्तविक चाल $= \frac{xy\,t_1 + t_2}{xt_1\ xt_2}$ km/hr

Example- एक पुरुष किसी स्थान पर जाने के लिए स्कूटर से चलता है। यदि वह 3 km/h की गति से तेज चलता है, तो उस स्थान पर 40 मिनट पहले पहुँच जाता है। परन्तु 2 km/h की गति से धीमे चलता है, तो उस स्थान पर पहुँने में 40 मिनट अधिक लेता है। स्थान की दूरी (km में) कितनी है?

KOTHARI INSTITUTE

Tricky Sol: वास्तविक चाल $= \frac{3\times 2\left(\frac{40}{60}+\frac{40}{60}\right)}{3\frac{40}{60}-2\times\frac{40}{60}} = \frac{6\times\frac{4}{3}}{\frac{6}{3}-\frac{4}{3}} = \frac{\frac{24}{3}}{\frac{2}{3}}$

$= \frac{24}{2} = 12\text{km/h}$

$\because$ जब चाल 3 km/h बढ़ता है, तो $12+3=15$ km/h
जब चाल 2 km/h घटता है तो $= 12-2=10$ km/h
अब Trick (I) की सहायता से -

दूरी $= \frac{15\times 10\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\right)}{15-10} = \frac{150\times\frac{4}{3}}{5} = \frac{50\times 4}{5} = 40$ km

---

Trick-9 : यदि कोई पिंड x km/h की चाल से चलने पर t_1 समय लेट और y km/h की चाल से चलने पर t_2 समय पहले पहुँच जाता है, तो-

गंतव्य की दूरी $= \frac{xy(t_1+t_2)}{x-y}$ km

Example- राम 5 km/h की गति से चल कर स्कूल जाने पर पाता है कि स्कूल खुलने में 30 मिनट देरी है। जब वह 4 km/h की चाल से स्कूल जाता है, तो वह 30 मिनट लेट हो जाता है। राम के स्कूल की दूरी बतावें।

Tricky Sol: दूरी $= \frac{4\times 5\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}{5-4} = \frac{20\times 1}{1} = 20$ km

---

Trick-10: x की चाल से चल रही y लम्बाई की ट्रेन को एक खंभा पार करने में लगने वाला समय $= \frac{y}{x}$

(**Note -** चाल और दूरी दोनों को किमी./घंटा या मीटर/से. में रखकर हल करें।)

Example- 600 मीटर लम्बी ट्रेन 36 km/h की चाल से चलते हुए एक खंभे को पार करने में कितना समय लेगी?

Tricky Sol: अभीष्ट समय $= \frac{600\ m}{36\ km/h} = \frac{600\ m}{36\times\frac{5}{18}\ m/sec}$

$= 60$ sec. $= 1$ मिनट

Trick-11: x चाल से चल रही y लम्बाई की ट्रेन को z लम्बाई के पुल को पार करने में लगा समय $= \frac{y+z}{x}$

Example- 1200 m लम्बी ट्रेन को 800 मीटर लम्बा पुल पार करने में कितना समय लगेगा? यदि ट्रेन 60 km/h की चाल से चल रही हो-

Tricky Sol: लगा समय $= \frac{(1200+800)\ m}{60\ km/h} = \frac{2000\ m}{60\ m/h}$

$= \frac{2\ km}{60\ km/h} = \frac{1}{30}H = 2$ मिनट

Trick-12: x चाल की गाड़ी की लम्बाई y है। गाड़ी की दिशा में z चाल से दौड़ रहे व्यक्ति को पार करने में गाड़ी को लगा समय $\frac{y}{x-z}$

Example- 500 m लम्बी रेलगाड़ी 44km/h की चाल से चल रही है। गाड़ी की दिशा में एक लड़का 4 km/h की चाल से दौड़ रहा है। गाड़ी लड़के को कितने समय में पार कर जाएगी?

Tricky Sol: पार होने में लगा समय $= \frac{\frac{1}{2}\ km}{(44-4)\ km/h}$

$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{40} = \frac{1}{80} = H = 45\ sec$

Trick -13: x चाल की गाड़ी की लम्बाई y है। गाड़ी की विपरीत दिशा में z चाल से दौड़ रहे व्यक्ति को पार कने में गाी को लगा समय $= \frac{y}{x+z}$

Example- 800 m लम्बे रेल 6km/h की चाल से दौड़ रहे अपने से विपरीत दिशा में एक व्यक्ति को 6 sec में पार कर लेती है तो रेल की चाल km/h में बतावें।

Tricky Sol: $= \frac{6}{3600} = \frac{4}{5(x+6)}, \Rightarrow x = 474$ km/h

---

Trick-14: यदि कोई ट्रेन एक खंभे को t_1 सेकेण्ड में और x मीटर लम्बे एक प्लेटफार्म को t_2 सेकेण्ड में पार करती है,

तो ट्रेन की लम्बाई $= \frac{x\times t_1}{t_2-t_1}$

Example- एक ट्रेन एक खंभा को 8sec में जबकि 500 मीटर लम्बे प्लेटफार्म को 18 sec में पार करती है, तो ट्रेन की लम्बाऊई बतावें।

Tricky Sol: ट्रेन की लं. $= \frac{500\times 8}{18-8} = \frac{4000}{10} = 400\ m$

Trick-15: समान लम्बाई की दो रेलगाड़ियाँ एक खंभे को क्रमशः t_1 और t_2 सेकेण्ड में पार करती है। एक-दूसरे के विपरीत दिशा में चलते हुए एक-दूसरे को पार करने में

समय लेगी $= \frac{2t_1\times t_2}{t_1+t_2}$

Example- समान लम्बाई की दो ट्रेन एक खंभे को क्रमशः 4 और 6 sec में पार कर लेती है। एक-दूसरे के विपरीत चलते हुए ट्रेन एक-दूसरे को पार करने में कितना समय लेगी?

Tricky Sol: अभीष्ट समय $= \frac{2\times 6\times 4}{6+4} = \frac{48}{10} = 4.8$ sec

---

Trick-16: दो समान लम्बाई की रेलगाड़ियाँ एक खंभे को पार करने में क्रमशः t_1 और t_2 समय लेती हैं। एक ही दिशा में चलते हुए ये दोनों एक-दूसरे को पार करने में

समय लेगी $= \frac{2t_1.t_2}{t_2-t_1}$ या $= \frac{2t_1.t_2}{t_1-t_2}$

जब $(t_2 > t_1)$, जब $(t_1 > t_2)$

KOTHARI INSTITUTE

Example- समान लम्बाई की दो ट्रेन एक खंभे को क्रमशः 8 और 10sec में पार कर लेती है। एक ही दिशा में चलते हुए ट्रेन एक-दूसरे को पार करने में कितना समय लेगी?

Tricky Sol: अभीष्ट समय = $\frac{2\times8\times10}{10-8}$ = 80 sec = 1 मिनट 20 sec

Trick-17: a_1 और a_2 लम्बाई की दो रेलगाड़ियाँ एक ही दिशा में क्रमश : x km/h और y km/h की रफ्तार से चल रही

हों, तो एक-दूसरे को पार करने में समय लेगी = $\frac{a_1+a_2}{x-y}$

Example- 1200m और 800 m लम्बाई की दो ट्रेन जिसकी क्रमशः चाल 40 km/h और 30 km/h है। एक ही दिशा में चलते हुए एक-दूसरे को पार करने में कितना समय लेगी?

Tricky Sol: अभीष्ट समय $=\frac{(1200+800)\ m}{(40-30)\ km/h}$

$=\frac{2\ km}{10\ km}=\frac{1}{5}H$ = 13 मिनट

Trick-18: a1 और a2 लम्बाई की दो रेलगाड़ियाँ एक-दूसरे के विपरीत क्रमशः xkm/h और y km/h की रफ्तार से चल रही हो, तो एक-दूसरे को पार करने में समय लेगी।

$=\frac{a_1+a_2}{x+y}$

Example- 700 और 800m लम्बाई की दो ट्रेन जिसकी क्रमश : चाल 20km/h और 40 km/h है। एक-दूसरे के विपरीत चलते हुए एक-दूसरे को पार करने में कितना समय लेगी?

Tricky Sol: अभीष्ट समय = $=\frac{(700+800)}{(40+20)\ km/h}=\frac{1.5\ km}{50\ km/h}$

$=\frac{1}{40}H$ = 90 sec

Trick-19: यदि कोई ट्रेन a_1 मीटर के प्लेटफार्म को पार करने में t_1 सेकेण्ड तथा a_2 मीटर के प्लेटफार्म को पार करने में t_2 सेकण्ड का समय लेती है तो,

ट्रेन की लम्बाई = $\frac{a_1t_2+a_2t_1}{(t_1-t_2)}$

Example- एक रेलगाड़ी 800 मीटर और 400 मीटर लम्बे दो पुल को क्रमशः 100 सेकेण्ड और 60 सेकेण्ड में पार करती है। रेलगाड़ी की लम्बाई ज्ञात करें।

Tricky Sol: ट्रेन की लम्बाई $=\frac{800\times600-400\times100}{100-60}=200\ m$

Trick-20: यदि तैराक को धारा की दिशा में x km तथा धारा के विपरीत y km जाने में समान समय लगता है, तो

(a) तैराक की चाल = $\frac{x+y}{2t}$

(b) धारा की चाल = $\frac{x-y}{2t}$

Example- एक आदमी धारा की प्रतिकूल दिशा में 16km और अनुकूल दिशा में 28 km जाता है और प्रत्येक बार 5 घंटे का समय लेता है, तो धारा का वेग कितना है?

Tricky Sol: धारा की चाल $=\frac{28-16}{2\times5}=\frac{12}{10}$ = 1.2 km/h

Trick-21 : यदि तैराक की धारा की दिशा में चाल x किमी./घंटा तथा विपरीत दिशा में चाल y किमी./घंटा हो, तो-

(a) शांत जल में तैराक का चाल = $\frac{x+y}{2}$ किमी./घंटा

(b) धारा की चाल = $\frac{x-y}{2}$ किमी./घंटा

Example- एक व्यक्ति अनुप्रवाह में 10 घंटे में 120km जाता है और 12 घंटे में लौट आता है, तो धारा की चाल क्या है?

Tricky Sol: धारा की चाल $=\frac{\frac{120}{10}-\frac{120}{12}}{2}=\frac{12-10}{2}=\frac{2}{2}$ = 1 km/h

Trick-22: यदि तैराक स्थान A से स्थान B तक धारा की दिशा में जाकर B से पुनः A पार लौट आने मे कुल T समय लेता हो, तथा तैराक की चाल एवं धारा की चाल क्रमश : x और y हो, तो-

A से B की दूरी $=\frac{T(x+y)(x-y)}{2x}$

Example- एक नाव को अनुकुल धारा में बिन्दु A से बिन्दु B तक तथा प्रतिकूल धारा में B से A तक वापस पहुँचने में 4 घंटे लगते हैं। यदि प्रवाह का वेग 2km/h व ठहरे पानी में नाव की गति 4 km/h है, तो A व B के बीच की दूरी है-

Tricky Sol: A से B की दूरी $=\frac{4(4+2)(4-2)}{2\times4}=6\ km$

Trick-23: एक तैराक धारा की दिशा में x किमी. और धारा के विपरीत y किमी. चलने में समान समय लेता हो, तो-

(a) तैराक की चाल = $\frac{x+y}{x-y}\times$ धारा की चाल

(b) धारा की चाल = $\frac{x-y}{x+y}\times$ तैराक की चाल

Example- धारा की दिशा में 4km और धारा के विपरीत 3km जाने में एक नाविक को समान समय लगता है। यदि धारा की चल 1km/h हो, तो नाव की चाल क्या होगी?

Tricky Sol: तैराक की चाल $=\frac{4+3}{4-3}\times1=7\times1$ = 7 km/h

Trick-24: यदि धारा की चाल x और तैराक की चाल y हो, तो z दूरी तय करने में,

(a) धारा की दिशा में लगा समय = $\frac{z}{x+y}$

(b) धारा के विपरीत लगा समय = $\frac{z}{x-y}$

Example - एक व्यक्ति एक नदी धारा की दिशा में 45 मिनट में पार करता है। नदी की चौड़ाई बतावें। जहाँ धारा की चाल 2 km/h तथा व्यक्ति की चाल 3km/h है।

Tricky Sol: 45 मिनट $=\frac{Z}{3+2}, \Rightarrow \frac{Z}{5}=\frac{3}{4} H$

$\Rightarrow Z=\frac{15}{4}$ km = 3750 मीटर

EXERCISE

1. जॉन 10 km/h की स्थिर गति से साइकिल चलाते हुए अपने स्कूल निश्चित समय पर पहुँच जाता है। अगर वह 15km/h की स्थिर चाल से साइकिल चलाता है तो स्कूल 12 मिनट पूर्व पहुँच जाता है। उसे स्कूल जाने के लिए कितने किलोमीटर साइकिल चलानी पड़ती है?
(A) 12 km (B) 9 km
(C) 6 km (d) 4 km

2. यदि राम एक नियत दूरी 20km/h की चाल से जाता है और 30m/sec की चाल से लौट आता है, तो राम की औसत चाल (km/h में) होगी?
(A) 33.75 km/h (B) 24 km/h
(C) 1.2km/h (D) 42 km/h

3. 100 km की दौड़ में राम और श्याम भाग लेते हैं। राम 10km/h की चाल से तथा श्याम 10 m/sec की चाल से एक साथ दौड़ता है।
(A) 13000 sec (B) 36000 sec
(C) 2600 sec (D) 26000 sec

4. यदि राम अपने 300km की यात्रा को तीन बराबर भाग मे बाँट कर क्रमशः 30m/sec,20 m/sec और 10m/sec की चाल से तय करता है, तो उसका औसत चाल (km/h में) होगा-
(A) 58.9 km/h (B) 59.8 km/h
(C) 5 km/h (D) 85.9 km/h

5. एक व्यक्ति ने 60 km की दूरी 7 घंटे में तय की। यदि उसने कुछ भाग 8 km/h की चाल से पैदल तथा शेष भाग 16 km/h की चाल से साइकिल से तय की तो पैदल तय दूरी होगी-
(A) 48 km (B) 36 km
(C) 44 km (D) 52 km

6. अपनी सामान्य चाल का $\frac{6}{7}$ चलते हुए एक व्यक्ति पर गंतव्य पर 25 मिनट की देरी से पहुँचता है। उसका गंतव्य तक पहुँचने में सामान्यतः लगने वाला समय कितना है?
(A) 1 घंटा (ब) 2 घंटा
(C) $2\frac{1}{2}$ घंटा (द) 4 घंटा

7. एक 100 मीटर लम्बी रेलगाड़ी की विपरीत दिशा में 5 km/h की चाल से चलते हुए एक व्यक्ति को $7\frac{1}{5}$ sec में पार करती है। रेलगाड़ी की गति कितनी है?
(A) 54 km/h (B) 35 km/h
(C) 45 km/h (D) 53 km/h

8. एक ट्रेन जो 75 मीटर लम्बी है तथा 60 km/h की चाल से चल रही है एक-दसरे ट्रेन जो कि 100 मीटर लम्बी तथा 65 km/h से विपरीत दिशा में चल रही है, तो एक-दूसरे को कतने समय में पार करेगी?
(A) 5.54 sec (B) 6.04 sec
(C) 6.36 sec (D) 5.04 sec

9. रामपुर से लखनऊ की दूरी 100 km है। यदि P रेलगाड़ी रामपुर से लखनऊ की ओर 40 km/h की चाल से चलती है, तथा P के चलने के ठीक आधा घंटा बाद Q रेलगाड़ी रामपुर से लखनऊ की ओर 50km/h की चाल से चलती है, तो दोनों रेलगाड़ियाँ रामपुर से कितनी दूरी पर मिलेगी?
(A) 50 km (B) 75 km
(C) 100 km (D) आँक़डे अधूरे हैं

10. 150 मीटर लम्बी एक रेलगाड़ी अपने से विपरीत दिशा में आ रही 100m लम्बी रेलगाड़ी को 10 sec में पार कर जाती है। यदि पहली रेलगाड़ी की चाल 30 km/h है तो दूसरी रेलगाड़ी की चाल क्या है?
(A) 36 km/h (B) 54 km/h
(C) 60 km/h (D) 7 km/h

11. एक पुल जिसकी लम्बाई 100 m है को 90 km/h की चाल से चलती हुई एक रेलगाड़ी 12 sec में पार करती है। रेलगाड़ी की लम्बाई मीटर में क्या है?
(A) 300 m (B) 200 m
(C) 240 m (D) 400m

12. विपरीत दिशा में चल रही दो रेलगाड़ियाँ एक प्लेटफार्म को पार करने में क्रमशः 10 sec और 15 sec का समय लेती है जबकि एक-दूसरे को पार करने में 12 sec का समय लेती है, उनकी चालों का अनुपात क्याा होगा?
(अ) 1 : 4 (ब) 4 : 1
(स) 2 : 3 (द) प्रश्न त्रुटिपूर्ण है

13. दो रेलगाड़ियाँ क्रमशः 200 m और 300 m लम्बी है। वे दोनों एक-दूसरे के विपरीत दिशा में क्रमशः 55 km/h और 35 km/h की चाल से चल रही है, तो पहली गाड़ी द्वारा दूसरी गाड़ी को पार करने में लगा समय बतावें।
(A) 10 sec (B) 15 sec
(C) 20 sec (D) 25 sec

ANSWERS

1. (C)	2. (A)	3. (D)	4. (A)	5. (D)
6. (C)	7. (C)	8. (D)	9. (C)	10. (C)
11. (B)	12. (D)	13. (C)		

KOTHARI INSTITUTE

मिश्रण (Alligation)

जब दो या दो से अधिक तत्वों या योगिकों को किसी भी अनिश्चित अनुपात या मात्रा में मिलाते हैं तो इस प्रकार बने पदार्थ को मिश्रण कहते हैं।

उदाहरण - वायु, रेत आदि

वायु का मिश्रण है क्योंकि इसमें विभिन्न प्रकार के अवयव होते हैं जैसे ऑक्सिजन, कार्बनडाइ ऑक्साइड इत्यादि

EXERCISE

1. एक ग्वाला दूध और पानी के मिश्रण को क्र.मू. से 10% कम पर बेचता है, तो भी उसे 20% का लाभ होता है। मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात बतावें।
(A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) 1 : 3 (D) 3 : 1

2. एक ग्वाला दूध और पानी के मिश्रण को क्र.मू. से 10% ज्यादा दाम पर बेचता है, तो उसे क्र.मू. पर बेचने की तुलना में 20% ज्यादा लाभ मिलता है। मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात बतावें।
(A) 11 : 1 (B) 1 : 1 (C) 1 : 11 (D) 2 : 9

3. 6 लीटर चीनी के घोल जिसमें 4% चीनी तथा शेष पानी है, में से एक लीटर पानी वाष्पित किया जाता है, शेष घोल में चीनी की प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
(A) 4.8% (B) 8.4% (C) 2.4% (D) 3.8%

4. 75 लीटर दूध और जल के एक मिश्रण में जल की अपेक्षा दूध 15 लीटर अधिक है। इसमें 6 लीटर जल मिलाया गया है, तो मिश्रण में दूध एवं जल का अनुपात है।
(A) 5 : 1 (B) 5 : 2 (C) 5 : 3 (D) 5 : 4

5. 6.20 रु./kg वाले चावल और 7.20 रु./kg वाले चावल को किस अनुपात में मिलाया जाए कि मिश्रण 6.50 रु./kg हो जाए?
(A) 6 : 3 (B) 6 : 7 (C) 3 : 7 (D) 7 : 3

6. 5 kg मिश्रण में 30% चीनी है। इस मिश्रण में कितना चीनी और मिला दिया जाए कि पानी की मात्रा 20% बच जाए?
(A) 10.5 kg (B0 12.5 kg (C) 2.5 kg (D) 3.5 kg

7. 1 kg के चीनी पानी के मिश्रण में कितना प्रतिशत पानी तब कम हो जाता है, जब उसमें 200g चीनी मिला दिया जाता है।
(A) $12\frac{2}{3}\%$ (B) 16% (C) 17%(D) $16\frac{2}{3}\%$

8. अल्कोहल और पानी के एक 2 kg मिश्रण में 20% अल्कोहल है। इसमें कितना पानी मिला दिया जाए कि अल्कोहल की मात्रा 10% बच जाए?
(A) 2 kg (B) 3 kg (C) 1 kg (D) 2.5 kg

9. 2 kg के मिश्रण, जिसमें दूध और पानी है, 80% दूध है। दूध की मात्रा 70% करने के लिए इसमें कितना पानी मिलाना होगा?
(A) $\frac{2}{7}$kg (B) $\frac{3}{7}$ kg (C) $\frac{7}{3}$ kg (D) $\frac{7}{2}$ kg

10. 150g के दूध और पानी के मिश्रण में 100g दूध है, इस मिश्रण से कितना पानी वाष्पित कर दिया जाए कि दूध की मात्रा 90% हो जाए?
(A) 38g (B) 38.89 g (C) 40 g (D) 50 g

11. पानी और अल्कोहल का एक मिश्रण, जिसमें 10% पानी है। जब इस मिश्रण में 1 kg पानी और डाला जाता है, तो अल्कोहल 60% हो जाता है, तो पूर्व में मिश्रण था-
(A) 3 kg (B) 2 kg (C) 4 kg (D) $2\frac{1}{2}$ kg

12. 1 kg के चीनी-पानी के घोल में पानी एवं चीनी की मात्रा के बीच 200g का अन्तर है। बाद में इसमें कितनी चीनी मिलायी जाए कि यह अन्तर बराबर हो जाए?
(A) 200 g (B) 100 g (C) 1 kg (D) 400 g

13. 20 लीटर के मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात 3 : 2 है। अगर इस मिश्रण से 4 लीटर मिश्रण निकाल कर 4 लीटर पानी डाल दिया जाए, तो पानी : दूध का मान होगा-
(A) 13 : 12 (B) 3 : 2 (C) 2 : 3 (D) 12 : 13

14. 50% अल्कोहल वाले 9g सेविंग लोशन में कितना ग्राम पानी मिलाया जाए कि लोशन में अल्कोहल की मात्रा 30% हो जाए?
(A) 7g (B) 6g (C) 5g (D) 14g

15. एक दूध वाला 2.50 रु. प्रति लीटर मूल्य के दूध का मिश्रण बनाने के लिए 2.40 रु. प्रति लीटर और 3.60 रु. प्रति लीटर मूल्य के दूध को किस अनुपात में मिलाए?
(A) 5 : 17 (B) 11 : 1 (C) 2 : 3 (D) 1 : 11

ANSWERS

1.(D)	2.(A)	3.(A)	4.(D)	5.(D)
6.(B)	7.(D)	8.(A)	9.(A)	10.(B)
11.(B)	12.(A)	13.(D)	14.(B)	15.(B)

क्षेत्रफल एवं परिमाप (Area & Perimeter)

क्षेत्रफल (Area)- किसी आकृति द्वारा घेरा गया भाग उस आकृति का क्षेत्रफल कहलाता है।

परिमाप (Perimeter)- आकृति निर्माण में जो घेरा बनता है, उसकी पूरी लम्बाई उसका परिमाप कहलाती है। क्षेत्रफल की निम्न समतल आकृतियाँ हैं-

(i) त्रिभुज (ii) चतुर्भुज (iii) आयत (vi) वर्ग (v) वृत्त

त्रिभुज (Triangle)

तीन भुजाओं से घिरी हुई आकृति को त्रिभुज कहा जाता है। क्षेत्रफल के अंतर्गत • **समकोण त्रिभुज** • **समबाहु त्रिभुज** • **समद्विबाहु त्रिभुज** • **विषमबाहु त्रिभुज आते हैं।**

समकोण त्रिभुज (Right Angled Triangle)

- जिस त्रिभुज में एक कोण 90^0 का होता है उसे समकोण त्रिभुज कहते हैं।
- 90^0 के सामने वाली भुजा को कर्ण (Hypstenuse) कहते हैं, जो त्रिभुज की सबसे लंबी भुजा होती है।
- अन्य दो भुजाओ को त्रिभुज के पाद (Legs) या भुज (Cathetus) कहा जाता है।
- समकोण त्रिभुज, पाइथागोरियन प्रेमय का पालन करते हैं - दो भुजों (आधार और लम्ब) की लम्बाई के वर्गों का योग, कर्ण की लम्बाई के बराबर होता है।

पाइथागोरस प्रेमय

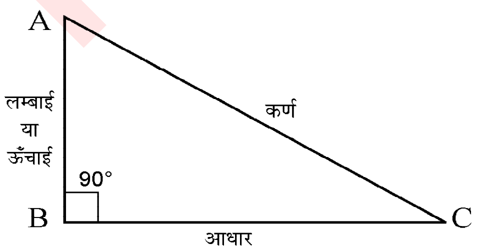
- यह ज्यामिति में किसी समकोण त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बीच एक सम्बन्ध बताने वाली प्रेमय है।
- इस प्रेमय को आमतौर पर एक समीकरण के रूप में व्यक्त किया जाता है।

समीकरण रूप

- हम जब कर्ण की लम्बाई को c और अन्य दो भुजाओं की लम्बाई को a और b लेते हैं तो प्रेमय को निम्नलिखित समीकरण के रूप में व्यक्त करते हैं-

समीकरण -

$a^2 + b^2 = c^2$ या $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

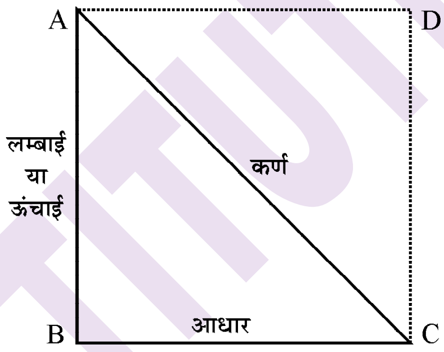


- यदि C पहले से दिया गया है और एक भुजा की लम्बाई निकालना हो निम्नलिखित समीकरण का उपयोग करते है-

समीकरण-

$c^2 - a^2 = b^2$ **या** $c^2 - b^2 = a^2$

- समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ लम्ब $\times$ आधार



आयत ABCD का क्षेत्रफल = लम्ब × आधार

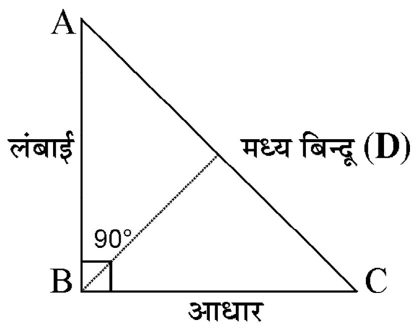
- चूँकि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल आयत ABCD के क्षेत्रफल का आधा है।

नोट- आयत का विकर्ण आयत के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में विभाजित करता है।

- त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आयत ABCD का क्षेत्रफल

अत: समकोण त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ लम्ब × आधार

- समकोण त्रिभुज में, $(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$
- समकोण त्रिभुज में कर्ण का मध्य बिन्दु तीनों शीर्षों से समदूरस्थ होता है अर्थात् AD = BD = CD



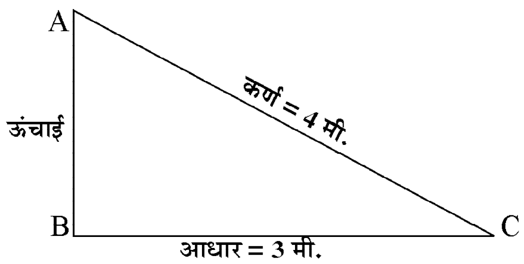
- **समकोण त्रिभुज का परिमाप-** किसी आकृति का परिमाप उसकी सभी भुजओं का योग होता है।

अतः समकोण का परिमाप = लम्ब + आधार + कर्ण

KOTHARI INSTITUTE

EXERCISE

Q.1 किसी समकोण त्रिभुज का आधार 3 मीटर तथा कर्ण 4 मीटर हो, तो इस त्रिभुज का परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए तथा साथ ही इसकी ऊंचाई ज्ञात करें?



व्याख्या-

- **समकोण त्रिभुज में,**

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब या ऊंचाई})^2 + (\text{आधार})^2$

$(4)^2 = (\text{ऊंचाई})^2 + (3)^2$

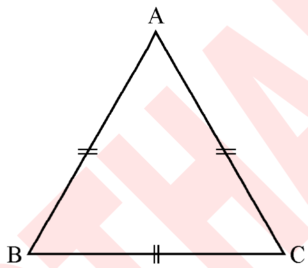
$\text{ऊंचाई} = (4)^2 = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25} = 5$ मीटर

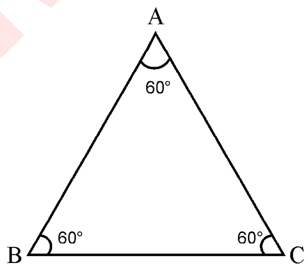
समबाहु त्रिभुज (Equilateral Triangle)

- जिस त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई आपस में समान होती है उसे समबाहु त्रिभुज कहते हैं।

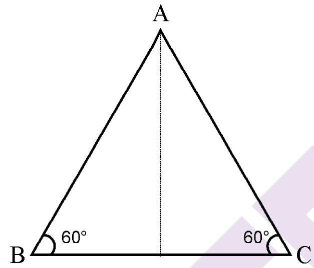


- समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण 60^0 के होते हैं।

नोट- त्रिभुज के अंत: कोणों का योग = 180^0 होता है चूँकि समबाहु त्रिभुज में तीनों भुजाएं समान हैं, इसलिए प्रत्येक कोण समान अर्थात् = $\frac{180^0}{3} = 60^0$ के होते हैं।



- समबाहु त्रिभुज के शीर्ष से आधार पर डाला गया लम्ब आधार को समद्विभाजित करता है।



- अर्थात् उपर्युक्त चित्र में $BD = CD = \frac{BC}{2}$ होगा।
- समबाहु त्रिभुज का शीर्ष लम्ब ही माध्यिका भी होती है।
- माध्यिका = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times$ भुजा
- माना कि समबाहु त्रिभुज की भुजा की लंबाई a है, पाइथोगोरस प्रेमय का उपयोग करने पर

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

समबाहु त्रिभुज का परिमाप = $P = 3a$

परिवृत्त की त्रिज्या = $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

अंतर्वृत की त्रिज्या = $R = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

त्रिभुज का ज्यामितिय केन्द्र (केन्द्रक) परिवृत्त और अंतर्वृत का केन्द्र होगा।

तथा किसी भी दिशा से लम्बा (ऊंचाई) का मान $H = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ होगा।

- समबाहु त्रिभुज में लम्ब, कोण समद्विभाजक, भुज समद्विभाजक और माध्यिकाएं सभी सम्मिलित होते हैं।

समान प्रतिच्छेदी-

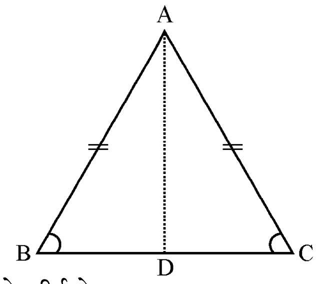
त्रिभुज में तीन प्रकार की प्रतिच्छेदी रेखायें होती हैं तो समबाहु त्रिभुज में समान होती है।

- तीनों **ऊंचाईयाँ** की लम्बाई समान होती है।
- तीनों **माध्यिकाओं** की लम्बाई समान होती है।
- तीनों कोण **समद्विभाजकों** की लम्बाई समान होती है।

KOTHARI INSTITUTE

समद्विबाहु त्रिभुज (ISOSCELES TRIANGLE)

जिस त्रिभुज की काई दो भुजाएं आपस में बराबर होती हैं उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।

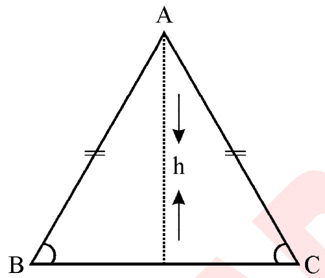


समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष से आधार पर डाला गया लम्ब, भुजा, BC को अर्थात आधार को अर्धित करता है।

अत: $BD = \mathbf{CD} = \frac{BC}{2}$ होगा।

- **समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल =** $\frac{1}{2}$ × आधार × ऊँचाई

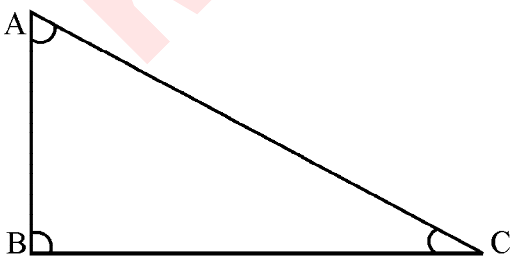
$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$$



- समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप = तीनों भुजाओं का योग
  चूँकि AB + AC + BC = AB + AB + BC (चूँकि AB = AC है)
  = 2 AB + BC या 2 AC + BC

विषमबाहु त्रिभुज (Scalene Triangle)

जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएं परस्पर असमान और तीनों कोण भी भिन्न हो, उसे विषयबाहु त्रिभुज कहते हैं।



किसी भी त्रिभुज में $\angle A$ के सामने की भुजा का संकेत 'A', $\angle B$ के सामने की भुजा का संकेत 'B' तथा $\angle C$ के सामने की भुजा का संकेत 'C' होता है।

इस प्रकार-

त्रिभुज का परिमाप $= a + b + c$

- त्रिभुज का अर्ध परिमाप (s) $= \frac{a+b+c}{2}$
- त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

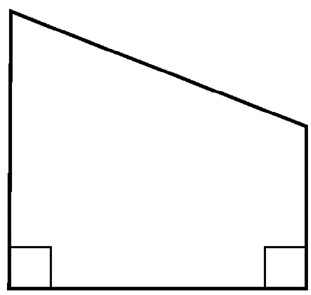
चतुर्भुज (Quadrilateral)

चार सरल रेखाओ से घिरी बन्द आकृति को चतुर्भुज कहते है यूकिलडियन समतल ज्यामिति मे, चतुर्भुज एक बहुभुज है जिसमे चार किनारे (या भुजा) और चार शीर्ष (या कोने) होते है।

- चतुर्भुज सरल या जटिल होते है। सरल चतुर्भुज उत्तल या अवतल होते है।
- एक साधारण चतुर्भुज ABCD के आंतरिक कोणों का योग 360^0 होता है, अर्थात् -
  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$
- यह आन्तरिक कोण योग सूत्र $(n\text{-}2) \times 180^0$ द्वारा प्राप्त होता है। (यहाँ n बहुभुज की भुजाओं की संख्या है)

समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium)

ऐसा चतुर्भुज जिसमें दो समान्तर भुजाऐं, आधार के साथ समकोण बनाए। समांतर चतुर्भुज एक समलंब चतुर्भुज कहलाता है।



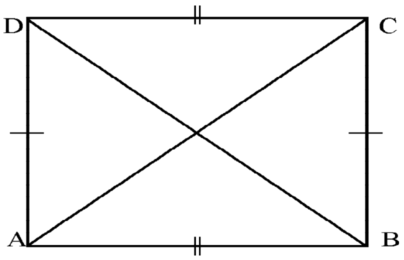
समलम्ब चतुर्भुज आकृति

KOTHARI INSTITUTE

- समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × समांतर चतुर्भुज भुजाओं का योग × उनके बीच की दूरी (ऊंचाई)

समानान्तर चतुर्भुज (Parallelogram)

- ऐसा चतुर्भुज जिसमें आमने-सामने की भुजाऐं समान होने के साथ-साथ समानान्तर भी हो।



- एक आयात को समानान्तर चतुर्भुज तो कह सकते हैं। परन्तु समानान्तर चतुर्भुज को आयात नहीं कह सकते हैं।
- समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊंचाई
- समानान्तर चतुर्भुज का प्रत्येक विकर्ण उसे दो समान भागों में विभाजित करता है।

नोट- यहाँ स्थिति के अनुसार क्षेत्रफल निकालने के लिए हीरा का सूत्र भी काम में ले सकते हैं.

समचतुर्भुज (Rhombus)

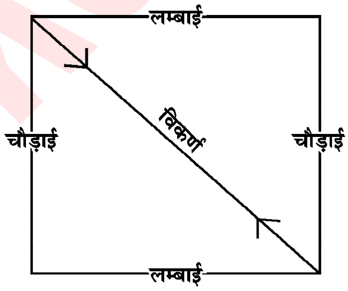
- ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाऐं तथा सम्मुख कोण समान हों।
- समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × विकर्णों का गुणनफल

(**नोट-**समचतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को ज्यामिति पर समद्विभाजित करते हैं।)

समचतुर्भुज की भुजा = $\frac{\text{परिमाप}}{4}$

आयात (Rectangle)

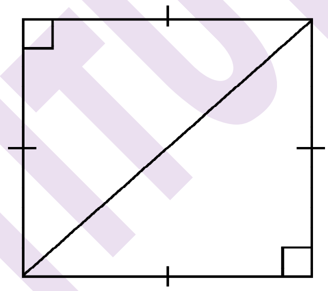
- ऐसा चतुर्भुज जिसके चारों अंत: कोण समकोण हो उसे आयत (Rectangle) कहते हैं। और इसमें विकर्ण भी बराबर हो



- आयात की आमने-सामने की भुजाएं समान और समानान्तर होती हैं।
- आयात के दोनों विकर्ण समान होते हैं।
- आयात के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
- आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
- आयात का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)
- आयत का विकर्ण = $\sqrt{(\text{लम्बाई})^2 + (\text{चौड़ाई})^2}$

वर्ग (Square)

ज्यामिति की एक आकृति है। यदि किसी चतुर्भुज की चारों भुजाएं बराबर हों और चारों कोण समकोण हो तो उसे चतुर्भुज वर्ग कहते हैं।



- वर्ग की चारों भुजाएं समान होती हैं।
- चारों कोण समकोण होते हैं।
- वर्ग के दोनों विकर्ण समान होते हैं।
- दोनों विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।
- आमने-सामने की भुजाएं बराबर और समांन्तर होती हैं।
- वर्ग एक चक्रीय चतुर्भुज होता है।
- वर्ग एक आयात भी होता है।
- वर्ग एक समांतर चतुर्भुज भी होता है।
- वर्ग का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2$
- वर्ग का क्षेत्रफल = $\frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$

नोट- क्योंकि विकर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल पहले का दुगुना होता है।

- वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा
- वर्ग का विकर्ण $= \sqrt{(\text{लम्बाई})^2 + (\text{चौड़ाई})^2}$

$$= \sqrt{(\text{भुजा})^2 + (\text{भुजा})^2}$$

$$= \sqrt{2(\text{भुजा})^2}$$

नोट- क्योंकि वर्ग की लम्बाई व चौड़ाई समान होती है। तो वर्ग का

KOTHARI INSTITUTE

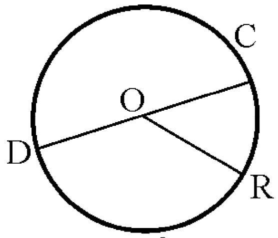
विकर्ण = $\sqrt{2}$ × भुजा

अर्थात् वर्ग का विकर्ण उसकी भुजा × $\sqrt{2}$ गुना है।

- आयताकार मैदान / वर्गाकार मैदान के बाहर या भीतर बने रास्ते का क्षेत्रफल = 20 × (लम्बाई + चौड़ाई $\pm$ $2x$) बाहर है, तो (+) भीतर है तो (–) ।

वृत्त (Circle)

एक तल के उन बिन्दुओं का समूह होता है जो एक नियत बिन्दू (केन्द्र) से अंचर दूरी (त्रिज्या पर होते हैं।



आकृति

- जब किसी भी वृत्त को उसके केन्द्र से किसी भी नियत कोण पर घुमाया जाता है तो भी वृत्त नहीं बदलता है।
- जब एक सीधी रेखा खींची जाती है जो केन्द्र से गुजरती है तो ये एक वृत्त को दो बराबर भागों में बांट देती है।

वृत्त का व्यास (Diameter of Circle)

- एक वृत्त को दो बराबर भागों में बांटने वाली रेखा व्यास कहलाती है।
- ऊपर दी गयी आकृति में D वृत्त का व्यास है।
- ऊपर दी गयी आकृति में R उस वृत्त की त्रिज्या है।

वृत्त की परिधि (Circumference of Circle)

- वृत्त के चारों और का परिमाप ही परिधि कहलाता है।
- ऊपर दी गयी आकृति में C उस वृत्त की परिधि है।

वृत्त की जीवा (Chord of Circle)

- वृत्त की जीवा एक रेखा खण्ड है जिसमें दोनों अंतबिन्दू वृत्त की परिध पर होते हैं।
- व्यास वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है एवं यह वृत्त के केन्द्र से होकर गुजरती है।
- ऊपर दी गयी आकृति 2 में जीवा Chord के नाम से दी गयी है।

वृत्त की स्पर्श रेखा (Tangent of Circle)

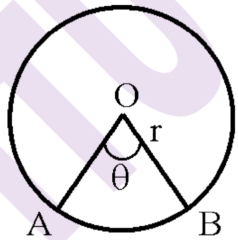
- स्पर्श रेखा वह सीदी रेखा होती है जो एक वृत्त की परिधि को बाहर से किसी एक बिन्दु पर छूती है।

वृत्त की छेदन रेखा (Secant of Circle)

- छेदन रेखा वह रेखा होती है जो वृत्त के कि.. नहीं दो बिन्दुओं को छूती है।

वृत्त की चाप (Arc of Circle)

- वृत्त चाप (Arc) की परिधि का एक हिस्सा होता है-



चाप

वृत्त की त्रिज्यखंड (Sector of Circle)

- त्रिज्यखंड एक ऐसा क्षेत्र होता है जो किन्ही दो त्रिज्यखंडों एवं एक चाप के अन्दर होता है।

वृत्त खण्ड (Segment of Circle)

- वृत्तखंड वह क्षेत्र होता है जो किन्ही दो त्रिज्याखण्डों एवं एक चाप के अन्दर होता है।

अन्य तथ्य

- जब आयत का परिमाप और वर्ग का परिमाप समान हो तो वर्ग का क्षेत्रफल अधिक होगा।
- जब ायत व वर्ग का क्षेत्रफल समान हो तो आयत का परिमाप अधिक होगा।
- जब आयत, वृत्त, चतुर्भुज व त्रिबुज की परिमितियां समान हों तो इनमें वृत्त का क्षेत्रफल सबसे अधिक होगा।
- जब वृत्त की परिधि और वर्ग का परिमाप समान हो तो उनकी त्रिज्या व भुजाओं के मध्य 7 : 11 का अनुपात होगा।
- जब वृत्त की परिधि और वर्ग का परिमाप समान हो तो उनके क्षेत्रफलों के मध्य 14 : 11 का अनुपात होगा।
- जब वृत्त का क्षेत्रफल और वर्ग का क्षेत्रफल समान हो तो उनके परिमाप के मध्य 11 : 14 या $\sqrt{\pi : 2}$ का अनुपात होगा।

KOTHARI INSTITUTE

Some Important TRICKS

Trick-1: यदि किसी चतुर्भुज की एक ओर की भुजा x% बढ़ा दी जाए और दूसरी ओर की x% घटा दी जाए तो क्षेत्रफल में

$$\% \text{ कमी} = \frac{x^2}{100}$$

Example- किसी चतुर्भुज की एक-एक भुजा 10% बढ़ा दी जाती है। जबकि दूसरे को 10% घटा दी जाती है, तो क्षेत्रफल पर क्या प्रभाव पड़ेगा।

Trick Sol: क्षेत्रफल पर प्रभाव = $\frac{10^2}{100}$% कमी = 1% कमी।

Trick-2: x मी. लम्बाई और y मी. चौड़ाई वाले आयत के चारो ओर z मी. चौड़े बाहर से बनाए गए, रास्ते का क्षेत्रफल

= 2z (x+y+2z)

Example- 4 मीटर लम्बाई और 3 मीटर चौड़ाई वाले आयातकार खेत के चारों ओर 1 मीटर चौड़ा बाहर से सटाकर रास्ता बनाया गया है, तो रास्ते का क्षेत्रफल कितना होगा?

Trick Sol: रास्ते का क्षेत्रफल = 2 x 1 (4+3+2x1) = 2 x 9 = 18 m^2

Trick-3: x मी.लम्बाई और y मीटर चौड़ाई वाले आयत के चारों ओर z मी. चौड़ा अन्दर से बनाए गए रास्ते का क्षेत्रफल

= 2z (x + y - 2z)

Example- 22 मीटर लम्बे और 10 मीटर चौड़े एक आयातकार खेत के चारों ओर 2 मीटर चौड़ा रास्ता अन्दर से सटा कर बनाया जाता है, तो रास्ते का क्षेत्रफल बताएँ।

Trick Sol: रास्ते का क्षेत्रफल = 2 x 2 (22+10-2x2) = 4 x 28=112m^2

Trick-4: x मी.भुजा वाले किस वर्गाकार खेत के चारों ओर बाहर से सटाकर y मीटर चौड़ा रास्ता बनाना है, तो रास्ते का क्षेत्रफल

= 4y (x + y)

Example- 5 मीटर भुजा वाले किसी वर्गाकार खेत के चारों ओर 1 मीटर चौड़े बाहर से बने रास्ते का क्षेत्रफल क्या होगा?

Trick Sol: रास्ते का क्षेत्रफल = 4 x 1 (5 + 1) = 24m^2

Trick-5: x मीटर भुजा वाले किसी वर्गाकार खेत के चारो ओर अन्दर से सटाकर y मीटर चौड़ा रास्ता बनाना है, तो रास्ते का क्षेत्रफल 4y (x-y)

Example- 100 मीटर भुजा वाले वर्गाकार खेत में अन्दर से सटाकर चारों ओर 2m चौड़ा रास्ता बनाया जाता है। रास्ते का क्षेत्रफल क्या होगा?

Trick Sol: रास्ते का क्षेत्रफल = 4 x 2 (100-2) = 784 m^2

Trick-6: x मीटर त्रिज्या वाले वृत्ताकार भूखण्ड के चारों ओर बाहर से सटाकर y मीटर चौड़ा रास्ता बनाना है, तो रास्ते का क्षेत्रफल = πy (y+2x)

Example- 10 मीटर व्यास वाले वृत्ताकार प्लाट के बाहर बने 40cm चौड़े रास्ते का क्षेत्रफल बताएं।

Trick Sol: रास्ते का क्षेत्रफल = $\frac{22}{7} \times 40\ (40+2x500)$ = 130743cm^2

Trick-7: x मीटर त्रिज्या वाले वृत्ताकार भूखण्ड के चारों ओर अंदर से सटाकर y मीटर चौड़ा रास्ता बनाना है, तो रास्ते का क्षेत्रफल = πy (2x+y)

Example- 25 cm त्रिज्या वाले वृत्ताकार भूभाग में अन्दर से सटाकर 5 cm का रास्ता बनाया गया है। रास्ते का क्षेत्रफल बताएं।

Trick Sol: रास्ते का क्षेत्रफल = π x 5 (2 x 25 - 5)

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 45$

= 707.14 cm^2 = 707 cm^2

Trick-7: यदि किसी चतुर्भुज के दोनों ओर की भुजा x% बढ़ा दी। जाए तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि = $2x + \frac{x^2}{100}$

Example- यदि किसी वर्ग की भुजा को 25% बढ़ाया जाए, तो उसका क्षेत्रफल कितना प्रतिशत बढ़ जाएगा?

Trick Sol: क्षेत्रफल में % वृद्धि =

$$2 \times 25 + \frac{25 \times 25}{100} = 50 + \frac{625}{100}$$

$$= \frac{25}{4} = 56\frac{1}{4}\%$$

EXERCISE

1. 14 से.मी. त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार तार को काटा जाता है, और उसे वर्गाकार बनाया जाता है, वर्ग का क्षेत्रफल निकालें?
(a) 121 cm^2 (b) 500 cm^2
(c) 484 cm^2 (d) 784 cm^2
2. दो संकेन्द्रित वृत्तों के मध्य घेरे का क्षेत्रफल क्या होगा, जिनकी परिधियाँ 88 cm तथा 132 cm है?
(a) 770 cm^2 (b) 715 cm^2
(c) 660 cm^{22} (d) 778cm^2

KOTHARI INSTITUTE

3. एक आयत की लम्बाई 8 से.मी. और इसका विकर्ण 10 से.मी. हो, तो आयत की परिमिति कितनी होगी?
(a) 35 से.मी. (b) 38 से.मी.
(c) 28 से.मी. (d) 18 से.मी.

4. एक वृत्त के क्षेत्रफल और इसके व्यास के बीच का अनुपात क्रमश: 22:1 है, उसके व्यासार्ध का माप कितना होगा?
(a) 770 cm^2 (b) 715 cm^2
(c) 660 cm^{22} (d) 778 cm^2

5. एक वृत्त की परिधि 121 वर्ग सेमी के क्षेत्रफल वाले एक वर्ग की परिधि के समान है, तो वृत्त का क्षेत्रफल क्या हैं?
(a) 44 वर्ग सेमी (b) 154 वर्ग सेमी
(c) 121 वर्ग सेमी (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता।

6. 5 मीटर चौड़ाई वाली एक दूसरे को लम्बवत काटकर जाने वाली दो सड़कें एक 80 मी. X 60 मी. साइज के आयातकार क्षेत्र के बीचों बीच बनाई गई है। सड़कों पर 10 रु. प्रति (मीटर) की दर से बजरी डालने का व्यय होगा-
(a) 6075 रु. (b) 670 रु.
(c) 6750 रु. (d) 7560 रु.

7. यदि एक वर्ग के विकर्ण की लम्बाई 20 सेमी हो तो इसका परिमाप होगा।
(a) $40\sqrt{2}$ cm (b) 40 cm
(c) 200 cm (d) $10\sqrt{2}$ cm

8. एक वृत्त का व्यासार्थ एक समकोणीय त्रिभुज की ऊँचाई से 20 प्रतिशत अधिक है। समकोणीय त्रिभुज का आधार 36 सेमी है। यदि समकोणीय त्रिभुज का क्षेत्रफल वृत्त के क्षेत्रफल के बराबर हो, तो वृत्त का क्षेत्रफल लगभग कितना होगा?
(a) 72 वर्ग सेमी (b) 144 वर्ग सेमी
(c) 128 वर्ग सेमी (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

9. एक वृत्त और एक आयत के परिमाप समीन हैं। आयत की भुजाएँ 18 सेमी और 26 सेमी है, वृत्त का क्षेत्रफल कितना है?
(a) 88 cm^2 (b) 154 cm^2
(c) 1250 cm^2 (d) 616 cm^2

10. किसी समलम्ब चतुर्भुजकार खेत का क्षेत्रफल 1440 वर्ग मीटर है। समानान्तर भुजाओं के बीच लंबिक दूरी 24 मीटर है । यदि समान्तर भुजाओं में 5:3 का अनुपात है, तो समान्तर भुजाओं में से लम्बी भुजा कितनी है?
(a) 45 वर्गमीटर (b) 60 वर्गमीटर
(c) 75 वर्गमीटर (d) 120 वर्गमीटर

11. एक कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल 120 वर्गमीटर है, कमरे की लम्बाई, चौड़ाई की अपेक्षा दोगुनी है। यदि कमरे की ऊँचाई 4 मीटर हो तो कमरे के फर्श का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
(a) 48 वर्गमीटर (b) 49 वर्गमीटर
(c) 50 वर्गमीटर (d) 52 वर्गमीटर

12 एक तार 28 सेमी त्रिज्या के वृत्त के रूप में मोड़ा गया है, जब इसको पुन: एक वर्ग के रूप में मोड़ा जाता है, तो वर्ग की एक भुजा की लम्बाई ज्ञात करें।
(a) 44 सेमी (b) 45 सेमी
(c) 46 सेमी (d) 48 सेमी

13. एक वृत्ताकार घास के मैदान का व्यास 42 मीटर है। इसके चारों ओर बाहर 3.5 मीटर चौड़ा एक रास्ता है। इस रास्ते पर 4 रु. प्रति वर्गमीटर की दर से गिट्टी बिछवाने में कितना व्यय होगा?
(a) 2002 रु. (b) 2003 रु.
(c) 2004 रु. (d) 2000 रु.

14. यदि किसी वृत्त की त्रिज्या में 50 प्रतिशत की वृद्धि कर दी जाए तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?
(a) 125% (b) 100%
(c) 75% (d) 50%

15. दो सकेन्द्रीय वृत्तों की परिधियाँ 176 मीटर और 132 मीटर है। तो वृत्तों के क्षेत्रफलों का अन्तर ज्ञात करें।
(a) 125% (b) 100%
(c) 75% (d) 50%

16. यदि एक समबाहु त्रिभुज और एक समष्ट्भुज की भुजा एक ही समान हो तो उनके क्षेत्रफल का अनुपात होगा-
(a) 1 : 2 (b) 2 : 3
(c) 1 : 6 (d) 4 : 5

17. एक आयत तथा एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल समान है, समान्तर चतुर्भुज का आधार 40 सेमी तथा शीर्षलम्ब 6 सेमी है। निम्नलिखित में कौनसा एक आयत की लम्बाई-चौड़ाई का अनुपात नहीं हो सकता? (विमा के मान पूर्णांक है)
(a) 7 : 5 (b) 40 : 3
(c) 15 : 2 (d) 30 : 1

18. एक आयत तथा एक समान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल समान हैं। समांतर चतुर्भुज का आधार 20 cm तथा शीर्षलम्ब 6 cm है। निम्नलिखित में कौनसा एक आयत की लम्बाई-चौड़ाई का अनुपात नहीं हो सकता है? (बिमा-के मान पूर्णांक है)
(a) 7 : 5 (b) 2 : 1
(c) 5 : 1 (d) 30 : 1

आयतन (Volume)

किसी वस्तु का आयतन वस्तुतः उस वस्तु की धारिता होती है। जैसे- एक गिलास में पानी की जो मात्रा आएगी वह गिलास का आयतन होगा।

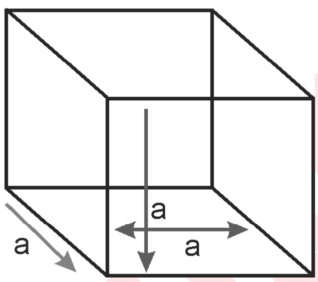
इसी प्रकार एक ठोस लोहे की गेंद में लोहे की जो मात्रा होगी वही उसका आयतन होगा। आयतन हमेशा त्रिविमीय आकृतियों (Three Dimensional) में ही होता है। त्रिविमीय आकृतियों में आयतन के साथ-साथ इनके सतह का क्षेत्रफल ज्ञात किया जाता है।

सतह (Surface)

त्रिविमीय आकृति (3 Dimensional Figure): जिन तलों या पृष्ठों द्वारा भी होती होती है उस आकृति की **सतह** कहते हैं। चूँकि सतह तलों का क्षेत्रफल होता है। इसलिए इसकी इकाई **वर्ग से.मी., वर्ग मीटर** आदि होती है। अतः त्रिविमीय आकृति में **घन, घनाभ, बेलन, शंकु, गोला प्रिज्म एवं पिरामिड** होता है।

घन (Cube)

एक ऐसी त्रिआयमी आकृति (3-dimensional figure) को कहा जाता है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों समान (Comman) होती हैं।



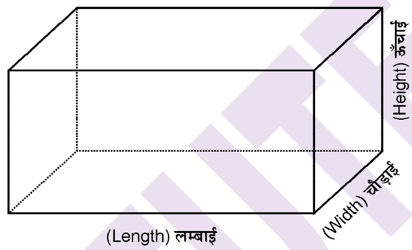
जैसा कि आप ऊपर दी गयी आकृति में देख सकते हैं यहाँ एक त्रिआयमी (3-dimensional) आकृति दी गयी है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई समान है। ऐसा होने से यह एक घन कहलायेगा।

घन के गुणधर्म (Properties of Cube)

- **शीर्ष (Properties of Cube):** शीर्ष वह कोना होता है जहाँ तीन रेखाएं जो कि एक घन के किनारे होते हैं वे आकर मिलते हैं। एक घन में आठ किनारे होते हैं।
- **किनारे (Edge):** एक घन में बारह किनारे होते हैं। ये किनारे फलकों की भुजाएँ होती हैं। एक घन के बारह के बारह किनारे समान लम्बाई के होते हैं।
- **फलक विकर्ण (Face diagonal):** फलक विकर्ण वे रेखा खण्ड होते हैं जो विपरीत शीर्षों को जोड़ते हैं। हर एक फलक के किनारे में दो विकर्ण कुल 12 विकर्ण होते हैं।

घनाभ (Cuboid)

एक ऐसी त्रिआयामी (3-dimensional) आकृति (figure) है जिसके 6 आयताकार फलक होते हैं इस वजह से ऐसी आकृतियों को बहुफलक भी कहा जाता है।



ऊपर दी गयी आकृति में जैसा कि आप देख सकते हैं की इसके सभी फलक आयताकार है इस वजह से यह एक घनाभ कहलायेगा।

घनाभ के गुणधर्म (Properties of Cuboid)

- एक घनाभ के छः फलक होते हैं ।
- एक घनाभ के सभी कोण समकोण होते हैं।
- इसके सभी फलक आयताकार होते हैं।
- सभी फलकों का आयताकार होने से तात्पर्य है कि हर फलक के जो चार आयाम होते हैं उनमें से एक युगम बराबर होना चाहिए।

जैसा अगर हम एक ऊपर वाला फलक लेते हैं जिसके आयाम Width एवं Length होंगे

अब आयताकार होने का मतलब है कि फलक की 2 width बराबर एवं Length बराबर होनी चाहिये। अगर width एवं Length बराबर हो जाए तब यह एक वर्ण हो जाएगा लेकिन तब भी यह एक घनाभ ही कहलायेगा। क्योंकि यह घनाभ होने की शर्तें पूरी कर रहा है।

सूत्र (Rules)

- घन का आयतन = a^3
- घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
- घन का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
- घनाभ का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =
  2 × (लम्बाई×चौड़ाई + चौड़ाई×ऊँचाई + ऊँचाई×लम्बाई)
- घन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$
- घनाभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 × ऊंचाई (लम्बाई + चौड़ाई)
- n निकालने के लिए विधि

$$n = \frac{\text{बड़े घन की संख्या}}{\text{छोटे घन की संख्या}}$$

- जब छोटे घनों की संख्या निकालना हो तो -
  => n × n × n => n^3

Q1. एक 4 सेमी. के घन में से 1 सेमी में कितने छोटे घन बनेंगे?

=> बड़े घन की संख्या = 4

=> छोटे घन की संख्या = 1

=> $\frac{4}{1} = 4$ => 4^3 => 64

अर्थात् 64 छोटे घन बनेंगे।

Q2. एक 4 सेमी. के घन में से 2 सेमी के कितने छोटे-छेटे घन बनेंगे?

=> बड़े घन की संख्या = 4

=> छोटे घन की संख्या = 2

=> $\frac{4}{2}$ => 2 => 2^3 => 8

अर्थात् 8 छोटे घन बनेंगे।

Type

यदि 4 सेमी. वाले रंगीन घन को 1 सेमी. के छोटे-छोटे घनों में बाटा जाए तो -

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 3 सतह रंगीन है?

= इसमें हमेशा 8 घन होंगे जिसकी 3 सतह रंगीन है

= बड़े घन की भुजा = 4

= छोटे घन की भुजा = 1

$\frac{4}{1} = 4$ $n = 4^1$

अत: $4^3 = 64$ (छोटे घनों की संख्या निकालना हो तो n^3) अर्थात् 64 घन होंगे जिसकी 3 सतह रंगीन है।

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 2 सतह रंगीन है?

Trick

12 (n-2)

12 (4-2) 12 × 2 = 24

अत: 24 घन होंगे जिनकी 2 सतह रंगीन रंगीन है।

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 1 ही सतह रंगीन है?

Trick

$6\,(n-2)^2$

$6\,(4-2)^2$

6×2^2

6 × 4 = 24

अत: 24 घन होंगे जिनकी 1 ही सतह रंगी है।

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 1 भी सतह रंगीन नहीं है?

Trick -

$\mathbf{(n-2)^3}$

$(4-2)^3$

$= \mathbf{2^3}$

= 8

अत: 8 घन होंगे जिनकी 1 भी सतह रंगीन नहीं है।

EXERCISE

Q. 25 cm वाले ठोस घन को 5 cm के छोटे-छोटे घन प्राप्त करने के लिए उसे कुल कितनी बार काटना होगा?

(a) 6 (b) 9 (c) 12 (d) 16

व्याख्या:

$$n = \frac{\text{बड़े घन की संख्या}}{\text{छोटे घन की संख्या}} = \frac{25}{5} = 5$$

n घनों को काटने की संख्या = (n-1) × 3

= (5-1) × 3

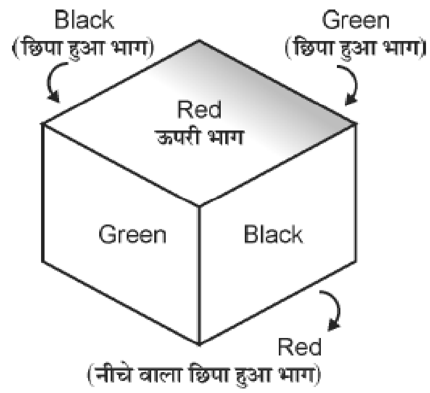
= 4 × 3 = 12

अत: ठोस घन को कुल 12 बार काटना होगा।

Q. एक 16 cm वाले बड़े घन को 4 cm वाले छोटे-छोटे घनों में परिवर्तित किया जाता है, जिसकी दो सम्मुख सतहें लाल, दो सम्मुख हरी और दो सम्मुख नीले रंग की है। उन घनों की संख्या बताइये जो दो सतह रंगीन हो और उनकी दोनों सतहें अलग-अलग रंग की हों?

(a) 24 (b) 36 (c) 48 (d) 56

$$n = \frac{\text{बड़े घन की संख्या}}{\text{छोटे घन की संख्या}} = \frac{16}{4} = 4 \quad \mathbf{(n = 4)}$$



KOTHARI INSTITUTE

आकृति से स्पष्ट है कि लाल रंग दो सम्मुख सतहों पर, हरा रंग दो सम्मुख सतहों पर, काला रंग दो सम्मुख सतहों पर है। इस प्रकार ऐसा कोई भी कोर (Core) नहीं है जहाँ पर दो समान रंग की सतहें एक दूसरे से मिल रही है अर्थात् प्रत्येक कोर पर दो भिन्न रंग की सतहें ही मिलेगी।

= (n - 2) × 12

= (4 - 2) × 12 = 24 घन

अत: उन घनों की संख्या 24 है । जिनकी दो सतह रंगीन है तथा जिनकी दोनों सतहें अलग-अलग रंग की है।

Q. एक सतह रंगीन बनने वाले घनों की संख्या बताइये?

20 24 30 34

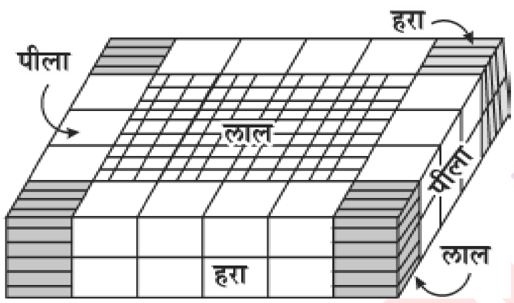
(a) (b) (c) (d)

व्याख्या:

3 सतह रंगीन घन द्ध कोनों पर

2 सतह रंगीन घन द्ध कोनों पर

1 सतह रंगीन घन द्ध सतह पर (बीच में)



एक सतह रंगीन घन केवल लाल वाली सतह पर मिलेंगे, और लाल वाली प्रत्येक सतह पर उनकी संख्या 5 है।

अत: कुल एक सतह रंगीन बनने वाले घन =

15 + 15 = 30 घन

Q. किसी घन के 2-2 सेमी के 343 टुकड़ों को जोड़कर एक घन बनाया गया। तो बनने वाले घन की भुजा की माप होगी।

7 सेमी 6 सेमी 21 सेमी 14 सेमी

(a) (b) (c) (d)

व्याख्या:

बनने वाले घनों की संख्या $= \sqrt[3]{\text{टुकड़ों}}$

$= \sqrt[3]{343}$

= 7

- प्रत्येक घन 2 सेमी का है तो = 2 × 7 = 14 सेमी.
- अत: बनने वाले घनों की भुजा की माप 14 सेमी होगी।

Q. बिना रंग के पटल वाले घनों की संख्या कितनी होगी?

0 18 9 8

(a) (b) (c) (d)

व्याख्या:

घन की भुजा $\sqrt[3]{64} = 4$ cm.

बिना रंग के घनों की संख्या $= (X-2)^3$

$= (4-2)^3$

$= (2)^3$

= 8

अत: बिना रंग के पटल वाले घनों की संख्या 8 होगी।

Q. एक पटल पीला एवं एक पटल नीला वाले घनों की कितनी संख्या होगी?

9 8 5 6

(a) (b) (c) (d)

व्याख्या: $= \frac{12(x-2)}{3}$

$= \frac{12(4-2)}{3}$

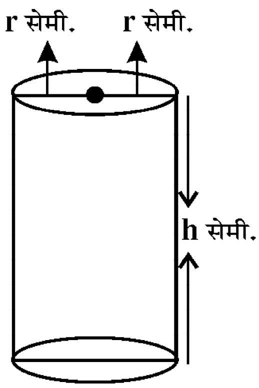
$= \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24}{3} = 8$ घन

अत: एक पटल पीला एवं एक पटल नीले रंग के घनों की संख्या 8 है।

बेलन (Cylinder)

किसी आयत को उसकी एक भुजा के परित: घुमाने पर जो आकृति बनीत है, उसे बेलन कहते हैं।

ड्रम, पाइप त्यािदि बेलन के उदाहरण हैं। बेलन का आधार और ऊपरी सिरा समान क्षेत्रफल के वृत्त होते हैं।



(a) बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

$= \pi r^2 \times h$

[क्योंकि आधार वृत्त है इसलिए वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2]

KOTHARI INSTITUTE

(b) बेलन के सिरे और आधार के क्षेत्रफल को छोड़कर जो शेष पृष्ठ क्षेत्रफल होता है, उसे वक्र पृष्ठ कहा जाता है।

बेलन का वक्र पृष्ठ = आधार का परिमाप × ऊंचाई

$= 2\pi r \times h$

$= 2\pi rh$

(चूंकि आधार एक वृत्त है इसलिए वृत्त की परिधि $= 2\pi r$)

(c) बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = वक्र पृष्ठ + 2 × आधार का क्षेत्रफल

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

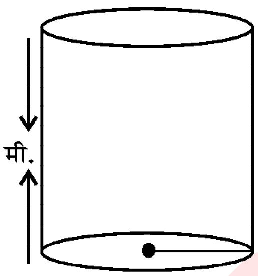
$= 2\pi r(h+r)$

उदाहरण :

Q. एक बेलन का आधार 14 मीटर त्रिज्या वाला एक वृत्त है और उसकी ऊंचाई 5 मीटर है। बेलन का आयतन और संपूर्ण सतह ज्ञात कीजिए।

व्याखया-

- **बेलन का आधार वृत्त है।**



∴ आधार (वृत्त) का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 616$ वर्ग मीटर

∴ बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

= 616 × 5 = 308 घन मीटर

∴ बेलन का वक्र पृष्ठ = आधार का परिमाप/परिधि × ऊंचाई

$= 2\pi r \times h$

[चूंकि आधार एक वृत्त है इसलिए आधार (वृत्त) की परिधि = $2\pi r$ **]**

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 5 = 440$ वर्ग मीटर

∴ **बेलन का संपूर्ण पृष्ठ** = बेलन का वक्र पृष्ठ +2× आधार का क्षेत्रफल

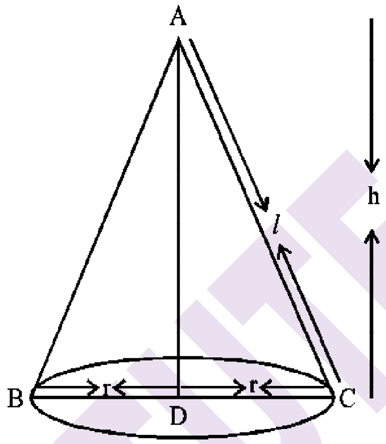
$= 440 + 2 \times 616$

$= 440 + 1232$

= 1672 वर्ग मीटर ⇒ **(उत्तर)**

शंकु (Cone)

शंकु सतह आकृति है जिसका पार्श्व पृष्ठ और आधार एक वृत्त हो।



- शंकु की ऊंचाई का संकेत h तथा त्रिज्या का संकेत r होता है। उपर्युक्त चित्र में प्रदर्शित शंकु ABC की ऊंचाई AD = h और आधार की त्रिज्या BD = CD = r है।
- AD को शंकु की लंबवत ऊंचाई और AB या AC तो तिर्यक ऊंचाई या तिरछी ऊंचाई कहते हैं। तिरछी ऊंचाई का संकेत l होता है आधार को छोड़कर जो वक्र पृष्ठ होता है, उसे तिरछा पृष्ठ या तिर्यक पृष्ठ कहते हैं।

सूत्र-

(a) तिर्यक ऊंचाई $(l) = \sqrt{(\text{त्रिज्या})^2 + (\text{ऊंचाई})^2}$

$= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

(b) तिरछा पृष्ठ (वक्र तल) = π × त्रिज्या × तिर्यक ऊंचाई

$= \pi r l$

(c) संपूर्ण पृष्ठ = तिरछा पृष्ठ (वक्र तल) + आधार का क्षेत्रफल $= \pi r l + \pi r^2$

[क्योंकि आधार एक वृत्त है, इसलिए वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 **]**

$= \pi r(l + r)$

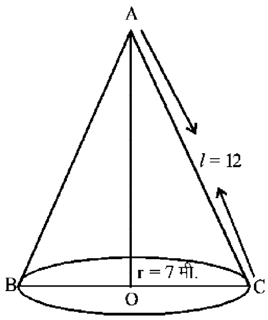
(d) शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

उदाहरणः-

Q. एक शंकु की त्रिज्या 7 मीटर है और उसकी तिर्यक ऊंचाई 12 मीटर है। शंकु का आयतन तथा संपूर्ण सतह ज्ञात कीजिए।



शंकु की त्रिज्या (OB = OC) = 7 मी.

शंकु की तिर्यक ऊंचाई = 12 मी.

शंकु की ऊंचाई = ?

शंकु की ऊंचाई =

$$\sqrt{(\text{शंकु की तिर्यक ऊंचाई})^2 - (\text{शंकु की त्रिज्या})^2}$$

$$=\sqrt{(12)^2-(7)^2}=\sqrt{144-49}$$

$$=\sqrt{95}=9.75 \text{ मी.}$$

∴ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 9.75$

$= 500.5$ घन मीटर

तथा शंकु का संपूर्ण सतह $= \pi r l + \pi r^2$

$= \pi r(l + r)$

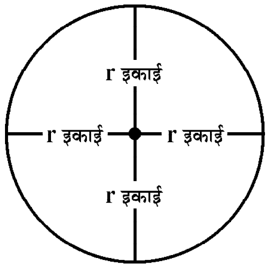
$= \frac{2}{7} \times 7\,(12+7)$

$= 22 \times 19 = 418$ वर्ग मीटर

⇒ (उत्तर)

गोल (Sphere)

अंतरिक्ष में एक निश्चित बिंदु से समदूरस्थ समस्त बिंदुओं से प्राप्त वक्रपृष्ठ से सीमाबद्ध आकृति गोला कहलाती है अर्थात ऐसी सतह से घिरी प्राकृति जिसमें सतह का प्रत्येक बिंदु एक स्थिर बिंदु से समान दूरी पर हो, गोला कहलाती है। प्रत्येक गोले का एक केन्द्र होता है, केन्द्र को पृष्ठ के किसी बिंदु से मिलाने वाली रेखा त्रिज्या कहलाता है। गोले की त्रिज्या का संकेत r होता है।



(a) गोले का आयतन $= \frac{4\pi}{3}(\text{त्रिज्या})^3$

$V = \frac{4\pi}{3}(r)^3$

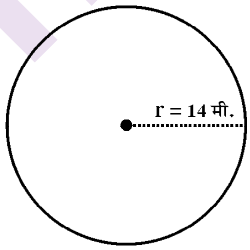
(b) गोले का वक्रपृष्ठ = संपूर्ण पृष्ठ

$= 4\pi(\text{त्रिज्या})^2$

$S = 4\pi r^2$ ⇒ उत्तर

उदाहरणः-

Q. एक गोले का अर्द्धव्यास (त्रिज्या) 14 मीटर है। उसका आयतन तथा सतह या संपूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।



गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14$

= 11498.666 घन मीटर (लगभग)

⇒ उत्तर

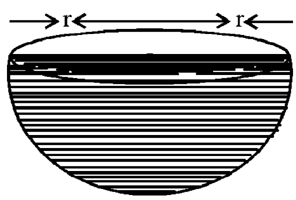
गोले का संपूर्ण पृष्ठ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

= 2464 वर्ग मीटर ⇒ उत्तर

अर्द्ध गोला (Hemisphere)

गोला के अर्द्धक को अर्द्ध गोला या गोलार्द्ध कहते हैं।



KOTHARI INSTITUTE

यदि अर्द्ध गोले (गोलार्द्ध) की त्रिज्या 'r' इकाई हो, तो

गोला का आयतन $= \frac{4\pi}{3}(\text{त्रिज्या})^3$

$= \frac{2}{3}\pi r^3$ घन इकाई

गोलार्द्ध का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल = 3π (त्रिज्या)^2

$= 3\pi^2$ वर्ग इकाई

उदाहरण:-

Q. एक अर्द्ध गोलाकार मेज की त्रिज्या 21 सेमी है, तो अर्द्ध गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल- अर्द्ध गोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi\,(\text{त्रिज्या})^3$

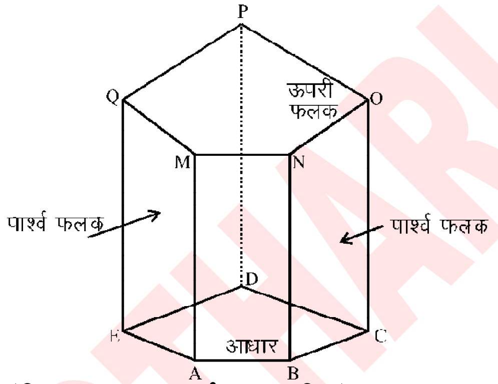
$= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 21\times 21\times 21$

= 19404 घन सेमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**

प्रिज्म एवं पिरामिड

प्रिज्म (Prism)

वह ठोस होता है जिसके ऊपरी और निचले सतह या फलक एक जैसे होते हैं और उसलके पार्श्व फलक आयताकार होते हैं।

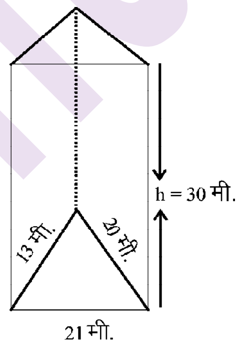


प्रिज्य से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण जानकारियां

- प्रिज्य के आधार पर जो आयताकार फलकें होती हैं, उन्हें पार्श्व फलकें कहते हैं। आधार में जितनी भुजाएं होती हैं, उतनी ही पार्श्व फलकें। उपर्युक्त प्रिज्म में ABMN, BCNO, CDOP, DEPQ एवं EAQM पार्श्व फलकें हैं।
- आधार ABCDE और ऊपरी सिरा (MNOPQ) भी फलकें होती हैं इस प्रकार प्रिज्म में कुल फलकों की संख्या = आधार में भुजाओं की संख्या + 2
- किसी प्रिज्य का आधार त्रिभुज हो, तो फलकों की संख्या = 3 + 2 + = 5 होगी।
- दोनों फलकों को मिलाने वाली रेखा को कोर कहते हैं। प्रिज्म में कोरों की संख्या = प्रिज्म के आधार में भुजाओं की संख्या × 3 । यदि किसी प्रिज्म का आधार चतुर्भुज हो, तो कोरों की संख्या = 4 × 3 = 12 होगी।
- प्रिज्म में शीर्षों की संख्या = प्रिज्म के आधार में भुजाओं की संख्या × 2 यदि किसी प्रिज्म का आधार पंचभुज हो, तो शीर्षों की संख्या = 5 × 2 = 10 होगी।
- प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल = आधार का परिणाम × ऊंचाई, प्रिज्म के संपूर्ण-पृष्ठ का क्षेत्रफल = 2 × आधार का क्षेत्रफल + पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल, प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

उदाहरण-

Q. एक त्रिभुजाकार प्रिज्म जिसकी ऊंचाई 30 मीटर है और जिसके आधार की भुजाएं क्रमशः 21 मीटर, 20 मीटर और 13 मीटर है, तो त्रिभुजाकार प्रिज्म का आयतन और संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या है?



व्याख्या-

आधार का परिमाप = 21+20+ 13= 54 मीटर और ऊंचाई = 30 मीटर है।

आधार का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(जहाँ a,b,c त्रिभुज की भुजाएं तथा $s = \frac{\text{परिमाप}}{2}$

$= \frac{54}{2} = 27$ मीटर है)

$\therefore$ **आधार का क्षेत्रफल**

$= \sqrt{27(27-21)(27-20)(27-13)}$

$= \sqrt{27\times 6\times 7\times 14} = 126$ वर्ग मीटर

$\therefore$ प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

= 126 × 30 = 3780 घन मीटर

प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =

2 × आधार का क्षेत्रफल + पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल

= 2 × आधार का क्षेत्रफल + (आधार का परिमाप × ऊंचाई)

= 2 × 126 + (54 × 30)

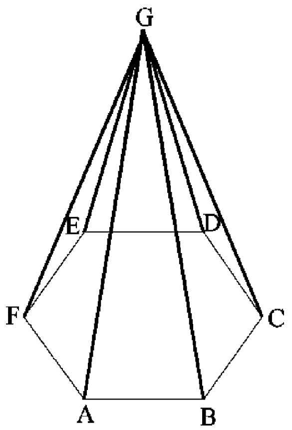
= 252 + 1620

= 1872 वर्ग मीटर $\Rightarrow$ **उत्तर**

KOTHARI INSTITUTE

पिरामिड (Pyramid)

समतल फलकों से घिरी हुई वह त्रिविमीय आकृति है जिसका एक फलक त्रिभुज या चतुर्भुज या बहुभुज होता है और शेष फलक त्रिभुजीय होते हैं जिनके शीर्ष आधार के बाहर एक सर्वनिष्ठ बिंदु पर मिलते हैं।



चित्र में GABCDEF एक पिरामिड है जिसका शीर्ष G और आधार एक षटभुज ABCDEF है।

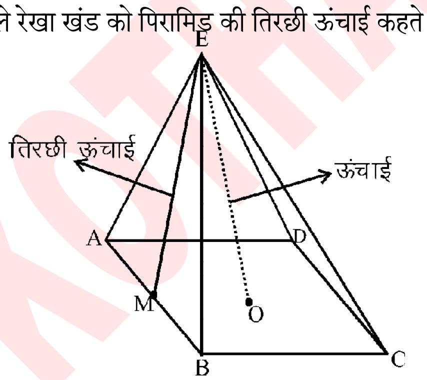
यहां तलों की संख्या 7 (ABG, BCG, CDG, DEG, EFG, FAG, ABCDEF) कोरों की संख्या 12 और शीर्षों की संख्या 7 है।

यदि पिरामिड का आधार बहुभुज अर्थात् त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज आदि हो और उसके शीर्ष से आधार पर खींचा गया लंब, आधार को इसके केन्द्रीय बिंदु पर प्रतिच्छेद करे, तो ऐसे पिरामिड को लम्ब पिरामिड कहते हैं और लंब की लंबाई पिरामिड की ऊंचाई कहलाती है।

■ **लंब पिरामिड की तिरछी ऊंचाई**

आधार के अतिरिक्त अन्य त्रिभुजाकार फलक पिरामिड के तिरछे फलक कहलाते हैं। लंब पिरामिड के तिरछे फलक समद्विबाहु त्रिभुज होते हैं।

इन त्रिबुजों की ऊंचाई, शीर्ष से आधार की किसी भुजा के मध्य बिंदु तक खींचे जाने वाले रेखा खंड को पिरामिड की तिरछी ऊंचाई कहते हैं। **देखें-**



उपर्युक्त चतुर्भुज पिरामिड में EO पिरामिड की ऊंचाई तथा EM पिरामिड की तिरछी ऊंचाई है। (यहां AB का मध्य बिंदु M है)

उपर्युक्त पिरामिड में चतुर्भुज ABCD आधार है।

जिस पिरामिड का आधार त्रिभुज है, उसे चतुष्फलक (Tetrahedron) कहते हैं। इसमें चार त्रिभुजीय फलक, छह कोर तथा चार शीर्ष होते हैं।

यदि चतुष्फलक की सभी करें लंबाई में बराबर हों, तो उसे समचतुष्फलक कहते हैं।

लंब पिरामिड का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार का परिमाप $\times$ तिरछी ऊंचाई

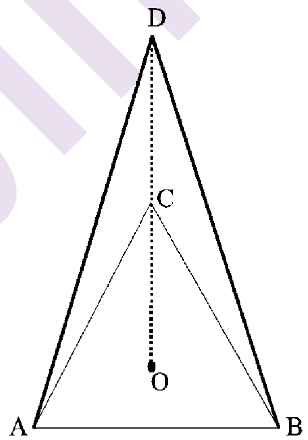
लंब पिरामिड का आयतन $= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ उंचाई

सूत्र- लंब पिरामिड का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =
आधार का क्षेत्रफल + तिरछा पृष्ठ

उदाहरण:-

Q. उस पिरामिड का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका आधार 4 सेमी. भुजा का समबाहु त्रिभुज है और उसकी लंबवत ऊंचाई $6\sqrt{3}$ सेमी. है।

व्याख्या-



पिरामिड ABCDO का आधार समबाहु Δ ABC है और लंबवत ऊंचाई DO है।

$\therefore$ पिरामिड का आयतन $= \frac{1}{3} \times$आधार का क्षेत्रफल $\times$ लंबवत ऊंचाई

$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा} \times \text{भुजा} \times 6\sqrt{3}$

(आधार समबाहु त्रिभुज है जिसका क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा} \times \text{भुजा}$)

$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \times 6\sqrt{3}$

$= 24$ घन सेमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**

●●●●●

त्रिकोणमिति (Triangle)

त्रिकोणमिति का मतलब है कि Triangle होता है। इसका उपयोग जहाँ होगा जहाँ Triangle होगा और Triangle भी समकोण त्रिभुज के साथ उपयोग होगा।

समकोण त्रिभुज (Right Angled Triangle)

- जिस त्रिभुज में एक कोण 90^0 का होता है उसे समकोण त्रिभुज कहते हैं।
- 90^0 के सामने वाली भुजा को कर्ण (Hypstenuse) कहते हैं, जो त्रिभुज की सबसे लंबी भुजा होती है।
- अन्य दो भुजाओ को त्रिभुज के पाद (Legs) या भुज (Cathetus) कहा जाता है।
- समकोण त्रिभुज, पाइथागोरियन प्रेमय का पालन करते हैं - दो भुजों (आधार और लम्ब) की लम्बाई के वर्गों का योग, कर्ण की लम्बाई के बराबर होता है।

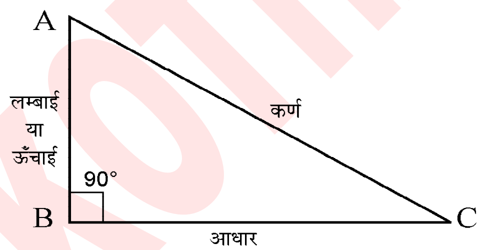
पाइथागोरस प्रेमय

- यह ज्यामिति में किसी समकोण त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बीच एक सम्बन्ध बताने वाली प्रेमय है।
- इस प्रेमय को आमतौर पर एक समीकरण के रूप में व्यक्त किया जाता है।

समीकरण रूप

- हम जब कर्ण की लम्बाई को c और अन्य दो भुजाओं की लम्बाई को a और b लेते हैं तो प्रेमय को निम्नलिखित समीकरण के रूप में व्यक्त करते हैं-

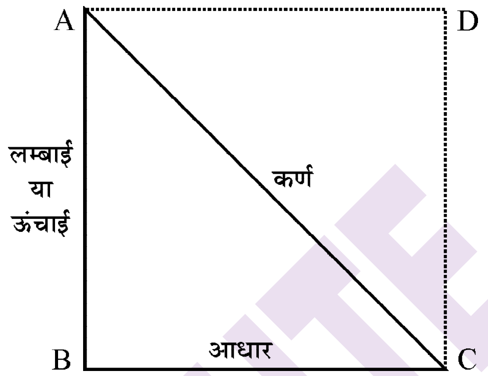
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{या} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



- यदि C पहले से दिया गया है और एक भुजा की लम्बाई निकालना हो निम्नलिखित समीकरण का उपयोग करते है-

$$c^2 - a^2 = b^2 \quad \text{या} \quad c^2 - b^2 = a^2$$

- समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ लाख $\times$ आधार



आयत ABCD का क्षेत्रफल = लम्ब × आधार

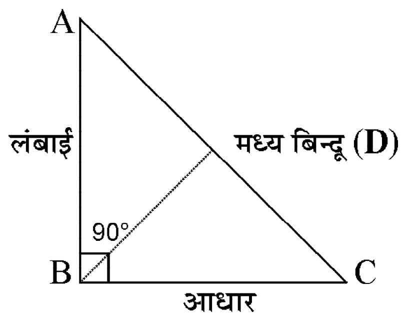
- चूँकि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल आयत ABCD के क्षेत्रफल का आधा है।

  नोट- आयत का विकर्ण आयत के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में विभाजित करता है।

- त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $\frac{1}{2} \times$ आयत ABCD का क्षेत्रफल अत:

  समकोण त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ लम्ब × आधार

- समकोण त्रिभुज में, $(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$
- समकोण त्रिभुज में कर्ण का मध्य बिन्दु तीनों शीर्षों से समदूरस्थ होता है अर्थात् AD = BD = CD



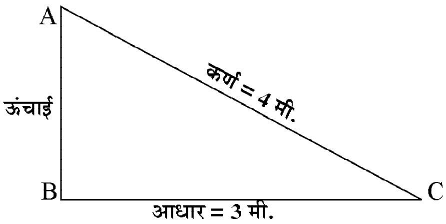
- **समकोण त्रिभुज का परिमाप-** किसी आकृति का परिमाप उसकी सभी भुजओं का योग होता है।

  अत: समकोण का परिमाप = लम्ब + आधार + कर्ण

EXERCISE

Q.1 किसी समकोण त्रिभुज का आधार 3 मीटर तथा कर्ण 4 मीटर हो, तो इस त्रिभुज का परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए तथा साथ ही इसकी ऊंचाई ज्ञात करें?

KOTHARI INSTITUTE



व्याख्या-

- समकोण त्रिभुज में,

$(कर्ण)^2 = (\text{लम्ब या ऊंचाई})^2 + (आधार)^2$

$(4)^2 = (\text{ऊंचाई})^2 + (3)^2$

ऊंचाई $= (4)^2 = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25} = 5$ मीटर

त्रिकोणमिति में 6 प्रकार के θ होते हैं-

$\sin\theta \rightarrow \text{cosec}\,\theta$
$\cos\theta \rightarrow \sec\theta$
$\tan\theta \rightarrow \cot\theta$

सूत्र- $\frac{LAL}{KKA}$

$\sin\theta = \frac{L}{K}$ $\quad \text{cosec}\,\theta = \frac{K}{A}$

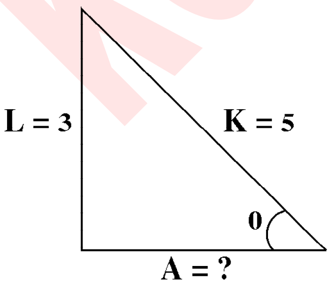
$\cos\theta = \frac{A}{K}$ $\quad \sec\theta = \frac{K}{A}$

$\tan\theta = \frac{L}{A}$ $\quad \cot\theta = \frac{A}{K}$

EXERCISE

Q. यदि $\sin\theta = \frac{3}{5}$ हो तो $\tan\theta$ का मान क्या होगा?

व्याख्या-



K = 5 L = 3 A = ?

पाइथागोरस प्रेमय में मान रखने पर

$(कर्ण) = (लम्ब)^2 + (आधार)^2$

$(5)^2 = (3)^2 + (आधार)^2$

$25 = 9 + (आधार)^2$

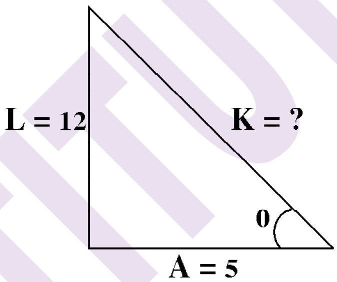
$25 - 9 = (आधार)^2$

$16 = (आधार)^2$

$4 =$ आधार

Q. यदि $\tan\theta = \frac{12}{5}$ **है तो** $\text{cosec}\,\theta$ **का मान ज्ञात कीजिए?**

व्याख्या-



K = ? L = 12 A = 5

पाइथागोरस प्रेमय में मान रखने पर

$(कर्ण)^2 = (लम्ब)^2 + (आधार)^2$

$= (12)^2 + (5)^2$

$= 144 + 25$

$= 169$

$= 13$

अर्थात् $\text{cosec}\,\theta$ का मान $= \left(\frac{K}{L}\right) \frac{13}{12}$ है।

सूत्र- $\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta}$ $\quad \text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ $\quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

1. $\sin\theta + \cos^2\theta + = 1$
2. $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$
3. $1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$

KOTHARI INSTITUTE

TABLE

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
cosec	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

\

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

■ $\tan\theta$ (1). $=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{0}{1}=0$

(2). $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{\ }}$ (3). $\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

(4). $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$ (5). $\frac{1}{0}=\infty$

EXERCISE

Q. $\sin 30^0 + \cos 60^0 = ?$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=?$ 1 = Ans

Q. $\tan 30^0 \times \tan 45^0 \times \tan 60^0 = ?$

$\frac{1}{\sqrt{3}}\times 1\times\sqrt{3}$ **1 = ans**

Q. $\sin^2 60+\cos^2 60 = ?$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=?$ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=?$

$\frac{3+1}{4}=?$ $\frac{4}{4}=1\text{Ans}$

Q. $\tan 30^0\times\cot 30^0 + \tan 60^0 \times \cot 60^0 = ?$

$\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$1+1 = 2$ Ans

Q. अगर $\sin\theta + \text{cosec}\theta = 2$ तो $\sin^{100}\theta + \text{cosec}^{100}\theta$ का मान क्या होगा?

व्याख्या-

सूत्र= $\sin\theta=\frac{1}{\text{cosec}\theta}$ $\text{cosec}\theta=\frac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$ $\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}=\frac{\sin}{\cos}$ $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\cos\theta}{1}$

$\sin\theta+\text{cosec}\theta=2$

$\frac{\sin\theta}{1}+\frac{1}{\sin\theta}=2$

$\frac{\sin\theta^2+1}{\sin\theta}=2$

$\sin^2\theta-2\sin\theta+1=0$ यदि एक समीकरण बन गई है

जैसे कि - $x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2$ अर्थात् $(\sin-1)^2$

$(\sin-1)^2=0$

$\sin-1=0$

$\sin\theta=11$

$\sin^{100}\theta+\text{cosec}^{100}\theta$ में $\sin\theta$ का मान रखने पर

$1^{100}\theta+\frac{1}{\sin\theta}=1+1=2$ Ans

अर्थात् दूसरा मान 2 होगा।

●●●●●

ज्यामिति (Geometry)

ज्यामिति या रेखा रेखागणित (Geometry) गणित की तीन विशाल शाखाओं में से एक है। इसमें बिन्दुओं, रेखाओं, तलों और ठोस चीजों के गुणस्वभाव, मापन और उनके अन्तरिक्ष में सापेक्षिक स्थिति का अध्ययन किया जाता है।

आरम्भ में यह अध्ययन रेखाओं तथा रेखों से घिरे क्षेत्रों के गुणों तक ही सीमित रहा जिसके कारण ज्यामिति का नाम रेखागणित भी है।

ज्यामिति की निम्न रेखाएँ-

i. बिन्दु (•)- अंतरिष या सपाट सतह पर एक स्थान

ii. लाईन (⟷)- उन बिन्दुओं का संग्रह जो दोनों दिशाओं में हमेशा के लिए जारी रहता है।

iii. रेखा खण्ड (•——•) - दो समापन बिन्दुओं के साथ एक रेखा का एक हिस्सा।

iv. तीर (⟶) - एक समापन बिन्दु के साथ एक रेखा का एक हिस्सा।

v. कोण (⮥)- समापन बिन्दु साझा करने वाले दो किरणा।

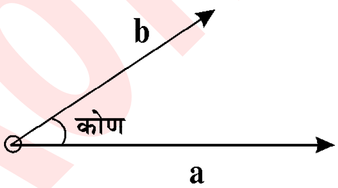
vi. परतच्छेदन लाइनें (⤧)- लाइनें जो एक ही बिन्दुओं से गुजरती है।

vii. लम्बवत रेखा (✛) - पंक्तियां जो चार सही कोणों को छेदते हैं और बनाते हैं।

viii. समान्तर रेखाएं (⇆)- लाईन्स जो अनदेखी नहीं करते।

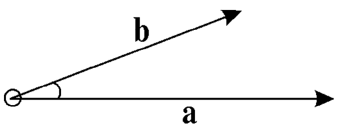
■ ज्यामिति में हमें पहले कोण (Angle) ज्ञात करना होता है-

कोण - जब दो लाइनों के कोण एक जगह मिलते हैं उनके बीच में एक गेप रहता है। उन्हें नापने के लिए जो राशि दी जाती है उसे कोण कहते हैं।

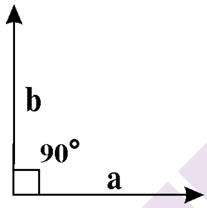


कोण के प्रकार-

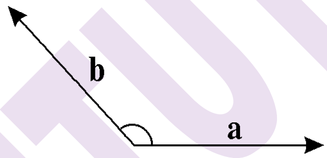
1. न्यून कोण = एक ऐसा कोण जो 90^0 से कम हो न्यून कोण कहलाता है।



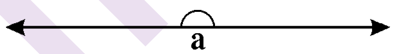
2. **समकोण-** एक ऐसा कोण जो 90^0 का हो समकोण कहलाता है।



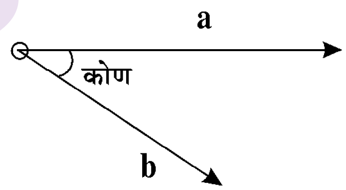
3. **अधिक कोण -** एक ऐसा कोण जो 90^0 से बड़ा है पर 180^0 डिग्री से छोटा हो अधिककोण कहलाता है।



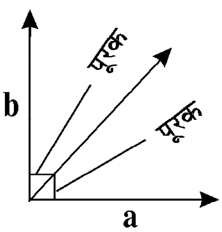
4. **सरल कोण-** ऐसा कोण जो पर 180^0 डिग्री का हो सरल कोण कहलाता है।



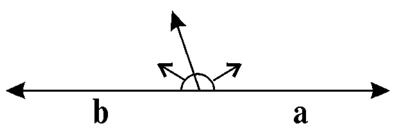
5. **बृहत् कोण -** एक ऐसा कोण जो 180^0 डिग्री से बड़ा हो पर 360^0 डिग्री से छोटा हो बृहत् कोण कहलाता है।



6. पूरक कोण - दो ऐसे कोण जिनका योग 90^0 डिग्री के बराबर हो पूरक कोण कहलाता है।

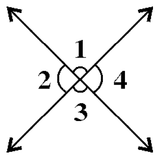


7. संपूरक कोण - दो ऐसे कोण जिनका योग 180^0 डिग्री के बराबर हो संपूरक कोण कहलाता है।



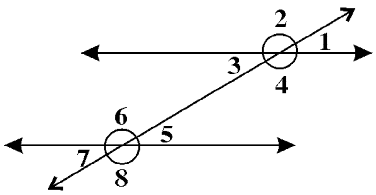
8. शीर्षाभिमुख कोण- यदि दो रेखाएं एक दूसरे को आपस में काटे तो आमने-सामने बनने वाले कोण बराबर होंगे वह शीर्षाभिमुख कोण कहलाते हैं।

KOTHARI INSTITUTE



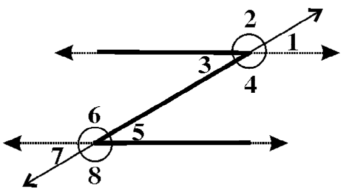
1 = 3
2 = 4 बराबर होते हैं।

9. **संगत कोण-** जब दो समांतर रेखाओं को एक तिरछी रेखा काटे तो चार संगत कोण योग बनते हैं।



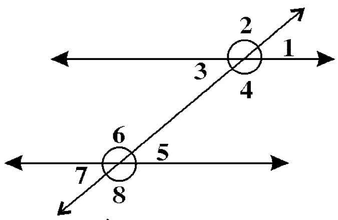
1 = 5
2 = 6
3 = 7
4 = 8
बराबर होते हैं

10. **एकान्तर कोण-**



3 = 5
4 = 6
1 = 7
2 = 8
अंत: एकांतर

11. **बाहरी कोण / अंत: कोण-**



बाहरी कोण = 1, 2, 7, 8

अंत: कोण = 3, 4, 5, 6

Note: - एक ही और के अंत: कोणों का योग 180^0 डिग्री होता है।

■ 4, 5, $= 180^0$ ■ 3, 6, $= 180^0$

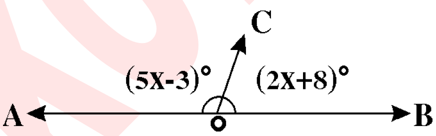
EXERCISE

Q1. दिए गई आकृति में x का मान दोनों कोणों में समान हो तो $\angle BOC$ और $\angle AOC$ का मान ज्ञात करो।

(a) $480^0, 132^0$ (b) $40^0, 132^0$

(a) $58^0, 122^0$ (b) $60^0, 120^0$

व्याख्या- आकृति 180^0 का कोण बनाती है तो



$$(5x-3)+(2x+8)=180$$
$$7x+5=180$$
$$7x=175$$
$$x=25$$

x का मान रखने पर

$(5x-3)^0$ $(2x-8)^0$

$(5\times25-3)^0$ $(2\times25+8)^0$

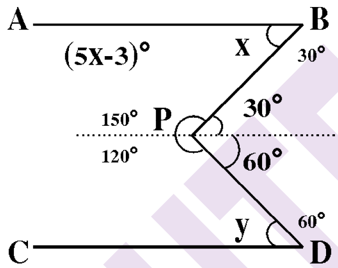
$(125-3)^0$ $(50+8)^0$

$(122)^0$ $(58)^0$

Q2. दी गई आकृति में AB || CD, $\lfloor x = 30^0$ और $\lfloor y = 60^0$ है तो $\angle BPD$ का मान ज्ञात करो।

(a) 180^0 (b) 90^0

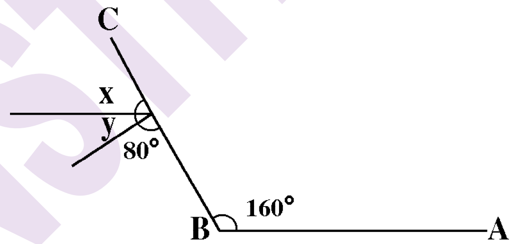
(a) 135^0 (b) 270^0



Q3. ã ØfÃ aãäã ã1ã x, y का मान ज्ञात करो।

(a) $46^0, 50^0$ (b) $36^0, 64^0$

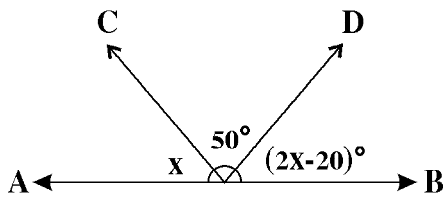
(a) $64^0, 42^0$ (b) $64^0, 36^0$



Q4. दि गई आकृति में AOB एक सरल रेखा है यदि $\angle AOC = x^0$ और $\angle COD = 50^0$ है तथा $\angle BOD = (20x-2)$ हो तो $\angle AOC$ का मान ज्ञात कीजिये।

(a) 50^0 (b) 30^0

(a) 80^0 (b) 40^0



$$x+50+(2x-20)=180$$
$$3x+30=180$$
$$3x=150$$
$$x=50$$

■■■■■■■■■■■

KOTHARI INSTITUTE

प्रायिकता (Probability)

प्रायिकता (Probability)

किसी घटना की निश्चितता या अनिश्चितता की माप को संख्याओं में निरूपित करना ही प्रायिकता या सम्भाविता कहलाती है।

याद्रिच्छिक प्रयोग (Random Experiment)-

ऐसा प्रयोग जिसके परिणामों के बारे में कोई भविष्यवाणी न की जा सके तो वह यादृच्छिक प्रयोग कहलाता है।

जैसे- एक सिक्के को उछालना या पासे को फेंकना।

- वैसे प्रायिकता से जुड़े अधिकांश प्रश्न यादृच्छिक प्रयोगों पर आधारित होते हैं।

प्रतिदर्श समाष्टि (Sample Space)-

- किसी प्रयोग के बार-बार किऐ जाने पर प्राप्त परिणामों के समुच्चय को प्रतिदर्श समाष्टि या प्रायिकता समष्टि कहते हैं
- इसे S से तथा इसके अवयवों की संख्या को $n(S)$ को से दर्शाते हैं। जैसे- एक सिक्के को पैंका जाऐ तो -
  $S = (H, T) \quad \therefore \; n(S) = 2$
- यदि प्रतिदर्श समष्टि S हो तो किसी घटना E की प्रायिकता

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \quad \text{या प्रायिकता} = \frac{\text{आनुकूल स्थिति}}{\text{कूल स्थिति}}$$

- यहां $n(E)$ = घटना है। $n(S)$ = अवयवों की संख्या।
- यहां ध्यान रखना है कि E कोई घटना है जैसे एक पासे को फेंका जाऐ तो किसी एक अंक आने की घटना है। जबकि (S) उसमें कुल अवयव (6 अंक) हैं।
- प्रायिकता उन सर्वाधिक महत्वपूर्ण गणितीय अवधाराणाओं में से एक है। जिनका प्रयोग हम दैनिक जीवन में करते हैं। वैसे इस अध्याय का प्रयोग मूल अवधारणाओं को पुन: स्मरण करने के साथ-साथ अभ्यास परीक्षण भी करना चाहिए।

क्रमगुणित (Factorial)

Factorial को आरोही क्रम (Assending order) या अवरोही क्रम (Desending order) में एक से लेकर n तक की प्राकृत संख्याओं के गुणन को क्रमगुणित (Factorial) n या $\underline{|n}$ या n! के रूप में पढ़ा जाता है।

जैसे- $\underline{|4} = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

यदि n वस्तुओं में p वस्तुओं में एक प्रकार की, q वस्तुओं में एक प्रकार की तथा r वस्तुओं में एक प्रकार हो और शेष वस्तुएं भिन्न हों तो क्रमचयों की संख्या $= \dfrac{\underline{|n}}{\underline{|p}\,\underline{|q}\,\underline{|r}}$

$\underline{|0} = 1$ होता है।

EXERCISE

किसी शब्द को हम कितने तरीके से लिख सकते हैं-

Q.1 DONE

व्याख्या-

DONE में चार शब्द हैं तो हम इसे $\underline{|4}$ (फैक्टोरियल) के रूप में लिखते हैं।

- फैक्टोरियल का अर्थ है -
  $\underline{|4} = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ के रूप में दर्शाते हैं।
- अत: $4 \times 3 \times 2 \times 1$ का गुणनफल 24 होगा।
  अर्थात् DONE को हम 24 तरीके से लिख सकते हैं।

Q.2 APPLE

व्याख्या-

- APPLE में पाँच शब्द हैं तो हम इसे $\underline{|5}$ (फैक्टोरियल) के रूप में लिखते हैं।
- फैक्टोरियल का अर्थ है -
  $\underline{|5} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ के रूप में दर्शाते हैं।
  अत: $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ का गुणनफल 120 होगा।

APPLE $= \dfrac{\underline{|5}}{\underline{|2}}$ (क्योंकि p का दो बार आने से $\angle 2$ लिखा गया है)

- $= \dfrac{\underline{|5}}{\underline{|2}} = \dfrac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = \dfrac{120}{2} = 60$
- अर्थात् APPLE को हम 60 तरीके से लिख सकते हैं।

KOTHARI INSTITUTE

Q.3 PRACTICE

व्याख्या-

- PRACTICE में 6 शब्द हैं तो हम इसे $\lfloor 6$ (फैक्टोरियल) के रूप में लिखते हैं।

$$\text{PRACTICE} = \frac{\lfloor 6 \quad 3}{\lfloor 2} = \frac{720 \times 6}{2} = 2160$$

नोटः- (क्योंकि $\lfloor 3$ PRACTICE में 3 स्वर आने से लिखा गया है। और PRACTICE में A I E स्वर है इसलिए इन तीनों को हम एक गिनते हैं तथा PRACTICE में C के 2 बार आने से $\lfloor 2$ लिखते हैं।)

- अर्थात् PRACICE को हम 2160 तरीके से लिख सकते हैं।

Q. यदि दो सिक्के उछाले जाते हैं तो दोनों पर पूंछ (Tail) आने की प्रायिकता क्या होगा?

व्याख्या-

दो सिक्के उछालने पर प्रायिकता आने की संभावना एक बार Tail और Head व एक बार Head और Tail आता है। उसी प्रकार एक बार में दोनों सिक्कों को उछालने पर Tail का आना तथा Head का आने की संभावना है।

सूत्र- प्रायिकता $= \frac{\text{आने की संभावना}}{\text{कुल संभावन}} = \frac{1}{4}$ उत्तर

- **क्रमचय (Permutation) :** क्रमचय में दी गई वस्तुओं के ग्रुप में से क्रम को ध्यान में रखते हुए कुछ या सभी वस्तुओं को चुनना ही क्रमचय कहलाता है।
  जैसे- N वस्तुओं में से R वस्तुओं को एक साथ लेकर क्रमचय को P (N, R) संकेत से प्रकट करते हैं।
- **संचय (Combination) :** संचय में दी गई वस्तुओं के ग्रुप में से बिना क्रम को ध्यान में रखते हुए कुछ या सभी वस्तुओं को चुनना संचय कहलाता है।
  जैसे- N वस्तुओं में से R वस्तुओं को एक साथ लेकर संचय को C (N, R) संकेत से प्रकट करते हैं।

EXERCISE

Q. 15 खिलाड़ियों में से 11 खिलाड़ियों की एक टीम कितने प्रकार से चुनी जा सकती है। जबकि कप्तान को आवश्यक चुना जाए?

व्याख्या-

- कुल संख्या 15, चुने गए 11
  कप्तान को आवश्यक चुनने के लिए
  n = 14 खिलाड़ी, r = 10 खिलाड़ी,

$$= {}^{14}C_{10} = \frac{\lfloor 14}{\lfloor 10 . \lfloor 14-10} = \frac{\lfloor 14}{\lfloor 10 . \lfloor 4}$$

$$= \frac{\lfloor 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{\lfloor 10 \times 4 \times 3 \times 2} = 1001$$

Q. एक पासे को एक बार उठाला जाता है। इस घटना से पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है, को E से और 'पासे से प्राप्त संख्या सम है', को F से निरूपित किया जाए तो बताइये कि इस घटना में E और F स्वतंत्र है?

व्याख्या-

- इससे स्पष्ट होता है कि
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  $E = \{3, 6\}, F = \{2, 4, 6\}$ और $E \cap F = \{6\}$

$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $P(F) \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ और $P(E \cap F) = \frac{1}{6}$

$P(E \cap F) = P(E) . P(F)$

- अत: E और F स्वतंत्र घटना है।

●●●●●

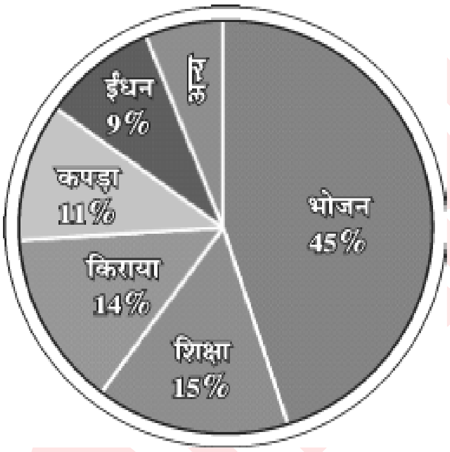
आंकड़ों संबंधित (Data Intorpretation)

मुख्य धारणाएं व परिणाम

- आंकड़े मिलान चिन्ह का प्रयोग कर सारणी रूप में व्यवस्थित लिए जा सकते हैं।
- एक चित्रालेख आंखों को वस्तुओं के चित्रों द्वारा निरूति करता है।
- आंकड़ों को दण्ड आरेख द्वारा निरूपित करना
- दण्ड आरेख में समान चौड़ाई वाले तथा एक दूसरे के समान दूरी पर उर्ध्वाधर या क्षैतिज दण्ड खिंचे/बनाए जाते हैं प्रत्येक दण्ड लम्बाई वांछित सूचना देती है।
- दण्ड आलेख की व्यवस्था करना तथा दण्ड आलेख बनाना।

पाई-चार्ट (Pie-Chart)

1. नीचे दिये गये पाई-चार्ट में एक परिवार द्वारा विभिन्न मदों में एक महीनें के खर्च का विवरण है। इसका ध्यानपूर्वक अध्ययन करके, प्रश्नों के उत्तर दीजिये।



Q.1 शिक्षा तथा भोजन पर किये गये खर्च का अनुपात कितना है?

(a) 3:1 ✓(b) 1:3 (c) 3:5 (d) 5:3

व्याख्या-

अनुपात:-

शिक्षा :-	15%	15	1
	:	:	:
भोजन:-	45%	45	3

अर्थात् शिक्षा तथा भोजन पर दिये गये खर्च का अनुपात 1 : 3 है।

Q.2 ईंधन के सापेक्ष पर किया गया खर्च कितने प्रतिशत है?

(a) 135.56 (b) 172.56 ✓(c) 155.56 (d) 167.56

व्याख्या:- प्रतिशत

$$= \frac{14}{9} \times 100$$

$= 155.555$

$= 155.56$

अर्थात् ईंधन के सापेक्ष पर किया गया खर्च 155.56% है।

Q.3 किन तीनों मदों के खर्चों में केन्द्रीय बिन्दु पर 108^0 का कोण बनेगा?

✓(a) ईंधन, शिक्षा और अन्य (b) ईंधन, शिक्षा और किराया

(c) भोजन, शिक्षा और अन्य (d) ईंधन, कपड़ा और अन्य

व्याख्या- $\frac{360}{100} \times 108$

$$x = \frac{180 \times 100}{360} = 30$$

अत: 9 + 15 + 6 = 30

अत: ईंधन और शिक्षा तथा अन्य खर्च (9 + 15 + 6 = 30) होगा।

Q.4 यदि परिवार की कुल आय रू. 25000 है तो किराया तथा भोजन का कुल कितना खर्च हुआ है।

✓(a) 14750 (b) 13750 (c) 15750 (d) 17620

व्याख्या -

$$= 25000 \times \frac{(14+45)}{100}$$

$= 250 \times 59$

$= 14750$

Q.5 ईंधन तथा भोजन में खर्च की गई धनराशि का अनुपात कितना है?

(a) 5:1 ✓(b) 1:5 (c) 2:5 (d) 5:2

व्याख्या-	**ईंधन**	**-**	**भोजन**
	9	:	45
	1	:	5

अत: ईंधन तथा भोजन में खर्च की गई धनराशि का अनुपात 1 : 5 है।

Q.6 शिक्षा में खर्च की गई धनराशि भोजन के खर्च का कितना प्रतिशत है?

व्याख्या-

$\frac{15}{45}\times100$ (जिसे कम्पेयर करना होता है उसे ऊपर रखते हैं)

$\frac{100}{3} = 33.33$ या $33\frac{1}{3}\%$ Ans

Q.7 ईंधन में खर्च की गई धन राशि शिक्षा में खर्च की गई धनराशि का कितना प्रतिशत है?

$\frac{9}{15}\times100 = \frac{900}{15} = 60\%$ Ans

सारणीयन (TABULATION)

निम्नलिखित सारणी में किसी वर्ष में हिन्दी के दैनिक समाचार पत्रों की बिक्री के आंकड़े (हजारों में) दिये गये हैं।

A	120	75	82	225
B	105	80	78	220
C	25	30	38	48
D	65	45	40	55
E	80	53	52	85

Q.8 अधिकतम बिक्री वाले दो समाचार-पत्रों की बिक्री का अंतर है-

(a) 15000 (b) 16000 (c) 17000 ✓(d) 19000

व्याख्या-

अधिकतम बिक्री = 502 - 483

= 19

= 19 × 1000 = 19000

Note: आंकड़े हजारों में है इसलिए 1000 का गुणा होगा।

अर्थात् अधिकतम बिक्री वाले दो समाचार-पत्रों की बिक्री का अंतर 19000 है।

Q.9 सबसे अधिक और सबसे कम बिक्री वाले समाचार पत्रों को बिक्री का अंतर है।

(a) 64×10^3 ✓(b) 361×10^3 (c) 65×10^3 (d) 942×10^3

(अधिकतम बिक्री) - (न्यूनतम बिक्र)

502 - **141** = 361

= 361×10^3 (आंकड़े हजारों में इसलिए 10^3 लिखा गया)

अतः सबसे अधिक और सबसे कम बिक्री वाले 2 समाचार पत्रों की बिक्री का अंतर 361×10^3 है।

Q. समाचार पत्र E का राजस्थान और मध्य प्रदेश में वितरण का अनुपात है।

(a) 17:16 ✓(b) 16:17 (c) 21:44 (d) 44:21

टेबल E में राजस्थान व मध्य प्रदेश का आंकड़े

80 : 85

16 : 17

अर्थात् विकल्प (b) सही है।

नीचे दी गई तालिका में एक महाविद्यालय में दिए गए 5 वर्षों में कला, विज्ञान, वाणिज्य तथा व्यवसाय पढ़ने वाले छात्रों की संख्या को दर्शाया गया है।

वर्ष	कला	विज्ञान	वाणिज्य	व्यवसाय
2012	48	105	148	32
2013	56	123	136	30
2014	64	125	144	36
2015	78	148	156	36
2016	92	161	168	48

Q. 2012 से 2016 तक वाणिज्य के छात्रों की संख्या में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई है।

(a) 11.16 (b) 17.28 ✓(c) 13.51 (d) 15.67

व्याख्या-

$\frac{168-148}{148}\times100 = 13.51\%$

अर्थात् 2012 से 2016 से वाणिज्य के छात्रों की संख्या में 13.51% की वृद्धिं हुई है।

Q. 2012 से 2016 तक व्यवसाय के छात्रों में सामान्य वृद्धि दर में कितनी है?

(a) 16% (b) 12.5% (c) 15% ✓(d) 17.5%

व्याख्या -

$$\frac{\frac{48-32}{32}\times100}{4}$$

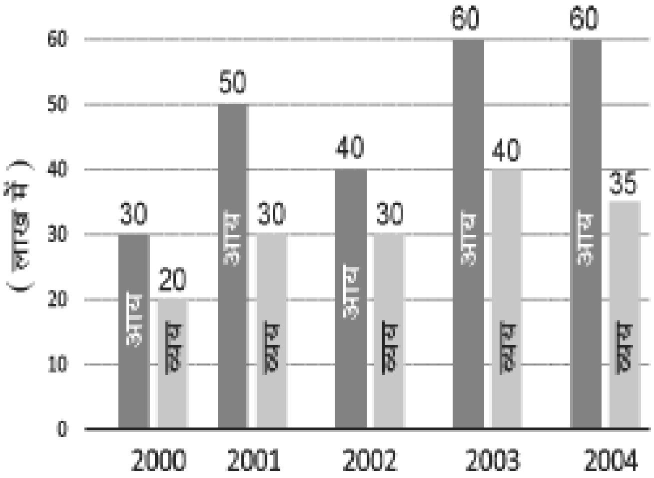
$\frac{16}{32} \times \frac{100}{4} = 17.5\%$

आंकड़े दिखाई दे रहा है 5 पर परिवर्तित 4 बार हुआ इस लिए 4 से भाग देंगे।

अत: 2012 से 2016 तक व्यवसाय के छात्रों में 17.5% सामान्य वृद्धि हुई है।

दण्ड आलेख (Bar-Graphs)

बार चार्ट का अध्ययन कीजिए जो कि एक कम्पनी की आय और व्यय को दर्शाता है और प्रश्नों के उत्तर दीजिएः-



(वर्ष YEAR)

Q. वर्ष 2001 एवं 2002 के बीच लाभ का अंतर कितना है?

✓(a) 10 लाख (b) 20 लाख (c) 25 लाख (d) शून्य (0)

व्याख्या-

लाख (Profit) =

2001 = 60 - 30 = 20

2001 = 40 - 30 = 10

= 10 Lakh = Ans

अर्थात् 2001 एवं 2002 के बीच लाभ का अंतर 10 लाख है।

Q. कितने वर्षों में कम्पनी की आय औसत आय से अधिक रही है?

(a) **1** - year (b) **2** - year

✓(c) **3** - year (d) **4** - year

व्याख्या-

औसत आय

$= \frac{30+50+40+60+60}{5}$

$= \frac{240}{5} = 48 = 2001,\ 2003,\ 2004 = 3$ year Ans

अत: 3वर्षों में कंपनी की आय औसत आय से अधिक रही है।

Q. कम्पनी का लाभ किस वर्ष में सर्वाधिक हुआ?

(a) **2001** (b) **2002** (c) **2003** ✓(d) **2004**

व्याख्या- लाभ (Profit)

Year		आयु	व्यय	कुल
2000	⇒	30	20	10
2001	⇒	50	30	20
2002	⇒	40	30	10
2003	⇒	60	40	20
2004	⇒	60	35	25

अर्थात् 2004 में सबसे अधिक लाभ हुआ।

Q. वर्ष 2002 में कम्पनी की आय किस वर्ष के व्यय के बराबर है?

(a) **2001** (b) **2002** (c) **2003** (d) **2004**

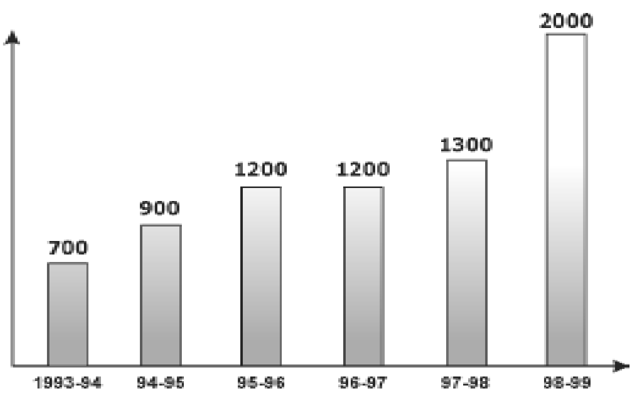
व्याख्या- हानि (Loss)

Year		आयु	व्यय	कुल
2000	⇒	30	20	10
2001	⇒	50	30	20
2002	⇒	40	30	10
2003	⇒	60	40	20
2004	⇒	60	35	25

अर्थात् 2004 में सबसे अधिक लाभ हुआ।

Q. दिए गए चित्र में किसी वस्तु × का आपात 1993 से 1999 तक करोड़ रू में दर्शाया गया है। चित्र के आधार पर प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

✓(a) 33.3% (b) 32.3% (c) 33.2% (d) 31.3%



KOTHARI INSTITUTE

$= \frac{1200-900}{900} \times 1000$

$= \frac{300}{900} \times 1000 = \frac{100}{3}$

$= 33.3\%$ या $33\frac{1}{3}\%$

Q. **सभी वर्षों के लिये साल दर साल × के अज्ञात में बढ़ोतरी का औसत है (करोड़ से)**

✓(a) **260** (b) **300** (c) **320** (d) **120**

व्याख्या-

$\frac{200+300+0+100+700}{5}$ (पाँच वर्षों से बड़ा)

$\frac{1300}{5} = 260$

Q. **कितने वर्षों के लिए × का आयात उसके औसत आयात से अधिक था**

✓(a) **2 वर्ष** (b) **3 वर्ष** (c) **6 वर्ष** (d) **5 वर्ष**

$\frac{700+900+1200+1200+1300+2000}{6}$ (छः वर्षों तक बड़ा)

$\frac{7300}{5} = 1216.66$ यह आंकड़ों में 2 वर्षों के आंकड़े अधिक दिख रहे हैं। अर्थात् उत्तर 2 होगा।

Q. **उन वर्षों, जिसमें × का आयात औसत आयात से कम है तथा जिसमें × का आयात, औसत आयात से अधिक है, की संख्या का अंतर है-**

(a) **3** ✓(b) **2** (c) **1** (d) **0**

व्याख्या-

$= \frac{700+900+1200+1200+1300+2000}{6}$

$= \frac{7300}{5} = 1216.66$

$= 4-2 = 2$

अर्थात् उत्तर 2 होगा। क्योंकि खर्चों में ज्यादा व 4 वर्षों में कम आयात हुआ है।

Q. **निम्नलिखित वर्षों में से किनके लिए × के आयात का अंतर किसी एक वर्ष के आयात के बराबर है।**

(a) **1995-96** (b) **1997-98**

(c) **1998-99** ✓(d) b & C both

व्याख्या -

1995 - 96 = 1200 - 1200 = 0

1997 - 98 = 2000 - 1300 = 700

1993 - 94 = 2000 - 900 = 1300

अर्थात् क्योंकि दोनों के बीच का अंतर है ।

●●●●●

KOTHARI INSTITUTE

रीजनिंग

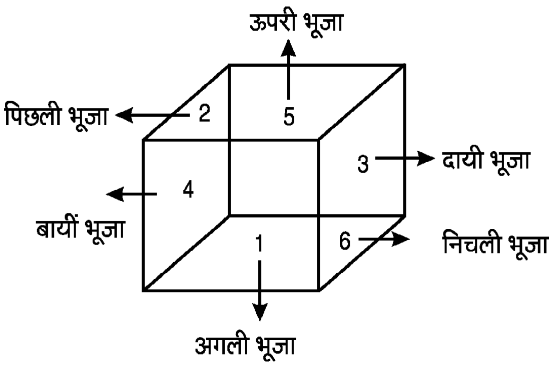
REASONING

KOTHARI INSTITUTE

पासा (DICE)

पासा (Dice) एक प्रकार का वर्ग (Square) या त्रिआयामी आकृति (3-Dimensional Figure) होता है। इसकी '6' साइड होती है तथा इसमें '8' कोने होते हैं, परंतु इसमें एक बार में तीन साइड ही दिखाई देती है।

- **सामान्यतः** Dice की लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई समान (Common) होती है।
- अपवाद स्वरूप (Exceptionally) कुछ विशेष Dice में इनकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई असमान (Uncommon) होता है।



Types of Dice

मुख्यतः पासा 2 प्रकार के होते हैं-

1. मानक पासा (Standard Dice)
2. सामान्य पासा (General Dice)

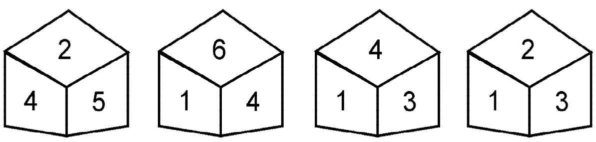
1. मानक पासा (Standard Dice)

यह एक ऐसा पासा होता है जिसके फलकों (Surfaces) का योग '7' होता है। मानक पासे में '1' के पिछे हमेशा '6' रहेगा, '2' के पिछे हमेशा '5' रहेगा तथा '3' के पिछे हमेशा '4' रहेगा।

मानक पासे के साथी अंक (1-6, 2-5, व 3-4) एक साथ कभी नहीं दिखाई देते हैं।

Example :-

(i) निम्न में से मानक पासा कौन-सा है-

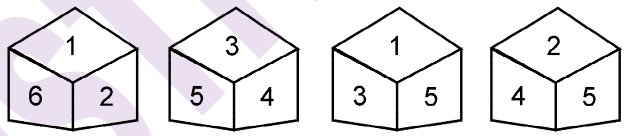


A B C ✓ D

व्याख्या:-

- **'A'** पासे के साथी अंक **(2-5)** एक साथ आ रहे हैं। इसलिये नियमानुसार यह मानक पासा नहीं है।
- **'B'** पासे के भी साथी अंक **(1-6)** एक साथ आ रहे हैं। इसलिये नियमानुसार यह भी मानक पासा नहीं है।
- **'C'** पासे में भी साथी अंक **(3-4)** एक साथ आ रहे हैं। इसलिये यह भी मानक पासा नहीं होगा।
- **'D'** पासे में नियमानुसार साथी अंक **(1-6, 2-5 व 3-4)** नहीं आना चाहिए और इसमें साथी अंक नहीं आया है, तो यह मानक पासा हुआ।

(ii) निम्न में से मानक पासा कौन-सा है-



A B C ✓ D

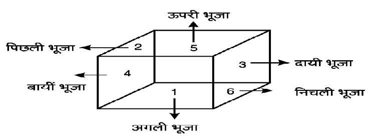
व्याख्या:-

- **'A'** पासे के साथी अंक **(1-6)** एक साथ आ रहे हैं। इसलिये नियमानुसार यह मानक पासा नहीं है।
- **'B'** पासे में भी साथी अंक **(3-4)** एक साथ आ रहे हैं। इसलिये यह भी मानक पासा नहीं होगा।
- **'C'** पासे में भी साथी अंक **(1-5)** एक साथ आ रहे हैं। इसलिये यह भी मानक पासा नहीं होगा।
- अत: **'D'** पासे में साथी अंक **(1-6, 2-5 व 3-4)** एक साथ नहीं आ रहे हैं। अर्थात् यह मानक पासा है।

जब एक अंक समान (Common) हो-

इसमें Clockwise Mathed का प्रयोग होगा -

Example :-



A B

A-1 B-5 ✓ **C-3** D-5

व्याख्या-

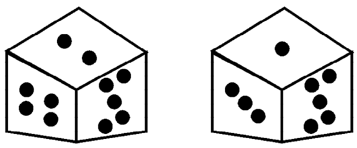
- इन दोनों पासा में 4 Common है,

KOTHARI INSTITUTE

■ अर्थात् - $\frac{A=4}{B=4}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{5}{6}$ तथा सबसे पहले उसी अंक को लिख लेते हैं। इसके बाद बाकी के अंकों को घड़ी (Clock) कि दिशा (Direction) में लिख लेते हैं, उसी पासे में से।

■ इसका अर्थ यह हुआ की '4' के विपरीत '3' है, '2' के विपरीत '1' है तथा '5' के विपरीत '6' है।

ii) एक घन की, जिसके फलकों पर 1 से 6 बिन्दू डाले गए हैं, नीचे दी गई दो अलग-अलग अवस्थाओं का अध्ययन कीजिए। ज्ञात कीजिए कि '4' बिन्दू वाली साइड के दूसरी और कितने बिन्दू हैं?



A **B**

A-1 B-2 ✓ **C-3** D-5

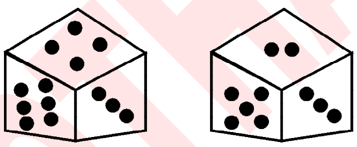
व्याख्या :-

एक पासे की दो स्थितियाँ, दोनों में एक सतह समान (Common) है, अत: समान सतह से प्रत्येक पासे में घड़ी की सूई की दिशा में चलने पर दो स्थिति बनती हैं-

पहली स्थिति से -	**5**	**4**	**2**
दूसरी स्थिति से -	**5**	**3**	**1**

अत: 4 के विपरीत सतह 3 होगी।

(iii) नीचे एक पिण्ड की दो स्थितियाँ प्रदर्शित है जब '2' पेंदी में हो तो सबसे ऊपर क्या होगा।



A **B**

A - 6 B - 5 ✓ **C - 4** D - 1

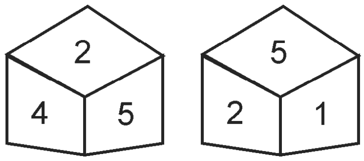
व्याख्या-

एक पासे की दो स्थितियाँ, दोनों में एक सतह समान (Common) है, अत: clock wise नियमानुसार -

पहली स्थिति से -	**3**	**6**	**4**
दूसरी स्थिति से -	**3**	**5**	**2**

जब दो अंक समान हों-

Example :- (i) नीचे दिये गए पासे में '4' के विपरीत है-



A **B**

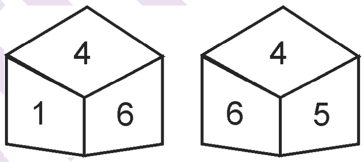
✓ A - 1 B - 2 **C - 2** D - 3

व्याख्या -

जब **'A'** पासे में **'2-5'** व **'B'** पासे में भी **'2-5'** समान (Common) अंक है, तो **'4'** के विपरीत **'1'** होगा।

नोट- यह नियम अंक, रंग व आकृति में समान रूप से लागू होगा।

(ii) एक पासे की दो स्थितियाँ दी गई हैं जब '1' ऊपर होगा तो नीचे कौन-सी संख्या होगी?



A **B**

A - 3 ✓ **B - 5** **C** - 2 D - 6

व्याख्या-

दोनों स्थितियाँ में दो सतहे **(4 or 6)** समान (Common) है, तो समान सतहों के अलावा एक पासे की बची सतह **'1'**तथा दोनो समान सतहो के अलावा दूसरे पासे की बची सतह **'5'** एक दूसरे के विपरीत होंगे।

अत: '1' ऊपर होगा तो '5' नीचे होगा।

सामान्य पासा

प्रसारित पासा- यह एक प्रकार का सामान्य पासा ही होता है। परन्तु इससे एक पासे की Condition दी जाती है और उस पासे को खोलकर रख दिया जाता है। यानि की पासे के **'6'** फलक एक बार में ही दिखाई देगी।

आकृति (Figures)

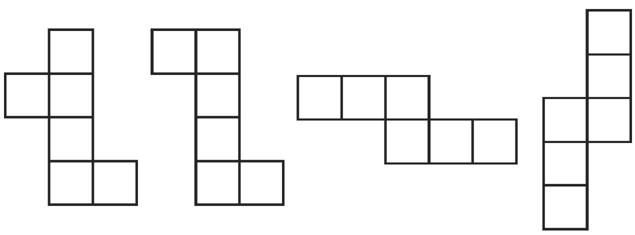
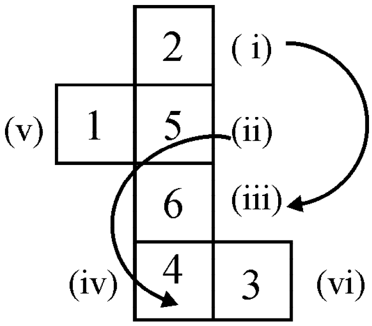


Fig-1 Fig-2 Fig-3 Fig-4

KOTHARI INSTITUTE

नोटः - प्रश्न इस तरह होगा कि इन '6' फलकों को बंद करके पासा बनाया जाता है, तो इनमें से कौन-सा पासा बनेगा। इसमें अंक, रंग व आकृति भी हो सकती है।

आकृति (Figures)

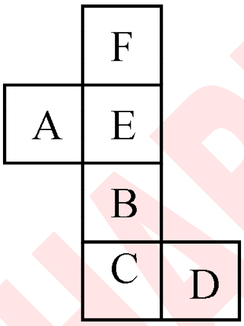


■ **इसमें कॉलम i के विपरीत iii, ii के विपरीत iv व v के विपरीत vi हमेशा ही होगा।**

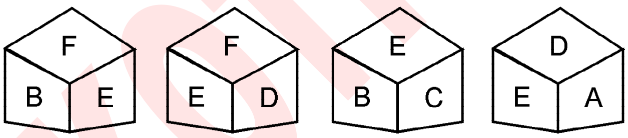
Example :-

(i) नीचे दी गई प्रश्न आकृति को मोड़कर नीचे दिए गए चार घनों में से कौन-सा घन बनाया जा सकता है।

प्रश्न आकृति



उत्तर आकृति -



A ✓ B C D

व्याख्या -

■ पहले प्रसारित चित्र से विपरीत सतहों को ज्ञात करेंगे।

(i) F के विपरीत B है

(ii) E के विपरीत C है

(iii) A के विपरीत D है

■ अत: इन विपरीत जोड़ों में से कोई भी जोड़ा संलग्न में नहीं दिखना चाहिए।

■ (a) इसमें F और B संलग्न में दिखाई दे रहे हैं।

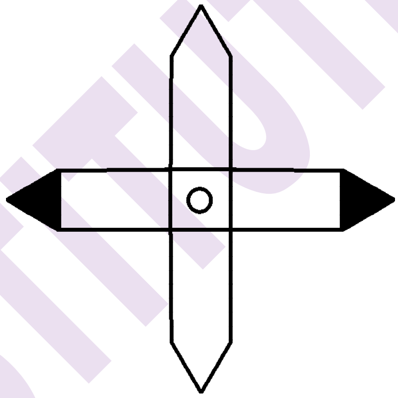
■ (c) इसमें E और C संलग्न में दिखाई दे रहे हैं।

■ (d) इसमें A और D संलग्न में दिखाई दे रहे हैं।

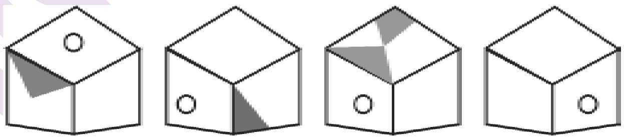
■ परन्तु विकल्प (b) में कोई भी विपरीत सतहों का जोड़ा नहीं दिखायी दे रहा है। अत: विकल्प (b) सही उत्तर है।

(ii) दिए गए डिजाइन को मोड़कर निम्नलिखित चार घनों में से कौन-सा घन बनाया जा सकता है?

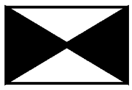
प्रश्न आकृति -

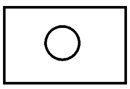


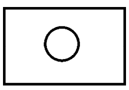
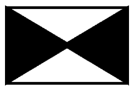
उत्तर आकृति -



व्याख्या -

■ चारों त्रिभुजों को मिलाकर एक सतह बनेगी (प्रकार d 

or वह सतह  के विपरीत होगी।

■ अत: विकल्प **(a)** और **(b)** सही नहीं है क्योंकि वह त्रिभुजों को मिलाकर बनने वाले सतह से भिन्न है तथा विकल्प **(c)** भी सही नहीं है क्योंकि उसमें सतह  or  संलग्न में दिखाई दे रहे हैं।

जबकि ये दोनों एक दूसरे के विपरीत है अत: विकल्प **(d)** सही है।

❏❏❏❏❏❏

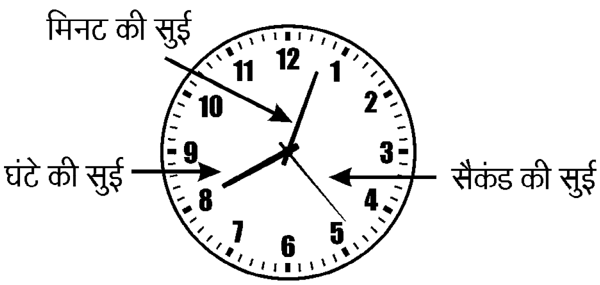
KOTHARI INSTITUTE

घड़ी (CLOCK)

घड़ी एक उपकरण है जिसका उपयोग समय को मापने, रखने और इंगित करने के लिए किया जाता है। घड़ी सबसे पुराने मानव आविष्कारों में से एक है, जो प्राकृतिक इकाईयों से कम समय के अंतराल को मापने की आवश्यकता को पूरा करता है: दिन, चंद्र माह और वर्ष।

General Information about Clock

घड़ी में तीन तरह की सुई होती है-



आकृति

तीनों सुई का चक्कर लगाने का समय

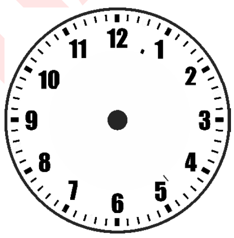
i) घंटे की सुई घड़ी का 12 घंटों में एक चक्कर लगाती है।

ii) मिनट की सुई घड़ी का 60 मिनट/1घंटे में एक चक्कर लगाती है।

iii) सेकण्ड की सुई घड़ी का 1मिनट में /60 सैकण्ड में एक चक्कर लगाती है।

- घड़ी का एक पूरा गोला 360^0 (डिग्री) का होता है।
- एक घड़ी पूरे 12 भागों में बटी होती है ।
- एक भाग 30^0 (डिग्री) का कोण बनाती है।

$$\frac{360^\circ \text{(पूरा गोला)}}{12 \text{ (भाग)}} = 30^\circ$$



आकृति

- घंटे की सुई एक घंटे में 30^0 की दूरी तय करती है। तथा एक मिनट में $^1/_2{}^0$ (आधा डिग्री) की दूरी तय करती है।

जैसे - $\frac{360^\circ}{60} = \frac{1}{2}^\circ$ (आधा डिग्री)

- मिनट की सुई एक घंटे में 360^0 की दूरी तय करती है तथा एक मिनट में 6^0 की दूरी तय करती है।

जैसे - $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$

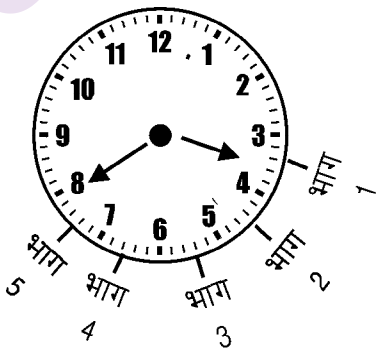
- सेकण्ड की सुई 60 सेकण्ड में 360^0 की दूरी तय करती है तथा एक सेकण्ड में 6^0 की दूरी तय करती है जैसे $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$

Type-I

A. किसी घड़ी में 3 बजकर 40 मिनट हो रहा हो तो बताओ की घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य कितनी डिग्री का कोण होगा?

150^0	130^0	120^0	135^0
A	✓ B	C	D

व्याख्या- 3:40 के मध्य पांच भाग बनते हैं इन पाँच भागों में 150^0 **(30^0×5)** का कोण बनेगा।



नोट- 3:40 मिनट पर 150^0 का कोण नहीं होगा क्योंकि समय 40 मिनट में घंटे की सुई जाती $^1/_2{}^0$ जाती है तो 40 मिनट में 20^0 आगे जायेगी।

- अर्थात् कुल 150^0 भाग है जिसमें से 20^0 आगे जा चुकी है अब 150^0-20^0 = 130^0 बचा है तो उत्तर 130^0 ही होगा।

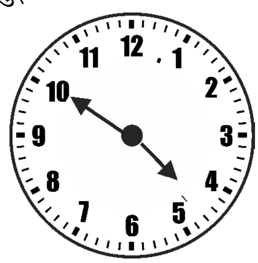
B. 4:50 पर घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य कितने डिग्री का कोण बनेगा?

180^0 A

135^0 B

150^0 C

205^0 ✓ D



KOTHARI INSTITUTE

व्याख्या-

- घण्टे की सुई 4 बजे के 50 मिनट के मध्य स्थित है जिसमें 6 भाग होते हैं, तथा **180⁰** कोण होना चाहिए था परन्तु **50** मिनट आगे होने के कारण **180⁰** का कोण नहीं बनेगा।
- परन्तु एक घण्टे की सुई एक मिनट में $^1/_2{}^0$ (आधा मिनट) आगे जाती है तो 50^0 मिनट में **20⁰** **(50⁰ × $^1/_2{}^0$)** आगे जाती है।

जैसे- 6 भागों में बने कोण = 180^0

घण्टे की सुई 50 मिनट में तय दूरी = $\dfrac{-25^0}{155^0}$

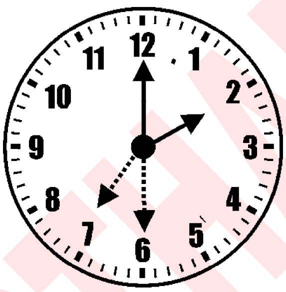
- अत: विकल्प में **155⁰** नहीं है। अत: 360^0 में से **155⁰** को घटाएंगे क्योंकि घड़ी का पुरा गोला **360⁰** का होता है।

जैसे = $\begin{array}{r} 360^0 \\ -155^0 \\ \hline 205^0 \end{array}$

- अर्थात् 4:50 मिनट के मध्य **205⁰** का कोण बनेगा।

C. एक घड़ी में सुबह के 7:30 बजे हैं तो दोपहर के 2 बजे तक घण्टे की सुई कितने अक्ष पर घूमेगी?

195⁰	**210⁰**	**130⁰**	**180⁰**
✓A	B	C	D



आकृति

- इस घड़ी में 7:30 व 2 बजे तक 7 भाग होते हैं। 7 भागों में कोण **210⁰** का बनेगा।
- घण्टे की सुई 30 मिनट में तय की गई दूरी = 210^0
- अर्थात् 7 भागों में बना कोण = $\dfrac{-15^0}{195^0}$
- अत: 7:30 बजे है तो दोपहर के 2 बजे तक घण्टे की सुई **195⁰** अक्ष पर घूमेगी।

D. दो घड़ियों को रविवार सुबह 9 बजे मिलाया गया। दूसरी घड़ी हर घंटे में 1 मिनट तेज हो जाती है, जब की पहली घड़ी दूसरी की अपेक्षा 2 गुना तेज हो जाती है तो मंगलवार को दोपहर के 3 बजे दूसरी घड़ी में क्या समय होगा?

2:54	3:54	3:50	4:50
A	✓B	C	D

व्याख्या-

रविवार → सोमवार → मंगलवार

9 बजे — **9 बजे** — **9 बजे** — **3 बजे**

(24 घण्टे) **(24 घण्टे)** **(6 घण्टे)**

- मंगलवार तक कुल घंटे **= 54 (24 + 24 + 6)**
- हर घंटे में 1 मिनट = 54 मिनट
- अत: दूसरी घड़ी में मंगलवार को दोपहर के 3बजे तक 3:54 मिनट का समय लगेगा।

E. एक घड़ी हर 5 घंटे में 10 मिनट तेज हो जाती है उसे सुबह 9 बजे मिलाया गया तो बताओ दूसरे दिन सही समय क्या होगा। जबकि उस घड़ी में 3 बज रहे हैं।

4:48	2:00	1:48	3:48
A	✓B	C	D

व्याख्या-

सोमवार → मंगलवार **3 बजे**

9 बजे — **9 बजे**

(24 घण्टे) **(6 घण्टे)**

- सोमवार से मंगलवार 3 बजे तक कुल 30 घंटे हो रहे हैं।
- हर 5 घंटे में घड़ी 10 मिनट तेज चल रही है।
- अर्थात् कुल 60 (10 × 6) मिनट आगे जा चुकी है
- अत: घड़ी में 3 बज रहे है तो दूसरे दिन का सही समय 2:00 बजे होगा।

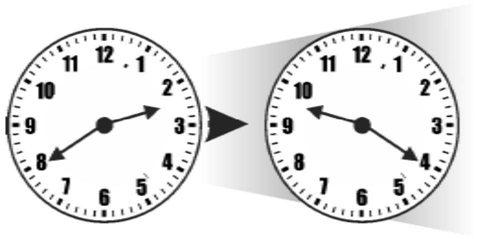
Type-II (दर्पण से संबंधित)

A. एक घड़ी में 2:40 मिनट बज रही है यदि इसे दर्पण में देखा जाए तो दर्पण में समय क्या होगा?

9:20	10:20	11:20	8:20
✓A	B	C	D

KOTHARI INSTITUTE

वास्तविक दर्पण



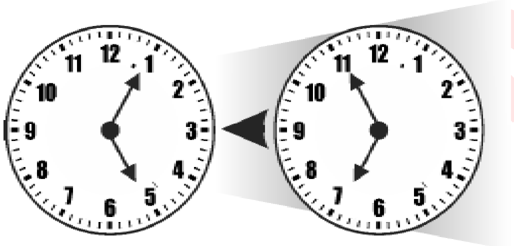
व्याख्या-

- नोट:- दिए गए समय को 11:60 में से घटा देंगे। यदि दिया गया समय 11:00 से अधिक हो तो ऐसी अवस्था में 23:60 मिनट में से घटा देंगे।
- 2:40 को 11:60 में से घटाते हैं तो 9:20 आता है। अत: दर्पण में देखा गया समय 9:20 होगा।
- घटाने की विधि = $\begin{array}{r} 11:60 \\ -\ 2:40 \\ \hline 9:20 \end{array}$

B. दर्पण में देखा की एक घड़ी में 6:55 बज रहे हैं तो वास्तविक समय क्या होगा?

5:05	5:15	5:10	5:20
✓A	B	C	D

वास्तविक दर्पण



व्याख्या-

- नोट:- दिए गए समय को 11:60 में से घटा देंगे। यदि दिया गया समय 11:00 से अधिक हो तो ऐसी अवस्था में 23:00 में से घटा देंगें।
- **घटाने की विधि** = $\begin{array}{r} 11:60 \\ -\ 6:55 \\ \hline 5:05 \end{array}$
- अर्थात् - दर्पण में देखा की एक घड़ी में 6:55 मिनट बज रहे हैं तो वास्तविक समय 5:05 मिनट होगा।

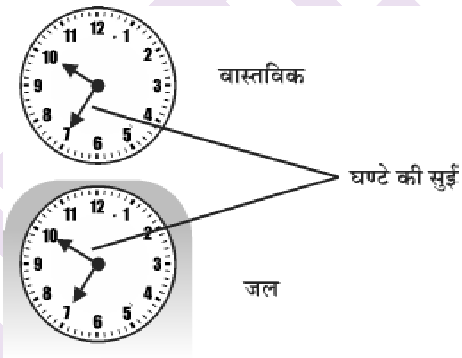
Type-III (जल से संबंधित)

- **यदि दिया गया समय 1-6 के बीच का समय हो तो उसे 6:30 में से और यदि दिया गया समय 7-1 के बीच का समय हो तो उसे 18:30 में से घटा देंगे।**

i) एक घड़ी में 7:50 बज रही है यदि इसे जल में देखा जाए तो समय क्या होगा?

10:45	11:40	11:10	11:20
✓A	B	C	D

जैसे- $\begin{array}{r} 18:30 \\ -\ 7:50 \\ \hline 10:40 \end{array}$



आकृति

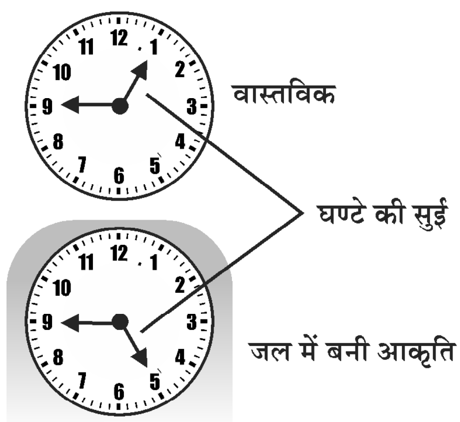
- समय 7-1 के बीच का है इसलिए हम 18:30 से घटाऐंगे।
- अर्थात् घड़ी में 7:50 बज रही है यदि इसे जल में देखा जाये तो समय 10:40 होगा।

ii) जल में देखा की एक घड़ी में 5:45 बज रहे हैं, तो वास्तविक समय क्या होगा?

00:45	11:40	11:10	11:20
✓A	B	C	D

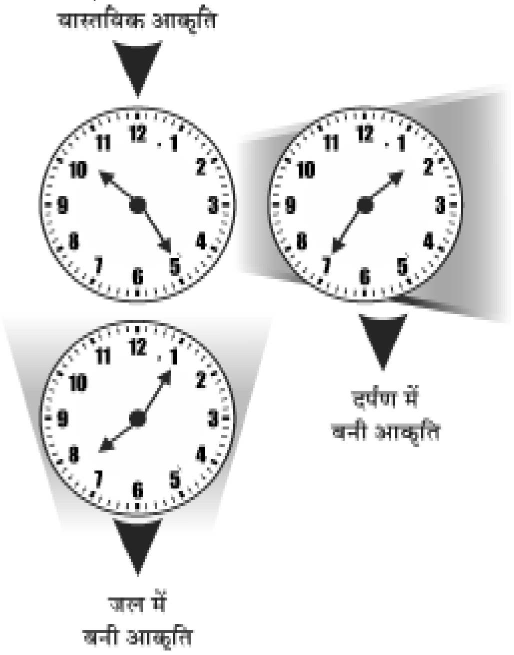
आकृति

जैसे- $\begin{array}{r} 6:30 \\ -\ 5:45 \\ \hline 00:45 \end{array}$



- समय 1-6 के बीच है इसलिए हम 6:30 में से घटायेंगे।
- अर्थात् जल में देखा की एक घड़ी में 5:45 बज रहे हैं, तो वास्तविक समय 00:45 होगा।

iii) एक घड़ी में 10:25 बज रही है यदि इसे दर्पण व जल में देखा जाए तो समय क्या होगा?



- ■ वास्तिवक समय 10.25
- ■ दर्पण में प्रतिबिम्ब बनेगा 1.35 पर
- ■ जल में प्रतिबिम्ब बनेगा 7.05 पर

Type-IV

Overlap- (अर्थात् घड़ी की दोनों सुइयों का एक ही सीध में आना)

- ■ घड़ी की दोनों सुईयाँ '1' घंटे में '1' बार तथा 12 घंटे में 11 बार एक सीध में आती है, परन्तु 12 घंटे में 12 बार क्यों नहीं आती हैं, क्योंकि 11-12 और 12-1 के बीच में केवल एक बार ही Overlap करती हैं।
- ■ इस प्रकार 1 दिन (24 घंटे में) 22 बार Overlap करती हैं।

Example :-

Q. 5:00 से 6:00 के बीच में घड़ी की दोनों सुईयां कितनी बजे एक सीध में होंगी?

नोट- समय के लिए $\left(\frac{60}{11} \times \text{समय}\right)$ का सूत्र लगाना है। तथा इसमें पहले वाला समय लिखते हैं।

जैसे : $\frac{60}{11} x 5 = \frac{300}{11} = 27\frac{3}{11}$ मिनट

- ■ अर्थात् 5:00 से 6:00 के मध्य में दोनों सुईयां 5 बजकर 27 मिनट $\frac{3}{11}$ मिलि सेकण्ड पर एक सीध में होगी।

Type-V

घड़ी की दोनों सुईयों का विपरीत दिशा में होना (180^0 के कोण पर)

- ■ घड़ी की दोनों सुईयाँ '1' घंटे में '1' बार तथा 12 घंटे में 11 बार विपरीत दिशा होना में आती है। परन्तु 12 घण्टे में 12 बार विपरीत दिशा होना नहीं आती है, क्योंकि 5-6 और 6-7 के बीच में केवल एक ही बार विपरीत दिशा होना में आती है।
- ■ इस प्रकार 1 दिन (24 घंटे) में 22 बार विपरीत दिशा होना में होती है।

नोट- समय के लिए $\left(\frac{60}{11} \times \text{समय}\right) \pm 6$ सूत्र का प्रयोग करेंगे। अत: जब समय से 6 कम होता है तब जोड़ेंगे (+) तथा जब समय से 6 अधिक होगा तब घटायेंगे (-)।

जैसे- $\frac{60}{11} x 8 - 6 = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11}$

- ■ अर्थात 8 बजकर 10 मिनट $\frac{11}{10}$ मिलि सैकण्ड को घड़ी की दोनों सुईयाँ विपरीत दिशा में होगी।

Type-VI

(घड़ी की दोनों सुईयों समकोण (90 डिग्री) बनना)

- ■ घड़ी की दोनों सुईयां 1 घण्टे में 2 बार तथा 12 घंटे में 22 बार विपरीत दिशा होना में आती है। क्योंकि 2-3, 3-4 के बीच में 4 बार नहीं आती बल्कि 3 बार आती है। तथा 8-9, 9-10 के बीच में 4 बार नहीं आती है बल्कि 3 बार ही समकोण (90 डिग्री) बनाती है।
- ■ इसी प्रकार 1 दिन (24 घण्टे) में 44 बार विपरीत दिशा होना में आती है।
- ■ **इसमें सूत्र लगता है-** $\left(\frac{60}{11} \times (\text{समय} \pm 3)\right)$

नोट- एक बार में + (जोड़ा) तथा एक बार में (–) घटाया जायेगा क्योंकि 12 घण्टे में दो बार समकोण बनता है।

KOTHARI INSTITUTE

Example :-

Q. 6:00 से 7:00 के बीच में घड़ी की सुईयाँ कितने बजे समकोण (90 डिग्री) बनाएगी?

■ $\frac{60}{11} \times (6+3) = \frac{540}{11} = 49\frac{1}{11}$

■ $\frac{60}{11} \times (6-3) = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}$

n अर्थात् पहला 90^0 का समकोण 6 बजकर 49 मिनट $\frac{1}{11}$ मिलि सैकण्ड पर तथा दूसरा 90^0 का समकोण 6 बजकर 16 मिनट $\frac{4}{11}$ मिलि सैकण्ड पर बनेगा।

Q. एक व्यक्ति को घड़ी के प्रतिबिम्ब में 6:10 मिनट का समय दिखाई दिया तो घड़ी में वास्तविक समय क्या होगा?

11:50	12:50	6:50	5:50
A	B	C	✓D

जैसे- $\begin{array}{r} 11:60 \\ 6:10 \\ \hline -5:50 \end{array}$ अर्थात घड़ी में वास्तविक समय 5:50 मिनट होगा।

Q. एक व्यक्ति जल में देखता है कि उसकी घड़ी में 9:45 हो रही है तो घड़ी में वास्तविक समय क्या था?

8:45	10:45	7:45	6:45
✓A	B	C	D

वास्तविक

जैसे- $\begin{array}{r} 18:30 \\ -9:45 \\ \hline =\ 8:45 \end{array}$

जल में बनी आकृति

■ अर्थात् घड़ी में वास्तविक समय 8:45 होगा।

Q. 6 और 7 के मध्य किस समय घड़ी की सुईयाँ एक साथ होंगी?

6:32	8:32	7:32	6:00
✓A	B	C	D

जैसे- $\frac{60}{11} \times$ समय

$\frac{60}{11} \times 6 = \frac{360}{11} = 32\frac{8}{11}$

■ अर्थात - घड़ी की सुईयाँ क साथ 6 बजकर 32 मिनट $\frac{8}{11}$ मिलि सैकण्ड पर होगी।

Q. सुबह 9 और 10 के मध्य एक घड़ी की घंटे की सुई और मिनट की सुई एक दूसरे के विपरीत दिशा में किस समय होगी?

9:30	9:00	9:16	9:05
A	B	✓C	D

जैसे- $(\frac{60}{11} \times ($ समय $\pm 6)$

$\frac{60}{11} \times (9-6) = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}$

■ अर्थात् - घण्टे की सुई और मिनट की सुई एक दूसरे के विपरीत दिशा में 9 बजकर 16 मिनट $\frac{4}{11}$ मिलि सैकण्ड पर होगी।

❒❒❒❒❒❒

KOTHARI INSTITUTE

कैलेण्डर (CALENDAR)

सौर वर्ष में 365 दिन, 5 घंटे, 48 मिनट होते हैं। जूलियस कैलेण्डर में, जूलियस सीजर द्वारा 47 ईसा पूर्व में व्यस्थित वर्ष 365 कैलेण्डर दिनों के रूप में लिया गया था और एक की विषम तिमाही से छुटकारा पाने के लिए लीप वर्ष नामक प्रत्येक चौथे वर्ष में एक अतिरिक्त दिन जोड़ा गया था। इसे बिसेक्टटाइल भी कहा जाता था।

इस प्रकार के पुराने कैलेण्डर का उपयोग अब केवल रूस में किया जाता है। लेकिन, चूंकि और वर्ष एक दिन की तुलना में 11 मिनट 12 सैकण्ड कम है, जूलियन कैलेण्डर कई दिनों तक लगत हो गया था और 1582 ईस्वी में यह अंतर 10 दिनों तक था।

पोप ग्रेगरी XIII ने इसे सुधारने के लिए दृढ़ निश्चय किया और ग्रेगोरियन कैलेण्डर के रूप में जाना जाने वाला कैलेण्डर तैयार किया। उन्होंने 10 दिन 5 अक्टूबर को गिराया या रद्द किया। जिसे 15 अक्टूबर कहा गया और 4 साल में केवल एक बार केन्द्र वर्ष छलांग लगाया। तो 1700 = 1800 और 1900 साधारण वर्ष थे और 2000 एक लीप वर्ष था।

इसे संशोधन ने ग्रेगोरियन प्रणाली को सौर वर्ष के साथ इतनी निकटता में लाया कि केवल 26 सैकण्ड का अंतर है जो 3323 वर्षों में एक दिन तक होता है।

यह न्यू स्टाइल है। यह संसद के एक अधिनियम द्वारा आदेश दिया गया था। जिसे इंग्लैण्ड में 1752 में अपनाया गया था। 170 वर्षों के बाद इस जानकारी का उपयोग अब पूरी दुनिया में किया जाता है। जिसका एकल अपवाद पहले से ही है।

वर्ष (Year)

बारह माह के समूह को वर्ष कहते है।

Types of Year- वर्ष को निम्न दो प्रकार से समझ सकते हैं-

i) सामान्य वर्ष General Year)

ii) लीप वर्ष (Leep Year)

i) सामान्य वर्ष General Year)

वह वर्ष जिसमें '4' का पूरा-पूरा भाग नहीं जाए वह सामान्य वर्ष कहलाता है।

सामान्य वर्ष:- $\frac{\text{वर्ष}}{4} = \frac{\text{शेषफल}}{0}$

जैसे- 1999, 1997, 2007, 2013 इत्यादि।

- 1 जनवरी 2001 को मंगलवार है तो 1 जनवरी 2002 को बुधवार होगा। **अर्थात इसमें एक दिन की वृद्धि होगी।**
- अगर समान दिनांक का वार अगले वर्ष में पूछे तो '1' की वृद्धि होगी। अर्थात अगर समान दिनांक का वार पिछले वर्ष पूछे तो '1' की कमी होगी।
- सामान्य वर्ष में फरवरी 28 दिन की तथा वर्ष में 365 दिन होते हैं। एक सामान्य वर्ष में 52 सप्ताह और 1 दिन होता है।

ii) लीप वर्ष (Leep Year)

- वह वर्ष जिसमें '4' का पूरा-पूरा भाग चला जाए उसे लीप वर्ष कहते हैं।

लीप वर्ष = $\frac{\text{वर्ष}}{4} = \frac{\text{शेषफल}}{0}$

जैसे- 1992, 1988, 2000, 2012, 2016 इत्यादि

- 4 जून 1983 को शनिवार है, तो '4' जून 1984 को सोमवार होगा। **अर्थात् इसमें दो दिन की वृद्धि होगी।**
- अगर समान दिनांक अगले वर्ष में पूछे तो '2' की कमी होगी। अगर एक वर्ष लीप वर्ष हो तो ।
- वर्ष में फरवरी 29 दिन की तथा वर्ष में 366 दिन होते हैं। एक लीप वर्ष में 52 सप्ताह और 2 दिन होते हैं।
- $365\frac{1}{4}$ दिन का बचा हुआ $\frac{1}{4}$ दिन प्रत्येक वर्ष के अनुसार चौथे वर्ष में '1' दिन बन जाता है। इसलिए लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं।

शताब्दी (Century)

दस वर्षो के समूह को शताब्दी कहते है।

Type of Century:- शताब्दी को हम निम्न दो प्रकार से समझ सकते हैं:

i) सामान्य शताबदी General Century)

ii) लीप शताब्दी (Leep Century)

i) सामान्य शताब्दी General Century)

वह शताब्दी जिसमें 400 का पूरा-पूरा भाग नहीं जाए उसे सामान्य शताब्दी कहते हैं।

सामान्य शताब्दी- $\frac{\text{वर्ष}}{400} = \frac{\text{शेषफल}}{0}$

जैसे- 700, 801, 900, 1300, 1500, 2000 इत्यादि।

ii) लीप शताब्दी (Leep Century)

वह शताब्दी जिसमें '400' का पूरा-पूरा भाग चला जाये, वह लीप वर्ष कहलाता है।

■ लीप शताब्दी = $\frac{\text{वर्ष}}{400} = \frac{\text{शेषफल}}{0}$

जैसे- 800, 1200, 2000, 2400, 2800, 3200 इत्यादि।

अतिरिक्त दिन (Extra Days):-

i) सामान्य वर्ष में एक अतिरिक्त दिन होता है।

ii) लीप वर्ष में 2 अतिरिक्त दिन होते हैं।

Note:- 100 वर्षों में **'5'**, 200 वर्षों में **'3'**, 300 वर्षों में **'1'** अतिरिक्त दिन होगा।

महिनों के कोड (Month Code):-

जन	फर.	मार्च	अप्रैल	मई	जून	जुलाई	अग.	सित.	अक्ट.	नव.	दिस.
0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5

दिनो के कोड (Day Code):-

रवि	सोम	मंगल	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
0	1	2	3	4	5	6

वर्ष कोड (Year Code):-

1900	1903	1992	1906	2000	2001
↓	↓	↓	↓	↓	↓
10	13	92	16	100	101

2003	2014	2015
↓	↓	↓
103	114	115

महीनों में दिनों की संख्या :

(i) जून, नवम्बर, अप्रैल व सितम्बर में 30 दिन होते हैं।

(ii) फरवरी में 28/29 दिन होते हैं।

(iii) बाकी सभी माह में 31 दिन होते हैं।

Note: हर 7 दिन बाद वही (Same) दिन आता है।

जैसे- आज के 2 दिन बाद रविवार है तो आज का दिन क्या होगा?

=> आज के (2 दिन कल व परसों) रविवार है।

↓ शुक्रवार ↓ शनिवार ↓ रविवार

Example:-

i) आने वाले कल के '3' दिन बाद शुक्रवार हो तो बीते हुए कल से 3 दिन पहले कौन-सा दिन था?

(a) सोमवार (b) शुक्रवार (c) बुधवार ✓(d) गुरुवार

हल:-

पहले ← O O O O □ O O O O → बाद में

(पहले वाले पहले O ↓ गुरुवार; □ ↓ आज; अंतिम O ↑ शुक्रवार)

ii) यदि 1 जनवरी को रविवार हो तो 1 फरवरी को कौन-सा दिन होगा?

(a) सोमवार (b) शुक्रवार ✓(c) बुधवार (d) गुरुवार

हल: तारीख -

1	18	15	22	29	30	31	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
रवि	रवि	रवि	रवि	रवि	सोम	मंगल	बुध

iii) यदि महीने का 5 वाँ दिन सोमवार के 2 दिन बाद आता है तो महीने की '13' तारीख को कौन-सा दिन होगा?

(a) सोमवार (b) शुक्रवार (c) बुधवार ✓(d) गुरुवार

हल:-

← पहले

सोमवार (3) (4) [5वाँ दिन]

↓

अगला सोमवार (10) (11) (12) (13) गुरुवार

बाद में →

अत: 13 तारीख को गुरुवार का दिन होगा।

KOTHARI INSTITUTE

iv. यदि महीने का तीसरा शनिवार 21 तारीख को था। तो महीने के दूसरे बुधवार से 2 दिन पहले कौन-सी तारीख होगी?

8	9	16	14
(a)	✓(b)	(c)	(d)

हल:-

पहले ←

(7) 8 (9) 10 (11) 12 13 (14) [21]

पहला शनिवार — (7); बुधवार — (11); दूसरा शनिवार — (14); तीसरा शनिवार — [21]

अर्थात् 14 को शनिवार है तो 11 तारीख को बुधवार है, तो बुधवार के दो दिन पहले 9 तारीख होगी।

v. यदि किसी महीने का 6ठा दिन मंगलवार को है, तो उसी महीने के 28वें दिन से पहले 5वाँ दिन कौन-सा होगा?

शनिवार	बुधवार	गुरुवार	शुक्रवार
(a)	(b)	(c)	✓(d)

हल:-

6वाँ → 13 → 20 → 27 → 28

मंगलवार मंगलवार मंगलवार मंगलवार बुधवार

पाँच दिन पहले ←

23	24	25	26	27
शुक्रवार (पांचवा दिन)	शनिवार	रविवार	सोमवार	मंगलवार

■ अत: 28वे दिन के पहले के पाँचवे दिन शुकवार का दिन होगा।

vi. मीरा का जन्म 11 अगस्त को हुआ। तथा राकेश मीरा से 11 दिन छोटा है। इसी साल स्वतन्त्रता दिवस भी सोमवार को है, तो राकेश का जन्मदिन किस दिन को आयेगा?

सोमवार	बुधवार	गुरुवार	रविवार
✓(a)	(b)	(c)	(d)

[11] → [15] → [22]

मीरा का जन्म — 15 अगस्त सोमवार — राकेश का जन्म

■ मीरा का जन्म 11 अगस्त को आता है तो राकेश का जन्म 22 तारीख को आयेगा क्योंकि वह मीरा से 11 दिन छोटा है।

■ अत: स्वतन्त्रता दिवस को सोमवार है तो राकेश का जन्म दिन 22 (सोमवार) तारीख को आयेगा।

किसी दिन के आगे वाले महीने में या बीते हुए महीने में किसी दिनांक का वार ज्ञात करें?

निम्न महीनों का नम्बर यानि शेषफल:-

- जून, नवम्बर, अप्रैल, सितम्बर का 2 नम्बर या शेषफल है।
- फरवरी का 0 या 1 (लीप वर्ष:) नम्बर /शेषफल है।
- बाकी सभी महीनों का 3 नम्बर/शेषफल है
- महीनों के दिनों में 7 का भाग देने पर बचा शेषफल ही नम्बर होता है। अर्थात् इन सभी महीनों का नम्बर ही शेषफल है।

Example:-

यदि आज सोमवार है, तो 9 दिन बाद कौन-सा दिन होगा। तथा 9 दिन पहले कौन-सा दिन होगा?

शनिवार	शुक्रवार	मंगलवार	कोई नहीं
✓(a)	(b)	(c)	(d)

पहले ←

○○■○○○○○○○ आज ○○○○○○○■○

शनिवार — बाद में → — मंगलवार

■ इस प्रश्न में आज के दिन से आगे या पहले जाना है तभी सही उत्तर निकलेगा।

1. 17 मार्च 1988 को सोमवार या 12 जुलाई 1988 को कौन-सा दिन होगा?

शनिवार	शुक्रवार	मंगलवार	कोई नहीं
✓(a)	(b)	(c)	(d)

हल-

■ 17 मार्च के बाद के बचे हुए दिन => 14

■ अप्रैल माह का नम्बर यानि शेषफल => 02

KOTHARI INSTITUTE

- मई माह का नम्बर यानि शेषफल => 03
- जून माह का नम्बर यानि शेषफल => 02
- जुलाई माह के दिन जो कि प्रश्न में दे रखा है। => 12

कुल दिन => 33

$\text{दिन} = \frac{33}{7} = \frac{\text{शेषफल}}{5}$ अर्थात् अब हमें प्रश्न अनुसार सोमवार से 5 दिन आगे जाना है तो **पांचवाँ दिन शनिवार** का होगा।

2. 1991 में पहला दिन शुक्रवार था राकेश का जन्मदिन 25 जून को हुआ तो बताओ उसका जन्म किस दिन हुआ?

सोमवार	शुक्रवार	बुधवार	गुरुवार
(a)	✓(b)	(c)	(d)

हल-

- 1 जनवरी को शुक्रवार है तो बचे हुए दिन होंगे => 30
- 1991 लीप वर्ष नहीं है इसलिये फरवरी का शेषफल होगा => 00
- मार्च माह का नम्बर यानि शेषफल है => 03
- अप्रैल माह का नम्बर यानि शेषफल => 02
- मई माह का नम्बर यानि शेषफल => 03
- जून माह के दिन जो कि प्रश्न में दे रखा है। => 25

कुल दिन => 63

$\text{दिन} = \frac{63}{7} = \frac{\text{शेषफल}}{0}$ अगर 0 (शून्य) शेषफल बचता है तो प्रश्न में दिया हुआ दिन ही उत्तर होगा।

3. 1981 में गणतंत्र दिवस (26 जनवरी) सोमवार की थी तो उसी वर्ष स्वतन्त्रता दिवस किस दिन आयेगा?

शनिवार	शुक्रवार	बुधवार	गुरुवार
✓(a)	(b)	(c)	(d)

हल-

- गणतन्त्र दिवस 26 जनवरी से है तो बचे हुए नम्बर यानि शेषफल होगा => 05
- 1981 का वर्ष लीव वर्ष नहीं है तो फरवरी का शेषफल होगा => 00
- मार्च माह का शेषफल है => 03
- अप्रैल माह का शेषफल है => 02
- मई माह का शेषफल है => 03
- जून माह का शेषफल है => 02
- जुलाई माह का शेषफल है => 03
- अगस्त माह के दिन जो कि प्रश्न में दे रखा है। => 15

कुल दिन => 33

$\text{दिन} = \frac{33}{7} = \frac{\text{शेषफल}}{5}$ अर्थात् अब हमें प्रश्न अनुसार सोमवार से 5 दिन आगे जाना है तो पांचवाँ दिन शनिवार का होगा।

4. पायल का जन्म 3 मार्च 1996 में हुआ राम का जन्म पायल के 5 दिन पहले हुआ। यदि उस वर्ष स्वतंत्रता दिवस मंगलवार को था तो राम का जन्मदिन किस दिन आता है?

शनिवार	रविवार	बुधवार	गुरुवार
(a)	✓(b)	(c)	(d)

हल-

- वर्ष 1996 लीव वर्ष होगा
- राम का जन्म पायल के जन्म (3 मार्च) से पाँच दिन पहले अर्थात 27 तारीख को होगा अत: फरवरी के दिन बचे => 02
- मार्च का नम्बर यानि शेषफल => 03
- अप्रैल का नम्बर यानि शेषफल => 02
- मई अप्रैल का नम्बर यानि शेषफल => 03
- जून का नम्बर यानि शेषफल => 02
- जुलाई का नम्बर यानि शेषफल => 03
- अगस्त माह के दिन जो कि प्रश्न दे रखा है। => 15

कुल दिन => 30

$\text{दिन} = \frac{30}{7} = \frac{\text{शेषफल}}{2}$ ■ शेषफल 2 है अर्थात् मंगलवार है परन्तु प्रश्न के अनुसार पहले जन्म होगा तो उत्तर रविवार होगा।

5. हमने होली मार्च के दूसरे बुधवार को मनाई। नेहा की शादी '4' दिन बाद थी। मंजू का जन्मदिन 9 अप्रैल के 3 दिन पहले सोमवार को था तो होली की तारीख को नेहा की शादी का दिन कौन-सा था।

10 शनिवार	11 रविवार	15 बुधवार	11 गुरुवार
(a)	✓(b)	(c)	(d)

KOTHARI INSTITUTE

हल-

- 9 अप्रैल के 3 दिन पहले 6 तारीख है तो 6 तारीख को सोमवार होगा। अर्थात् दूसरे बुधवार को 11 तारीख है तथा नेहा की शादी का दिन रविवार है। अतः 11 तारीख को रविवार होगा।

Example:-

1. लीप वर्ष को छोड़कर यदि साल का पहला दिन शुक्रवार हो तो उस साल का आखिरी दिन क्या होगा?

बुधवार	शुक्रवार	शनिवार	गुरुवार
(a)	✓(b)	(c)	(d)

हल: साधारण वर्ष में प्रथम व अंतिम दिन एक ही होता है

2. यदि वर्ष 2002 में 10 मार्च को बुधवार है तो वर्ष 2003 में 10 मार्च के 2 दिन बाद कौन-सा दिन होगा?

सोमवार	शुक्रवार	शनिवार	गुरुवार
(a)	**(b)**	**✓(c)**	**(d)**

हल- वर्ष 2002 में 10 मार्च को बुधवार है तो वर्ष 2003 में 10 मार्च को गुरुवार होगा। तथा

वर्ष 2003 में 10 मार्च के 2 दिन बाद शनिवार का दिन होगा।

3. पूजा का जन्मदिन 12 जनवरी 1996 बुधवार को था तो 2 वर्ष बाद उसका जन्मदिन किस दिन होगा?

सोमवार	शुक्रवार	शनिवार	गुरुवार
(a)	(b)	✓(c)	(d)

हल- 12 जनवरी 1996 को बुधवार है तो 12 जनवरी, 1997 को शुक्रवार होगा। तथा 12 जनवरी, 1998 को शनिवार होगा।

4. यदि 31 मार्च 1992 को शनिवार है तो 31 मार्च 1990 को कौन-सा दिन होगा?

सोमवार	शुक्रवार	बुधवार	गुरुवार
(a)	(b)	✓(c)	(d)

हल- 31 मार्च 1992 को शनिवार है तो 31 मार्च 1991 को गुरुवार होगा तथा

31 मार्च 1990 को बुधवार का दिन होगा।

5. अतुल को याद है कि माह के 13वें दिन बाद पहले शनिवार को वह अपनी माँ से मिला था। यदि उस माह का पहला दिन शुक्रवार हो तो अतुल किस दिन अपनी माँ से मिला था?

22 तारीख को	19 तारीख को	16 तारीख को	15तारीख को
(a)	(b)	✓(c)	(d)

हल- यदि माह का पहला दिन शुक्रवार है तो दूसरा दिन शनिवार होना और उसके बाद 9वाँ, 16वाँ, 23वाँ व 30वाँ दिन भी शनिवार होगा?

अतः तब माह के 13वें दिन के बाद वाला शनिवार को 16 तारीख ही पड़ेगा।

6. संध्या का जन्मदिन महीने के तीसरे शनिवार को है। जिस महीने का तीसरा दिन प्रथम सोमवार है तो संध्या का जन्म दिन किस तारीख को पड़ेगा।

24 तारीख को	27 तारीख को	22 तारीख को	17 तारीख को
(a)	(b)	✓(c)	(d)

हल: महीने का तीसरा दिन सोमवार है तथा पहला दिन शनिवार है तो 8वाँ, 15वाँ, 22वाँ तथा 29वाँ दिन भी शनिवार होगा।

अर्थात् संध्या का जन्मदिन तीसरे शनिवार (22 तारीख) को पड़ेगा।

7. 1 जनवरी 2000 को सोमवार हो तो 10 जुलाई 2002 को कौन सा दिन आएगा।

बुधवार	गुरुवार	सोमवार	मंगलवार
✓(a)	(b)	(c)	(d)

हल: 1 जनवरी से 10 जुलाई के बीच कुल दिनों की संख्या = जनवरी (31-1) + फरवरी (29)+ मार्च (31)+ अप्रैल (30)+मई (31)+जून (30) + जुलाई (10)

= 30+29+31+30+31+30+10

= 191/7 = 27 भागफल, 2 शेषफल

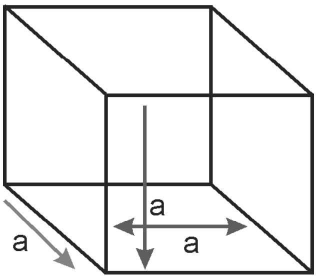
= सोमवार + 2 = बुधवार

❐❐❐❐❐❐

घन - घनाभ (CUBE - CUBOIL)

घन (Cube)

एक ऐसी त्रिआयमी आकृति (3-dimensional figure) को कहा जाता है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों समान (Comman) होती हैं।



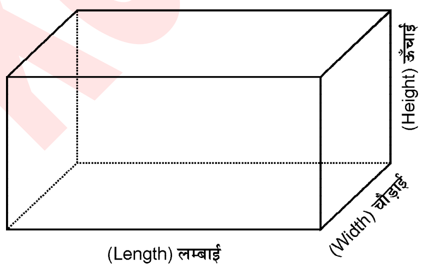
जैसा कि आप ऊपर दी गयी आकृति में देख सकते हैं यहाँ एक त्रिआयमी (3-dimensional) आकृति दी गयी है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई समान है। ऐसा होने से यह एक घन कहलायेगा।

घन के गुणधर्म (Properties of Cube):

- **शीर्ष (Properties of Cube):** शीर्ष वह कोना होता है जहाँ तीन रेखाएं जो कि एक घन के किनारे होते हैं वे आकर मिलते हैं। एक घन में आठ किनारे होते हैं।
- **किनारे (Edge):** एक घन में बारह किनारे होते हैं। ये किनारे फलकों की भुजाएँ होती हैं। एक घन के बारह के बारह किनारे समान लम्बाई के होते हैं।
- **फलक विकर्ण (Face diagonal):** फलक विकर्ण वे रेखा खण्ड होते हैं जो विपरीत शीर्षों को जोड़ते हैं। हर एक फलक के किनारे में दो विकर्ण कुल 12 विकर्ण होते हैं।

घनाभ (Cuboid)

एक ऐसी त्रिआयामी (3-dimensional) आकृति (figure) है जिसके 6 आयताकार फलक होते हैं इस वजह से ऐसी आकृतियों को बहुफलक भी कहा जाता है।



ऊपर दी गयी आकृति में जैसा कि आप देख सकते हैं की इसके सभी फलक आयताकार है इस वजह से यह एक घनाभ कहलायेगा।

घनाभ के गुणधर्म (Properties of Cuboid)

- एक घनाभ के छः फलक होते हैं ।
- एक घनाभ के सभी कोण समकोण होते हैं।
- इसके सभी फलक आयताकार होते हैं।
- सभी फलकों का आयताकार होने से तात्पर्य है कि हर फलक के जो चार आयाम होते हैं उनमें से एक युगम बराबर होना चाहिए।

जैसा अगर हम एक ऊपर वाला फलक लेते हैं जिसके आयाम Width एवं Length होंगे

अब आयताकार होने का मतलब है कि फलक की 2 width बराबर एवं Length बराबर होनी चाहिये। अगर width एवं Length बराबर हो जाए तब यह एक वर्ण हो जाएगा लेकिन तब भी यह एक घनाभ ही कहलायेगा। क्योंकि यह घनाभ होने की शर्तें पूरी कर रहा है।

सूत्र (Rule)

- घन का आयतन = a^3
- घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
- घन का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
- घनाभ का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =
  2 × (लम्बाई×चौड़ाई + चौड़ाई×ऊँचाई + ऊँचाई×लम्बाई)
- घन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$
- घनाभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =
  2 × ऊंचाई (लम्बाई + चौड़ाई)
- n निकालने के लिए विधि

$$n = \frac{\text{बड़े घन की संख्या}}{\text{छोटे घन की संख्या}}$$

- जब छोटे घनों की संख्या निकालना हो तो -
  => $n \times n \times n$ => n^3

Q1. एक 4 सेमी. के घन में से 1 सेमी में कितने छोटे घन बनेंगे?

=> बड़े घन की संख्या = 4

=> छोटे घन की संख्या = 1

=> $\frac{4}{1} = 4$ => 4^3 => 64

अर्थात् 64 छोटे घन बनेंगे।

Q2. एक 4 सेमी. के घन में से 2 सेमी के कितने छोटे-छोटे घन बनेंगे?

=> बड़े घन की संख्या = 4

=> छोटे घन की संख्या = 2

=> $\frac{4}{2}$ => 2 => 2^3 => 8

अर्थात् 8 छोटे घन बनेंगे।

Type

यदि 4 सेमी. वाले रंगीन घन को 1 सेमी. के छोटे-छोटे घनों में बाटा जाए तो -

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 3 सतह रंगीन है?

- इसमें हमेशा 8 घन होंगे जिसकी 3 सतह रंगीन है
- बड़े घन की भुजा = 4
- छोटे घन की भुजा = 1

$\frac{4}{1} = 4 \quad n = 4^1$

अत: $4^3 = 64$ (छोटे घनों की संख्या निकालना हो तो n^3) अर्थात् 64 घन होंगे जिसकी 3 सतह रंगीन है।

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 2 सतह रंगीन है?

Trick

12 (n-2)

12 (4-2)

12 × 2 = 24

अत: 24 घन होंगे जिनकी 2 सतह रंगीन रंगीन है।

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 1 ही सतह रंगीन है?

Trick

$6 (n - 2)^2$

$6 (4-2)^2$

6×2^2

6 × 4 = 24

अत: 24 घन होंगे जिनकी 1 ही सतह रंगी है।

Q. ऐसे कितने घन होंगे जिनकी 1 भी सतह रंगीन नहीं है?

Trick -

$(n - 2)^3$

$(4 - 2)^3$

$= 2^3$

= 8

अत: 8 घन होंगे जिनकी 1 भी सतह रंगीन नहीं है।

Example:-

Q. 25 cm वाले ठोस घन को 5 cm के छोटे-छोटे घन प्राप्त करने के लिए उसे कुल कितनी बार काटना होगा?

6	9	12	16
(a)	(b)	✓ (c)	(d)

व्याख्या:

$n = \frac{\text{बड़े घन की संख्या}}{\text{छोटे घन की संख्या}} = \frac{25}{5} = 5$

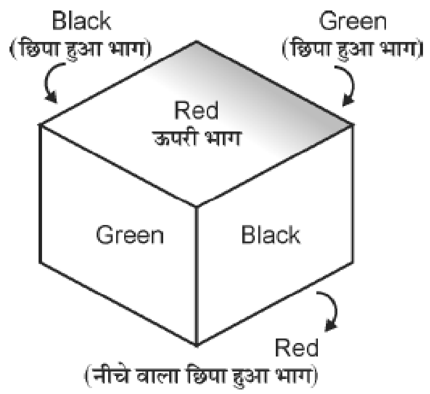
- घनों को काटने की संख्या = (n-1) × 3
  = (5-1) × 3
  = 4 × 3 = 12

अत: ठोस घन को कुल 12 बार काटना होगा।

Q. एक 16 cm वाले बड़े घन को 4 cm वाले छोटे-छोटे घनों में परिवर्तित किया जाता है, जिसकी दो सम्मुख सतहें लाल, दो सम्मुख हरी और दो सम्मुख नीले रंग की है। उन घनों की संख्या बताइये जो दो सतह रंगीन हो और उनकी दोनों सतहें अलग-अलग रंग की हों?

24	36	48	56
✓(a)	(b)	(c)	(d)

$n = \frac{\text{बड़े घन की संख्या}}{\text{छोटे घन की संख्या}} = \frac{16}{4} = 4$ **(n = 4)**



KOTHARI INSTITUTE

आकृति से स्पष्ट है कि लाल रंग दो सम्मुख सतहों पर, हरा रंग दो सम्मुख सतहों पर, काला रंग दो सम्मुख सतहों पर है। इस प्रकार ऐसा कोई भी कोर (Core) नहीं है जहाँ पर दो समान रंग की सतहें एक दूसरे से मिल रही है अर्थात् प्रत्येक कोर पर दो भिन्न रंग की सतहें ही मिलेगी।

$= (n - 2) \times 12$

$= (4 - 2) \times 12 = 24$ घन

अतः उन घनों की संख्या 24 है। जिनकी दो सतह रंगीन है तथा जिनकी दोनों सतहें अलग-अलग रंग की है।

Q. एक सतह रंगीन बनने वाले घनों की संख्या बताइये?

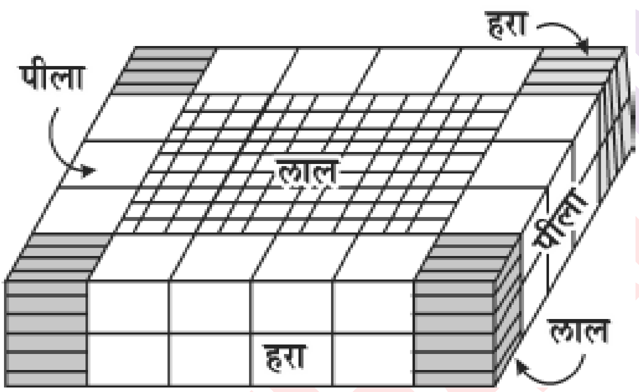
20	24	30	34
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्याः

3 सतह रंगीन घन ⟶ कोनों पर

2 सतह रंगीन घन ⟶ कोनों पर

1 सतह रंगीन घन ⟶ सतह पर (बीच में)



एक सतह रंगीन घन केवल लाल वाली सतह पर मिलेंगे, और लाल वाली प्रत्येक सतह पर उनकी संख्या 5 है।

अतः कुल एक सतह रंगीन बनने वाले घन = 15 + 15 = 30 घन

Q. किसी घन के 2-2 सेमी के 343 टुकड़ों को जोड़कर एक घन बनाया गया। तो बनने वाले घन की भुजा की माप होगी।

7 सेमी	6 सेमी	21 सेमी	14 सेमी
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्याः

बनने वाले घनों की संख्या $= \sqrt[3]{\text{टुकड़ों}}$

$= \sqrt[3]{343}$

$= 7$

- प्रत्येक घन 2 सेमी का है तो = 2 × 7 = 14 सेमी.
- अतः बनने वाले घनों की भुजा की माप 14 सेमी होगी।

Q. बिना रंग के पटल वाले घनों की संख्या कितनी होगी?

0	18	9	8
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्याः

घन की भुजा $\sqrt[3]{64} = 4$ cm.

बिना रंग के घनों की संख्या $= (x-2)^3$

$= (4-2)^3$

$= (2)^3$

$= 8$

अतः बिना रंग के पटल वाले घनों की संख्या 8 होगी।

Q. एक पटल पीला एवं एक पटल नीला वाले घनों की कितनी संख्या होगी?

9	8	5	6
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्याः

$= \frac{12(x-2)}{3}$

$= \frac{12(4-2)}{3}$

$= \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24}{3} = 8$ घन

अतः एक पटल पीला एवं एक पटल नीले रंग के घनों की संख्या 8 है।

❑❑❑❑❑❑

KOTHARI INSTITUTE

सांकेतिक भाषा परीक्षण (Coding-Decoding Test)

एक शब्दों को या वाक्य को एक विशेष नियम से दूसरे शब्द या वाक्य में बदल दिया जाता है। और हमें उन नियम को पहचानना होता है, कि इस को किस तरीके से बदला है।

■ **अगर वह नियम हमें मालूम चल गया तो फिर हम उत्तर (Answer) बहुत की आसानी से लगा सकते हैं।**

ये नियम निम्न प्रकार से हो सकते हैं।

■ **यदि 'DOG' को 'EPH' लिखा जाये तो D का अगला अक्षर 'E', 'O' का अगला अक्षर 'P', व 'G' का अगला अक्षर 'H' होगा।**

■ **यदि 'DOG' को 4 1 0 7 लिखा जाये तो 'D' का नम्बर '4', 'O' नम्बर 10 व 'G' का नम्बर '7' होगा।**

■ **यदि Girl is good को to me pot लिखा जाये तो Girl का अक्षर 'to', is का अक्षर me, good का अक्षर Pot होगा।**

Type-i (अक्षरों का स्थान ज्ञात करना)

A	B	C	D	E	F	G	H	I
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	2	3	4	5	6	7	8	9

J	K	L	M	N	O	P	Q	R
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
10	11	12	13	14	15	16	17	18

S	T	U	V	W	X	Y	Z
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
19	20	21	22	23	24	25	26

Trick : -

E	**J**	**O**	**T**	**Y**
↓	↓	↓	↓	↓
5	**10**	**15**	**20**	**25**

किसी भी अक्षर को (वर्तमान स्थान) 27 में से घटा देते हैं तो उसका विपरीत स्थान आ जाता है।

जैसे - 27 - वर्तमान स्थान = विपरीत स्थान

J (वर्तमान स्थान 10) का विपरीत स्थान ज्ञात करना -
27-10 = 17 (q विपरित स्थान)

Type - ii (अक्षरों का विपरीत अक्षर ज्ञात करना)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N

Trick =

A	to	**Z**
B	o	**Y**
C	re	**X**
D	udh	**W**ala
E	**V**m	
F	**U**se	
G	olden	**T**emple
H	ous	**S**e
Indian	**R**ailway	
Jaipur	**Q**ueen	
Kala	**P**aani	
L	**O**ve	
Ma	**N**	

Coding के प्रकार की पहचानना:

1. **विपरीत क्रम में**
   BRTXS => SXTRB

2. **क्रॉस पर आधारित:**
   R X T U Z
   ⤫ ↓ ⤫
   X R T Z U

3. **नम्बरो पर आधारित :-**
   B A T => 2 1 20
   E B A S => 9 5 0 8

नोट- नम्बरों पर आधारित प्रश्नों में जो कोड दिया हुआ है वही कोड हमें मानना होता है।

KOTHARI INSTITUTE

4. वर्णमाला के घटते या बढ़ते क्रम-

A. बढ़ते क्रम में -

P Q R S = R S T U
(+2) (+2) (+2) (+2)

नोट: - इसमें हर अक्षर में 2 जोड़ा गया है।

B. घटते क्रम में-

A E C Z = Z D B Y
↓ ↓ ↓ ↓
-Z -D -B -A

c. इसमें एक बढ़ते और एक घटते क्रम में -

Q A T S = S Y V Q
↓ ↓ ↓ ↓
+2 -2 +2 -2

Exp:-

1. यदि SUBHAM को लिखा जाये TVCIBN तो SATYAM को क्या लिखा जायेगा?

हल- S U B H A M → T V C I B N; S A T Y A M → T B U Z B N

2. यदि NUMBER को लिखा जाये UNBRE तो RAMESH को क्या लिखा जायेगा?

हल- NU MB ER → UN BM RE; RA ME SH → AR EM HS

3. यदि RTSUV को 85206 तथा ABCDE को 79134 लिखा जाये तो 647319 को क्या लिखा जायेगा?

हल- R T S U V → 8 5 2 0 6; A B C D E → 7 9 1 3 4

6 4 7 3 1 9 → V E A D C B

4. यदि ROUTINE को VMRGFLI तो CRUELTY को क्या लिखा जायेगा?

हल- R O U T I N E → V M R G F L I; C R U E L T Y → B G O V F I X

Type-III (शब्दों से शब्द ज्ञात करना)

■ यदि 'सफेद' को 'नीला', 'नीला' को 'लाल', 'लाल' को 'पीला', 'पीला' को 'हरा', 'हरा' को 'काला', कहा जाए तो पेड़ की पत्तियों का रंग क्या होगा?

हल- पेड़ की पत्तियों का रंग 'हरा' होता है। लेकिन प्रश्न में हरे को काला कहा गया है।
इसलिए पेड़ की पत्तियों का रंग काला होगा।

Type-IV (वाक्य से वाक्य ज्ञात करना)

दोनों वाक्यों की तुलना करना

1. यदि एक कोड में one is not का अर्थ है '5 3 1' तथा not are good का अर्थ है '0 4 5' तथा are you not का अर्थ है '5 9 4' तो इस कोड भाषा में 'you' का अर्थ क्या होगा?

5(a) 3 (b) ✓9 (c) 1 (d)

हल- One is [not] => [5] 3 1
[not] (are) good => 0 (4) [5]
(are) you [not] => [5] 9 (4)

(i) पहली व दूसरी पंक्ति में common अक्षर देखकर चिन्हित करते हैं।

(ii) पहली व दूसरी पंक्ति में [not] common है वहीं नम्बर में भी 5 common है।

(iii) दूसरी व तीसरी पंक्ति में (are) common है वहीं नम्बर में भी 4 common है।

(iv) अर्थात् you का कोड 9 है।

2. यदि एक कोड मे one is not का अर्थ है '5 3 1' तथा not are good का अर्थ है '0 4 5' तथा are you not का अर्थ है '5 9 4' तथा is me bad का

अर्थ है 7 2 3 तो इस कोड भाषा one good you का अर्थ क्या होगा?

1 0 9   1 0 7   2 1 0   9 0 2
✓(a)   (b)   (c)   (d)

हल- One [is] [not] => [5] [3] 1

[not] (are) good => 0 (4) [5]

(are) you [not] => [5] 9 (4)

[is] me bad => 7 2 [3]

i. सबसे पहले पहली व दूसरी में common अक्षर [not] को चिन्हित करेंगे? उसी तरह common अक्षर 5 है।

ii. दूसरी व तीसरी पंक्ति में common अक्षर (are) है इसी तरह इस पंक्ति में भी common अक्षर 4 है।

iii. पहली व चौथी पंक्ति में common अक्षर [is] है। इसी तरह इस पंक्ति में भी common नम्बर 5 है।

iv. अर्थात् पहली पंक्ति में one का नम्बर 1 है, दूसरी पंक्ति में good का नम्बर '0' है तथा तीसरी पंक्ति में you का नम्बर '9' है।

Example:-

1. यदि किसी निश्चित कूटभाषा में 'Find' को 'MKLJ' कूटित किया जाता है और 'MUDS' को EOJC कूटित किया जाता है, उसी कूटभाषा में 'DUSM' को किस प्रकार कूटित किया जाएगा?

JOCE   DKJP   TOPS   DKPJ
✓(a)   (b)   (c)   (d)

व्याख्या:- M = E, U = O, D = J व S = C
अर्थात् DUSM का कुटभाषा में JOCE को कूटित किया जाएगा।

2. **निर्देश: दिए गए विकल्प में संबंधित अक्षर का समूह ज्ञात करें।**

M V F G : P Y I J : : I P B Y : ?

LSEB   KMCW   KMDV   LMDX
✓(a)   (b)   (c)   (d)

व्याख्या : -
MVFG → PYIJ बना उसी प्रकार
IPBY → LSEB बनाया गया है।

3. **एक निश्चित कूटभाषा में, 'you are his daughter' को za tn ka sh' लिखा जाता है 'he is my father' को 'tn ha bi ti' लिखा जाता है, 'She is our daughter को na ha sh sn' लिखा जाता है और 'my mother is daughter' को 'bi sh na pn' लिखा जाता है। Daughter को इस कूटभाषा में किस प्रकार लिखेंगे?**

sh   is   za   na
✓(a)   (b)   (c)   (d)

व्याख्या :-

You are his [daughter] => za tn ka [sh]

he is my father => tn ha bi ti

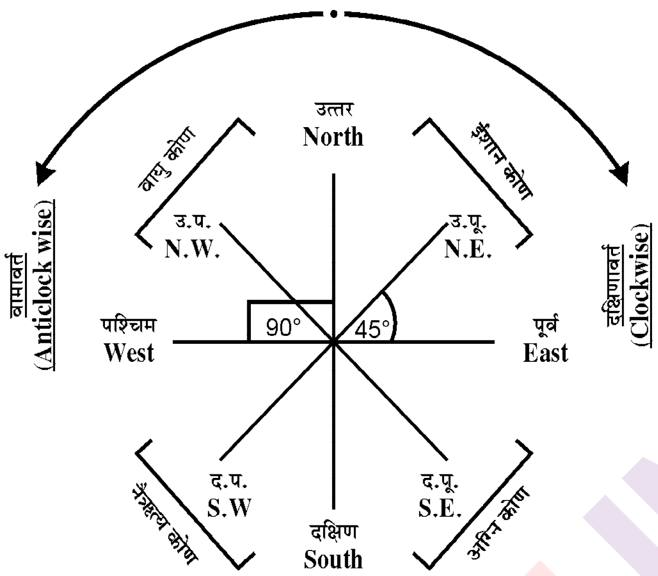
she is our [daughter] => na ha [sh] sn

my mother is [daughter] => bi [sh] ha pn

■ इसका अर्थ यह हुआ कि daughter का कोड sh ही होगा।

दिशा - परीक्षण (Direction Test)

सही मोड़ की दिशा हमेशा दक्षिणावर्त होती है। बाएं मोड़ की दिशा हमेशा दक्षिणावर्त विरोधी होती है। दिशा तर्क में दो बिन्दूओं के बीच तय की गई दूरी या न्यूनतम दूरी की समझ को ''पाइथोगोरस'' प्रमेय की अवधारणा का उपयोग करके हल की जा सकती है।

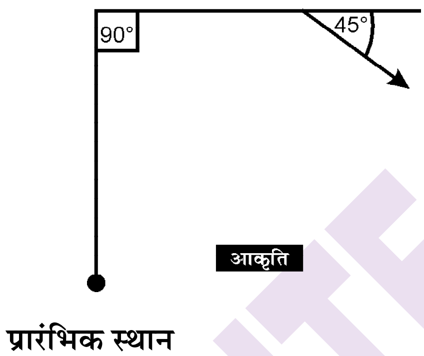


दिशा आकृति

- पूर्व की ओर मुख होने का मतलब है। कि उसका मुख दक्षिण की ओर है।
- पूर्वमुखी होने का मतलब है कि उसका मुख पूर्व की और है।
- दाये (Right) मुड़ने पर दक्षिणावर्त (Clockwise) घुमना होता है।
- बायें (Left) मुड़ने पर वामावर्त (Anticlockwise) घुमना होता है।
- दाये (Right) या बाय (Left) मुड़ने का मतलब है 90^0 (डिग्री) मुड़ना होता है
- दिशाओं के बीच मुड़ने का मतलब है 45^0 (डिग्री) मुड़ना होता है।

Example:-

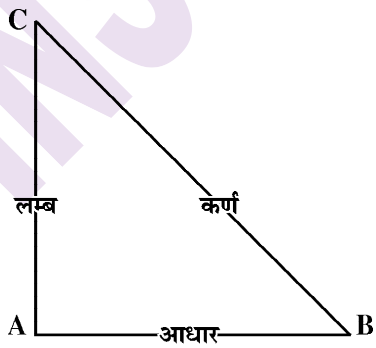
राम उत्तर की तरफ मुँह करके खड़ा है तथा राम अपने दायीं और मुड़ता है तथा राम अपने उत्तर-पूर्व की तरफ मुड़ता है। अतः इस प्रश्न की आकृति होगी।



पायथोगोरस प्रमेय

पायथोगोरस प्रमेय एक समकोण त्रिभुज की भूजा के बीच संबंध को दर्शाता है। पायथोगोरस प्रमेय के अनुसार समकोण त्रिभुज के $(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्बाई})^2 + (\text{आधार})^2$

समकोण त्रिभुज (Right angle Triangle)- वह त्रिभुज जिसमें 90 डिग्री हो, उसको समकोण त्रिभुज कहा जाता है। एक समकोण त्रिभुज में एक समकोण तथा दो न्यूनकोण (90 डिग्री के कम) होते हैं।



- **त्रिकोणमिति संख्याएँ (Trigonometry)**

=> लम्ब ^{2} + आधार ^{2} = कर्ण ^{2}

=> लम्ब संख्याएँ - 3, 6, 5, 9 है ।

=> आधार संख्याएँ - 4, 8, 12, 12 है ।

=> कर्ण संख्याएँ - 5, 10, 13, 15 है ।

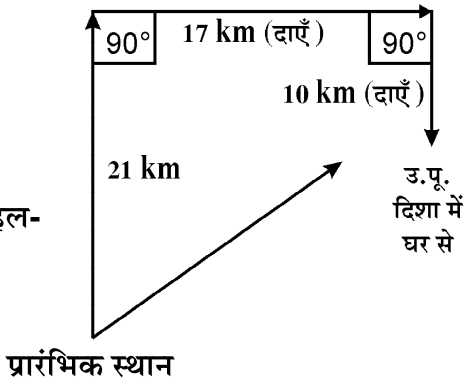
=> कर्ण त्रिकोणमिति में न्यूनतम कोण एक ही संलग्न भुजा में समकोण त्रिभुज की सबसे लम्बी होती है।

1. सलोनी अपने घर से 21 किमी. उत्तर की ओर चली तथा दाये और मुड़कर 17 किमी. चली और अंत में वह दाये और मुड़कर 10 किमी. चलती है तो सलोनी अब अपने घर से किस दिशा में है-

उत्तर-पश्चिम	पश्चिम	पूर्व	उत्तर-पूर्व
(a)	(b)	(c)	✓(d)

KOTHARI INSTITUTE

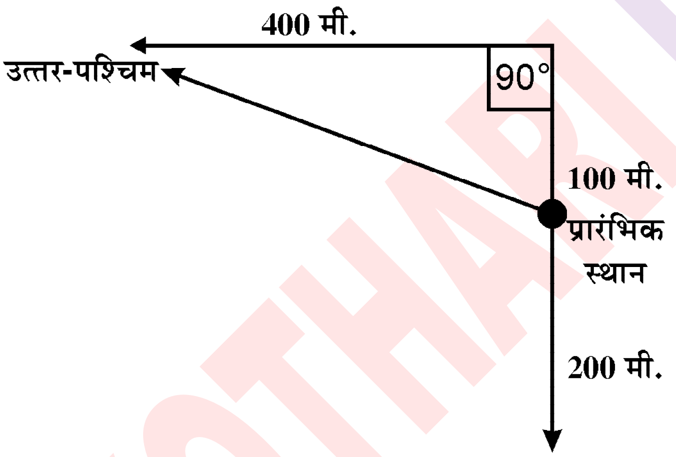
हल-



■ अर्थात् सलोनी अब अपने घर से उ.पू. दिशा में है।

2. नेहा के स्कूल का गेट उत्तर दिशा की ओर है। वह स्कूल से निकलकर 200 मीटर आती है तथा अध्यापक को देखकर एकदम विपरीत दिशा में 300 मीटर चली जाती है। इसके बाद बाएं और मुड़कर 400 मीटर चलती है तो वह अब किस स्थान की ओर है?

उत्तर-पश्चिम	पश्चिम	पूर्व	उत्तर-पूर्व
✓(a)	(b)	(c)	(d)



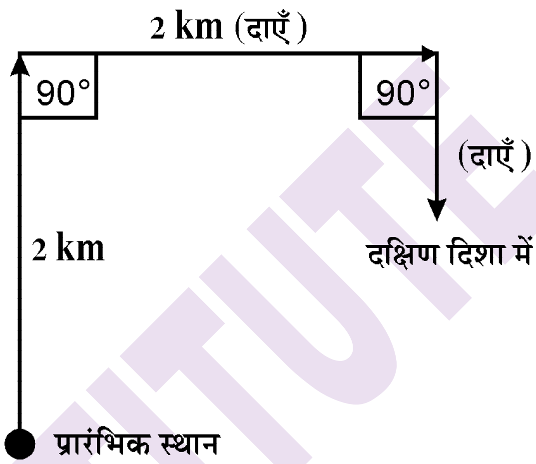
नोट- गेट उत्तर दिशा की ओर है इसका मतलब वह घर से निकलती है तो वह हमेशा विपरित दिशा में निकलेगी।

■ अर्थात् नेहा विपरित दिशा में 200 मीटर दक्षिण जाकर उत्तर की ओर 300 मीटर चलती है तथा वह बायें मुड़कर 400 मीटर चलती है।

■ अत: वह अब उत्तर-पश्चिम स्थान की ओर है।

3. मोहित चलना शुरु करता है उत्तर दिशा में 2 किमी चलता है और दाएँ मुड़कर 2 किमी चलता है फिर दाएं घूम जाता है तथा चलना प्रारम्भ करता है तो बताओ अब मोहित किस दिशा में जा रहा है?

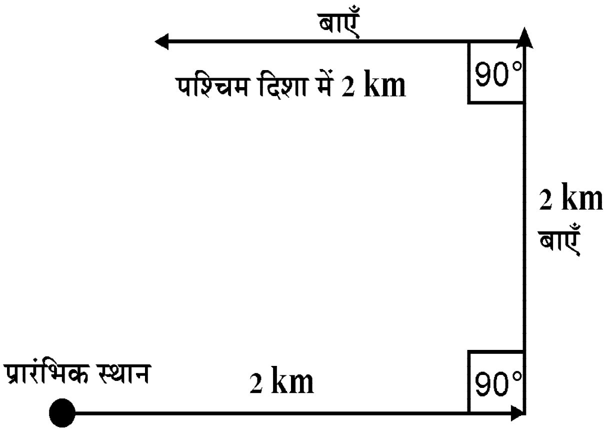
उत्तर	दक्षिण	पश्चिम	पूर्व
(a)	✓ (b)	(c)	(d)



■ अर्थात् मोहित दक्षिण दिशा की ओर जा रहा है।

4. केशव पूर्व की ओर 2 km चलता है फिर बाए मुड़कर 2 km चलता है और फिर बाये मुड़कर 2 km चलता है तो अब बताओ केशव का मुखडा किस दिशा में है?

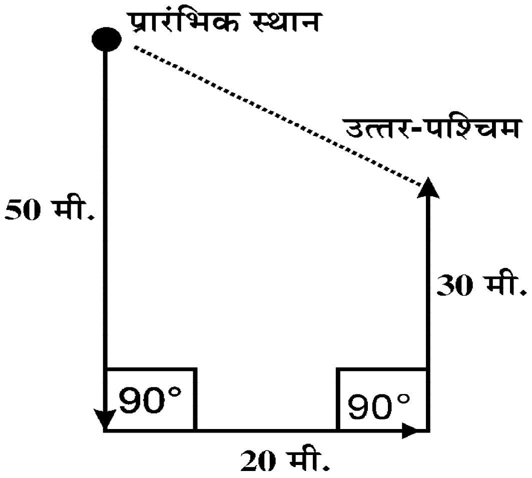
उत्तर	पश्चिम	पूर्व	दक्षिण
(a)	✓ (b)	(c)	(d)



■ अर्थात् केशव का मुख पश्चिम दिशा में है।

5. मेघा अपने घर से 50 मी. दक्षिण में जाने के बाद बाएं मुड़कर 20 मी. चलती है अब वह उत्तर की ओर मुड़कर 30 मी. चलती है तथा वह अपने घर की ओर चलना शुरू करती है तो बताओ वह उस समय किस दिशा में जा रही है?

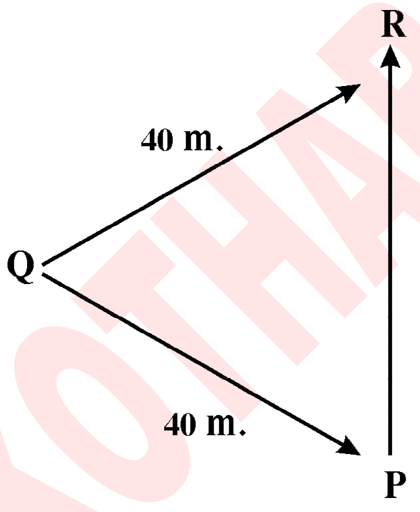
उत्तर	उत्तर-पश्चिम	उत्तर-पूर्व	पूर्व-पश्चिम
(a)	✓(b)	(c)	(d)



अर्थात् वह उस समय उत्तर पश्चिम दिशा में जा रही है।

6. यदि P, Q के सापेक्ष (सीधी दिशा) 40 मी. दक्षिण-पश्चिम में है तथा R, Q के सापेक्ष 40 मी. दक्षिण-पूर्व में है तो बताओ R, P के सापेक्ष किस दिशा में है?

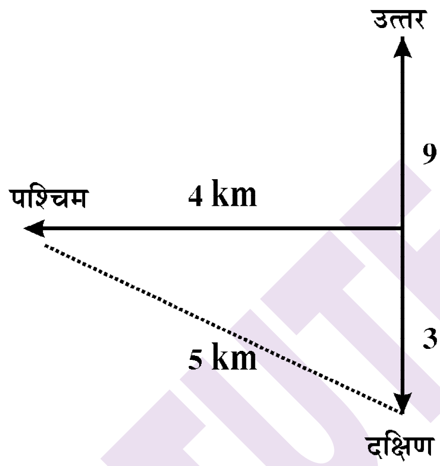
उत्तर	पश्चिम	पूर्व	दक्षिण
✓(a)	(b)	(c)	(d)



■ अर्थात् RP के सापेक्ष उत्तर दिशा में है।

7. माही एक निश्चित बिन्दू से 12 किमी. उत्तर की ओर जाती है फिर वहाँ से 9 किमी. दक्षिण दिशा की तरफ जाती है अंत वह 4 किमी. पश्चिम दिशा में जाती है अब वह अपने प्रारम्भिक स्थान से कितनी दूरी पर है?

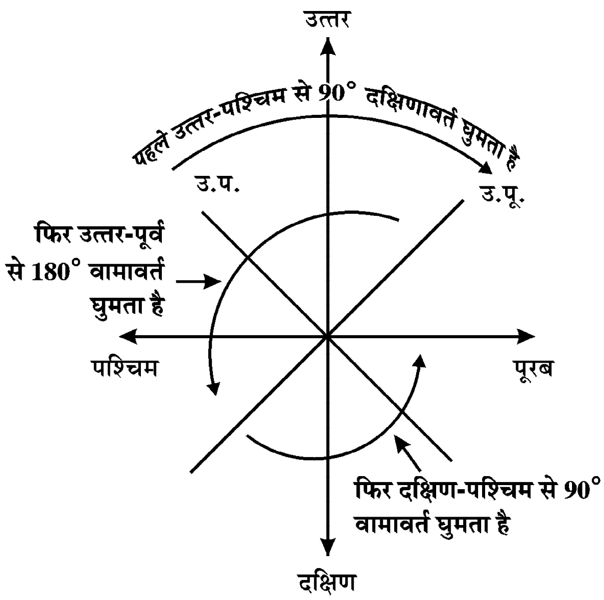
5 किमी.	10 किमी.	8 किमी.	6 किमी.
✓(a)	(b)	(c)	(d)



■ अर्थात् वह प्रारंभिक स्थान से 5 km दूरी पर है।

8. शिवायु उत्तर-पश्चिम दिशा में मुख किये हुए है। वह दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा में 90° से मुड़ता है फिर 180° वामावर्त (anticlock wise) दिशा में और फिर 90° उसी दिशा में मुड़ता है। अब वह किस और मुख किये हुए है?

पश्चिम	दक्षिण-पश्चिम	दक्षिण-पूर्व	दक्षिण
(a)	(b)	✓(c)	(d)



■ अर्थात् वह दक्षिण-पूरब की और मुख किये हुए है।

❑❑❑❑❑❑

KOTHARI INSTITUTE

रक्त सम्बंध (Blood Relation)

रक्त सम्बन्ध का अर्थ है- खून का रिश्ता।

रक्त या उत्तपत्ति से सम्बन्धि; विशेष रूप से दूसरे के साथ पूर्वज साझा करने पर।

इसमें निम्न Standard सेट करना होता है-

- पुरुष (Male) का रक्त सम्बन्ध → ☐ इस बॉक्स से दर्शायेंगे।

  नोट- एक लाइन रक्त (भाई, बहन / बेटा, बेटी) के सम्बन्ध को दर्शाता है।
- महिला (Female) का रक्त सम्बन्ध ⇒ ○ इस बॉक्स से दर्शायेंगे।

नोट- 2 लाईन रक्त (दादी / मम्मी / पत्नी)

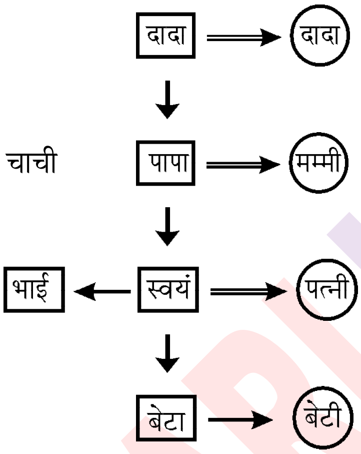
इसमें निम्न Level सेट करना होता है-

L-I दादा, दादी

L-II पापा, मम्मी, चाचा, चाची

L-III स्वयं, भाई, बहन

L-IV बच्चे



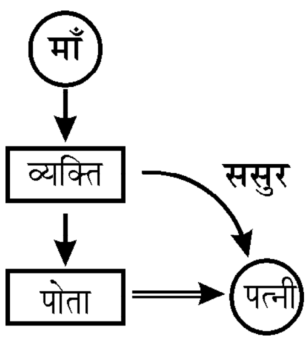
एकलौते शब्द से सम्बन्ध

1.	दादा/दादी का इकलौता पुत्र	= पिता
2.	पिता के माता /पिता	= दादा / बाबा
3.	माँ के माता / पिता	= नाना / नानी
4.	पिता का भाई	= चाचा या ताऊ
5.	माँ का भाई	= मामा
6.	पिता की बहिन	= बुआ
7.	माँ की बहिन	= मौसी
8.	दादा/बाबा की इकलौती बहू	= माँ
9.	दादी की इकलौती बहू	= माँ
10.	माता-पिता का बेटा	= भाई
11.	माता-पिता की बेटी	= बहिन
12.	पति की बहिन	= ननद
13.	पत्नी की बहिन	= साली
14.	पति का भाई (छोटा भाई)	= देवर
15.	पति का भाई (बड़ा भाई)	= जेठ
16.	पति या पत्नी की माँ	= सास
17.	पति या पत्नी का पिता	= ससूर
18.	बहिन का पति	= जीजा, बहनोई
19.	पापा की बहिन का पति	= फूफा
20.	पत्नी की बहिन का पति	= साढ़ू
21.	माँ की बहिन का पति	= मौसा
22.	माँ के भाई की पत्नी	= मामी
23.	पिता के छोटे भाई की पत्नी	= चाची
24.	पिता के बड़े भाई की पत्नी	= ताई
25.	भाई का पुत्र	= भतीजा
26.	भाई की पुत्री	= भतीजी
27.	बहिन का पुत्र	= भांजा
28.	बहिन की पुत्री	= भांजी
29.	बेटी का पति	= दामाद
30.	बेटी के पति का पिता	= समधि
31.	बेटी के पति की माँ	= समधिन
32.	पुत्र की पत्नी	= बहू
33.	पुत्र की पत्नी का पिता	= समधि
34.	पुत्र की पत्नी की माँ	= समधिन
35.	चाचा, ताऊ, मामा, मौसा फूफा का पुत्र / पुत्री	= भाई-बहिन

1. एक व्यक्ति ने कहा ''यह लड़की मेरी माँ के पोते की पत्नी है'' तो वह लड़ी का कौन लगता है?

पिता	पति	दादा	ससूर
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या:



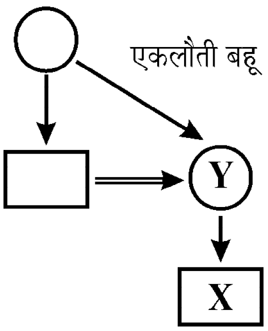
अर्थात् - लड़की का वह व्यक्ति सूसर लगता (संबंध) है।

KOTHARI INSTITUTE

2. एक आदमी की और इशारा करते हुए एक लड़की ने कहा ''उसकी माँ मेरी सास की एकलौती बहू है'' तो पुरुष का महिला से रिश्ता क्या है?

भाई	देवर	बेटा	ससुर
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या:-

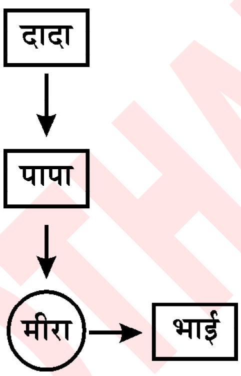


■ अत: पुरुष का महिला से रिश्ता बेटे का है।

3. एक फोटो की ओर इशारा करते हुए मीरा कहती है ''वह मेरे दादा के इकलौते पुत्र का बेटा है'' तो फोटो वाले पुरुष का मीरा से संबंध क्या है?

भाई	चाचा का	बेटा	देवर
✓(a)	(b)	(c)	(d)

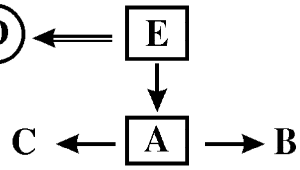
व्याख्या-



अत: फोटो वाले पुरुष का मीरा से संबंध भाई का है।

4. A, B और C का भाई है। D, C की माँ है। E, A का पिता है। तो कौन-सा कथन सत्य नही है।

E, B का पिता है	E,D का पति है
(a)	(b)
A,D का पुत्र है	B,E का पुत्र है
(c)	✓(d)

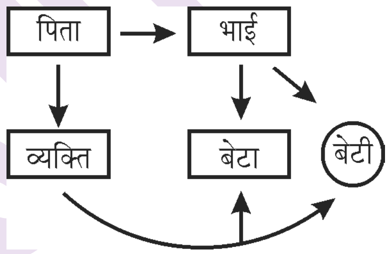


■ अत: B,E का पुत्र नहीं है बल्की पोता या पोती है।

5. एक तस्वीर की और इशारा करते हुए, एक व्यक्ति अपने मित्र को बताता है ''यह लड़की मेरे पिता के बड़े भाई की पोती है'' तस्वीर में दर्शायी गयी लड़की उस व्यक्ति से कैसे संबंधित है?

मामी	चाची	भतीजी	बहन
(a)	(b)	✓(c)	(d)

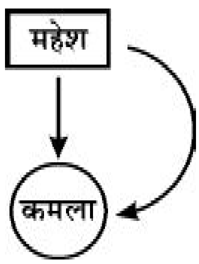
व्याख्या-



अत: तस्वीर में दर्शायी गयी लड़की उस व्यक्ति से भतीजी का रिश्ता है।

6. कमला का परिचय करवाते हुए महेश कहता है ''कि इनके पिता मेरे पिता के इकलौते पुत्र है, महेश, कमला से किस प्रकार संबंधित है?

पिता	पत्नी	बेटी	इनमें से कोई नहीं
(a)	(b)	✓(c)	(d)



■ अत: महेश का कमला से पिता पुत्री का संबंध।

❐❐❐❐❐❐

KOTHARI INSTITUTE

गणितीय सक्रिया (Methematical Operation)

गणितीय व्यंजक को चिन्हों या अक्षरों या अन्य प्रतीकों को वास्तविक गणितीय चिन्हों में परिवर्तित करके व्यंजक के हल करने की प्रक्रिया के गणितीय सक्रियाएं कहते हैं। गणितीय सक्रिया के प्रश्नों को हल करने के लिए 'VBODMAS' Rules का पालन अवश्य करना चाहिए।

हल करने की विधि

V	B	O	D	M	A	S
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Vinculum	Brackets ( )	of (का)	Division (÷)	Multiply (×)	Addition (+)	Substraction (–)

हल करने का क्रम

[	{	(	÷	×	+	-	)	}	]
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
बड़ा कोष्ठक	**मझला कोष्टक**	**छोटा कोष्टक**	**भाग**	**गुणां**	**जोड़**	**घटाव**	**छोटा कोष्टक**	**मझला कोष्टक**	**बड़ा कोष्ठक**

नोट- (i) गणितीय संक्रिया को हल करने के लिए सबसे पहले Breakets में दिए गए व्यंजक को हल करके उसे खोलना चाहिए।
(ii) इसके बाद व्यंजक में '**of**' का प्रयोग हो तो उसे हल करना चाहिए। याद रखिए की '**of**' का गणितीय चिन्ह गुणा (×) होता है।
(iii) इसके बाद गुणा (×) चाहिए। (iv) और आखिर में घटाने की प्रक्रिया करती है।

चिन्हों का गुणा करना =

+ × + = +
\- × - = +
समान चिन्हों का गुणा हमेशा घनात्मक होगा।

+ × - = -
\- × - = -
समान चिन्हों का गुणा हमेशा ऋणात्मक होगा।

Exp: (i) 7+8 = 15 उत्तर

नोटः 7 भी '+' का व 8 भी '+' का है तो इनका योग भी '+' का ही आयेगा।

(ii) 7-8 = -1 उत्तर

नोटः 7 '+' का व 8 ' – ' का है तो इनका योग भी ' – ' का ही आयेगा। क्योंकि बड़ी संख्या ' – ' की है।

(iii) - 3 - 7 = 10 उत्तर

नोटः 3 ' – ' का व 7 भी ' – ' का है तो इनका योग ' + ' का आयेगा। क्योंकि ' – ' और ' – ' का योग हमेशा ' + ' का ही होता है।

(iv) – 9 – 11 – 13 – 5 = – 38 उत्तर

नोट : इसमें सभी सख्याएँ जुड़ेगी परन्तु योग में चिन्ह ' – ' का आयेगा।

(v) 2 × (– 9) = – 18 उत्तर

नोटः- इसमें बड़ी संख्या ' – ' की है तो योग में चिन्ह भी ' – ' का ही आयेगा।

(vi) (– 3) × (– 21) = 63 उत्तर

नोटः- इसमें बड़ी संख्या ' – ' की है तो योग में चिन्ह भी ' + ' का ही आयेगा।

vi. (– 3) × (– 21) = 63 उत्तर

नोटः इसमें दोनों संख्या ' – ' की है तो योग में चिन्ह ' + ' का आयेगा।

vii. 8 + 5 – 3 + 11 – 7 => 24 – 10 = 14 उत्तर

नोटः इसमें प्लस-प्लस वाली संख्या को एक साथ-साथ लिखकर जोड़ेंगे। तथा उसी तरह माइनस-माइनस वाली संख्या को एक साथ-साथ लिखकर घटायेंगे।

KOTHARI INSTITUTE

हम V B O D M A S रूप का प्रयोग करेंगे

viii. 2 × 9 + 5 - 3 + 2

2 × 9 + 5 - 3 + 2
18 + 5 - 3 + 2
25 - 3 = 22 उत्तर

ix. 16 ÷ 8 × 2 + 9 - 5

2 × 2 + 9 - 5
4 + 9 - 5
13 - 5 = 8 उत्तर

X. 25 ÷ 5 - 9 × 11 + 20

5 - 9 × 11 + 20
5 - 99 + 20
25 - 99 = 74 उत्तर

XI. 99 ÷ 11 ÷ 3 × 3 + 3 - 6

9 ÷ 3 × 3 + 3 - 6
3 × 3 + 3 - 6
9 + 3 - 6
12 - 6 = 6 उत्तर

Type - I

1. यदि **P** निरुपित करे '+' को, **R** ' × ' को, **S** ' – ' को तथा **T** निरुपित करे ÷ को, तो 5 **R** 9 **P** 7 **S** 9 **T** 3 **P** 6 का मान होगा।

54	55	60	59
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या :

5 **R** 9 **P** 7 **S** 9 **T** 3 **P** 6
5 × 9 + 7 - 9 ÷ 3 + 6
45 + 7 - 3 + 6 = 58 - 3 = **55 उत्तर**

2. यदि 20-10 का मान '200', 8 ÷ 4 का मान '12', 6 × 2 का मान '4' और 12 + 3 का मान '4' 100 - 10 × 1000 ÷ 1000 + 100 × 10 = ?

1090	0	1900	20
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या: दिया गया व्यंजक-

100 – 10 × 1000 ÷ 1000 + 100 × 10 = ?

i. **20 – 10 = 200 = 20 × 10 = 200**
नोट:- अर्थात ' – ' का अर्थ ' × ' है।

ii. **8 ÷ 4 = 12 = 8 + 4 = 12**
नोट:- अर्थात ' ÷ ' का अर्थ ' + ' है।

iii. **6 × 2 = 4 = 6 - 2 = 4**
नोट:- अर्थात ' × ' का अर्थ ' – ' है।

iv. **12 × 3 = 4 = 12 ÷ 3 = 4**
नोट:- अर्थात ' + ' का अर्थ ' ÷ ' है।

नियमानुसार चिन्हों का अर्थ बदले पर

100 ×10 - 1000 + 1000 ÷ 1000 - 10 = ?
100 ×10 - 1000 + 10 - 10 = ?
~~1000~~ - ~~1000~~ + ~~10~~ - ~~10~~ = ? = 0 उत्तर

Type - II संतुलित समीकरण ज्ञात करना

2. यदि – भाग के लिए है, ÷ गुणा के लिए है, और + घटाने के लिए है तथा × योग के लिए है तो निम्नलिखित में से कौन-सा समीकरण सही होगा।

(a) **20 + 8 - 7 ÷ 6 × = 25**
(b) **20 - 5 ÷ 4 + 6 × = 15**
(c) **20 × 5 - 6 ÷ 7 + 4 = 28**
(d) **20 ÷ 4 - 8 ÷ 10 + 6 = 36**

व्याख्या - प्रश्नानुसार मान बदलने पर

विकल्प- (a) 20 - 8 ÷ 7 × 6 + 4

■ इस व्यंजक को अब हल नहीं करेंगे क्योंकि व्यंजक का हल मान एक पूर्णांक है जबकि यहाँ 8/7 एक पूर्णांक नही है।

विकल्प- (b) 20 - 5 ÷ 4 + 6 × 5 = 15

प्रश्नानुसार मान बदलने पर
20 - 5 ÷ 4 + 6 × 5 = 15
20 ÷ 5 × 4 - 6 + 5
16 - 6 + 5
21 - 6 = 15 उत्तर

2. यदि '+' भाग को दर्शाए, ' – ' बराबरी को ' × ' जोड़ को, ' ÷ ' बड़े को ' = ' छोटे को, ' > ' गुणा को तथा ' < ' घटाने को, तो निम्न विकल्पों में से कौन-सा सही है।

(a) $5 + 2 \times 1 - 3 + 4 > 1$
(b) $5 > 2 \times 1 - 3 > 4 < 1$

(b) $5 \times 2 < 1 - 3 > 4 < 1$

(d) $5 < 2 \times 1 \div 3 > 4 \times 1$

व्याख्या :-

विकल्प (a) $5 + 2 \times 1 = 3 + 4 > 1$

प्रश्नानुसार चिन्हों को परिवर्तित करने पर

$5 \div 2 + 1 = 3 + 4 > 1$

विकल्प (b) $5 \times 2 + 1 = 3 \times 4 - 1$

$10 + 1 = 12 - 1$

$11 = 11$

अत: उत्तर (b) सही समीकरण होगा।

Type - III

चिन्हों को आपस में परिवर्तित कर समीकरण संतुलित करना

1. नीचे दिए गए समीकरण में किन दो चिन्हों को आपस में परिवर्तित कर दिया जाए कि समीकरण सन्तुलित हो जाए- जैसे- $51 \div 3 + 17 \times 2 - 12 = 10$

(a) + और × (b) + और ÷

(c) − और × (d) ÷ और ×

व्याख्या :-

दिया हुआ व्यंजक $51 \div 3 + 17 \times 2 - 12 = 10$

विकल्प (a) ' + ' और ' × '

$51 \div 3 \times 17 + 2 - 12 = 10$

$17 \times 17 + 2 - 12 = 10$

$289 + 2 - 12 = 10$

$291 - 12 = 10$

$271 = 10$

विकल्प (b) ' + ' और ' ÷ '

$51 \div 3 \times 17 + 2 - 12 = 10$

$51 + 3 \times 17 \div 2 - 12 = 10$

विकल्प (c) ' − ' और ' × '

$51 \div 3 \times 17 + 2 - 12 = 10$

$17 - 17 + 2 \times 12 = 10$

$17 + 17 - 24 = 10$

$34 - 24 = 10$

$10 = 10$

अर्थात् दिया व्यंजक में विकल्प ' c ' पूर्णत: सही बैठता है, क्योंकि समीकरण सन्तुलित है जायेगी।

TYPE - IV

गणितीय चिन्हों के वास्तविक के स्थान पर किसी काल्पनिक मान पर)

1. अगर $6 \times 17 = 716$, $13 \times 56 = 6531$ तो 32×27 ?

4344	1309	1714	7223
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या- पूरे अंकों को उल्टा लिखने पर -

$6 \times 17 = 716$

$13 \times 56 = 6531$

$32 \times 27 = 7223$

2. यदि $4 \times 5 = 1625$, $3 \times 8 = 964$, $2 \times 6 = 436$ तो $1 \times \; = ?$

218	361	150	181
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या: दोनों अंक के वर्ग करने पर

$(4)^2 \times (5)^2 = 1625$

$(3)^2 \times 8^2 = 964$

$(2)^2 \times 6^2 = 436$

$(1)^2 \times (9)^2 = 181$

3. यदि $83 \div 3 = 50$, $58 \div 4 = 51$, $56 \div 5 = 54$ तो $54 \div 6 = ?$

54	53	58	56
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या :

$89 \div 3 = (8 + 9) \times 3 - 1$
$= 51 - 1$
$= 50$

$58 \div 4 = (5 + 8) \times 4 - 1$
$= 51 - 1$
$= 50$

$58 \div 5 = (5 + 6) \times 5 - 1$
$= 55 - 1$
$= 54$

$54 \div 6 = (5 + 4) \times 6 - 1$
$= 54 - 1$
$= 53$

❒❒❒❒❒❒

KOTHARI INSTITUTE

अंकगणितीय तर्कशक्ति (Arithmetical Reasoning)

अंकगणितीय तर्कशक्ति का अर्थ है कि Reasoning में पूछे जाने वाले प्रश्न जो गणित के सूत्रों पर आधारित होते है।

- अंकगणितीय तर्कशक्ति का मुख्य आधार है - संख्या, आयु व आंकड़े।

Type - (हाथ मिलाने से सम्बन्धित प्रश्न)

Q. एक पार्टी में 6 लोगों ने भाग लिया और प्रत्येक व्यक्ति ने प्रत्येक व्यक्ति से एक बार हाथ अवश्य मिलाया हो तब पार्टी में कुल कितनी बार हाथ मिलाया गया है?

14	15	18	19
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या- कुल व्यक्ति '1, 2, 3, 4, 5, 6' है।

i. पहला व्यक्ति '2, 3, 4, 5, 6' से हाथ मिलायेगा। इस प्रकार वह कुल व्यक्ति '5' व्यक्तियों से हाथ मिलायेगा।

ii. दूसरा व्यक्ति '3, 4, 5, 6' से हाथ मिलायेगा। इस प्रकार वह कुल व्यक्ति '4' व्यक्तियों से हाथ मिलायेगा।

iii. तीसरा व्यक्ति '4, 5, 6' से हाथ मिलायेगा। इस प्रकार वह कुल व्यक्ति '3' व्यक्तियों से हाथ मिलायेगा।

iv. चौथा व्यक्ति '5, 6' से हाथ मिलायेगा। इस प्रकार वह कुल व्यक्ति '2' व्यक्तियों से हाथ मिलायेगा।

v. पांचवाँ व्यक्ति '6' से हाथ मिलायेगा। इस प्रकार वह कुल व्यक्ति '1' व्यक्तियों से हाथ मिलायेगा।

vi. छठा व्यक्ति किसी से भी हाथ नहीं मिलायेगा। इस प्रकार वह कुल व्यक्ति 'शुन्य' व्यक्तियों से हाथ मिलायेगा। क्योंकि वह पहले ही सभी से एक-एक बार हाथ मिला चुका है।

नोट (1) हाथ से सम्बन्धित प्रश्नों में दो व्यक्ति एक बार हाथ मिलायेंगे।
(2) जबकि उपहार/गिफ्ट में सम्बन्धित प्रश्नों में दो व्यक्ति दोनों को आपस में गिफ्ट देंगे।

Trick: $\frac{n(n-1)}{2}$ **माना की n = 6**

चूँकि:- सूत्र में n का मान रखने पर -

$$\frac{6(6-1)}{2} \quad \frac{\cancel{6}^{3} \times 5}{\cancel{2}} = 15$$

अतः पार्टी में कुल 15 बार हाथ मिलाया गया है।

Q. एक पार्टी में कुल व्यक्तियों ने भाग लिया। प्रत्येक व्यक्ति दूसरे व्यक्ति से हाथ केवल एक बार मिलाता है, यदि कुल 66 बार हाथ मिलाये गये तो बताएँ कि पार्टी में कितने व्यक्ति शामिल थे?

6	8	10	12
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या- इस तरह के प्रश्नों में हम विकल्प को सूत्र में रखकर सरलता से हल सकते हैं-

जैसे- $\frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow \frac{12(12-1)}{2} \Rightarrow \frac{\cancel{12}^{6} \times 11}{\cancel{2}} = 66$

अत: यदि प्रश्न में दी गई संख्या जिस विकल्प को हल करने पर प्राप्त हो जाये वही विकल्प उत्तर होगा।

अर्थात् विकल्प (d) उत्तर होगा।

Type गिफ्ट से संबंधित प्रश्न

Q. एक पार्टी में हर किसी ने हर किसी को एक गिफ्ट दिया। तो वितरित किए गए कुल गिफ्टों की संख्या 210 है तो पार्टी में कुल कितने व्यक्ति शामिल थे?

12	15	20	18
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या- इस तरह के प्रश्नों में हम विकल्प को सूत्र में रखकर सरलता से हल कर सकते हैं।

कुल गिफ्टों की संख्या = 210

n	=	**15 (विकल्प b)**
210	=	**15 (15-1)**
210	=	**15 × 14**
210	=	**210**
LHS	=	**RHS**

अर्थात् विकल्प (b) सही उत्तर है। अतः पार्टी में कुल 15 व्यक्ति शामिल थे।

Type पेड़ से संबंधित प्रश्न

Q. कितने समय में एक बन्दर 60 फीट लम्बे पेड़ के शीर्ष पर पहुँच जाएगा। यदि वह एक सेकण्ड में 3 फीट उछलता है और तुरन्त 2 फीट नीचे गिर जाता है।

60 सेकण्ड	50 सेकण्ड	58 सेकण्ड	57 सेकण्ड
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या- i. पेड़ की कुल लम्बाई 60 फीट है।

ii. बन्दर अगर एक सेकण्ड में 3 फीट उछलता है तो वहीं वो एक सेकण्ड में 2 फीट नीचे आता है।

iii. अर्थात बन्दर 3-2 = 1 फीट ही पेड़ पर चड़ जाता है।

KOTHARI INSTITUTE

पेड़ की लम्बाई 60 फीट है

एक सेकण्ड में एक फीट उछलता है। अत: वह 57 सेकण्ड में पेड़ के शीर्ष पर पहुंच जाएगा।

Type लिफ्ट से संबंधित प्रश्न

Q. एक लिफ्ट की क्षमता 18 व्यस्कों अथवा 30 बच्चों को ले जाने की है। बताईये 12 व्यस्कों के साथ इसमें कितने बच्चे चढ़ सकते हैं?

16	10	15	5
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

18 व्यस्क = 30 बच्चे

3 व्यस्क = 5 बच्चे

6 व्यस्क = 10 बच्चे

1 व्यस्क $= \frac{5}{3} \times 12 = 20$ (12 और 3 कटकर 4)

20 ← अन्तर → 30

10 बच्चे

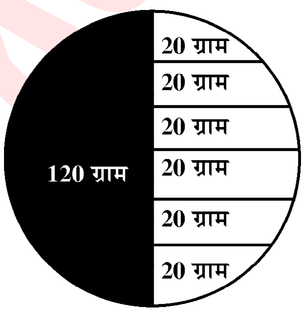
अत: 12 व्यस्कों के साथ 10 बच्चे चढ़ सकते हैं।

Type केक से संबंधित प्रश्न

Q. अंजना ने एक केक को दो बराबर भागों में काटा तथा एक कटे हुए भाग को पुन: बराबर भागों में काटा। काटे गये प्रत्येक भाग 20 ग्राम का है, यदि उसके पास केक के कुल 7 टुकड़े हैं तो बताएँ कि मूल केक का वजन क्या था?

200 ग्राम	240 ग्राम	230 ग्राम	250 ग्राम
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-



20 × 6 = 120 (आधा केक)

+ 120 (आधा केक)

कुल केक का वजन = 240 ग्राम

अर्थात् कुल केक का वज़न 240 ग्राम है।

Type स्कूल से संबंधित प्रश्न

Q. आधी छुट्टी (मध्यान्तर) के बाद एक स्कूल 1 बजे से 3:52 बजे तक चलती है। इस अवधि में चार पीरियड लगे थे। प्रत्येक पीरियड के बाद एक कमरे से दूसरे कमरे तक जाने में 4 मिनट की छूट की जाती है। बताएँ कि प्रत्येक पीरियड कितने मिनट का था?

40 मि.	39 मि.	42 मि.	45 मि.
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

1 बजे से ←——→ 3:52 मि. तक

अन्तर

172 मि.

172 मिनट
- 12 मिनट
160 मिनट

$= \frac{160}{4} = 40$ **मिनट**

- **अर्थात् पीरियड 40 मिनट का था।**

Type ऐतिहासिक स्थल से संबंधित प्रश्न

Q. ऐतिहासिक स्थलों का भ्रमण करते हुए एक पर्यटक ने पूछा की यह स्मारक कितने वर्ष पुराना है एक मार्गदर्शक ने उत्तर दिया कि यह स्मारक 50 वर्ष से अधिक पुराना है। इसकी सही आयु दो वर्ष पूर्व एक वर्ग संख्या थी एवं वह दो वर्ष के बाद एक धन संख्या हो जाएगी, इस स्मारक की वर्तमान आयु कितनी है?

64 वर्ष	343 वर्ष	216 वर्ष	125 वर्ष
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या **123 - 2 = 121 = 121 वर्ग**

(इसकी सही आयु 2 वर्ष पूर्व 11 का वर्ग थी।)

123 + 2 = 125 = 5 घन

(इसकी सही आयु 2 वर्ष के बाद 5 का घन हो गई)

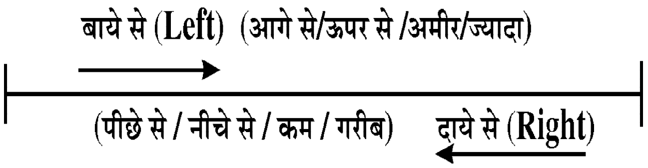
अत: विकल्प D सही है।

KOTHARI INSTITUTE

क्रम परीक्षण (Ranking Test)

Q. क्रम परीक्षण का अर्थ है- पद के अनुसार श्रेणी क्रम रखना। जबकि किसी एक व्यक्ति या दो व्यक्तियों का स्थान आगे या पीछे से देकर कुल संख्या या स्थान पूछे तो वह क्रम परीक्षण कहलाता है।

आकृतिः



पंक्ति में कुल व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करने की तिथिः-

i. कुल संख्या = दाये से स्थान + बाये से स्थान - 1

ii. बाँयीं ओर से स्थान = कुल संख्या - दाँयीं ओर से स्थान + 1

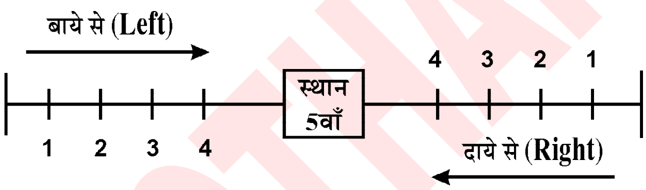
iii. दाँयीं ओर से स्थान = कुल संख्या - बाँयीं ओर से स्थान + 1

Type :- (कुल संख्या / स्थान)

1. जयंत एक पंक्ति में दोनों तरफ से पाँचवें स्थान पर है तो पंक्ति में कुल कितने व्यक्ति है?

10	11	9	12
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्याः-



अर्थात् पंक्ति में कुल '9' व्यक्ति है क्योंकि एक व्यक्ति को बायें से व दायें से दोनों तरफ से एक बार ही गिना जायेगा।

सूत्र विधिः- कुल संख्य = दाएं से स्थान + बाएं से स्थान -1

कुल संख्या - = 5 + 5 - 1

= 10 - 1

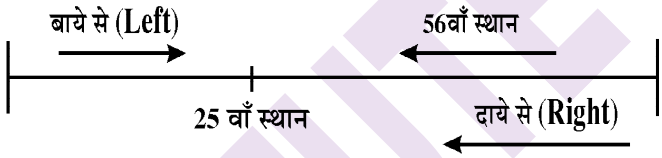
= 9

अत: पंक्ति में कुल व्यक्तियों की संख्या '9' है।

2. किसी पंक्ति में 80 विद्यार्थी हैं उनमें हरीश का स्थान प्रारम्भ से 25 वाँ है बताओ उसका अन्तिम से पंक्ति में कौन-सा स्थान होगा।

56	60	55	इसमें से कोई नहीं
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-



- कुल संख्या = 80
- प्रारम्भ से हरीश का स्थान - 25
- **बायीं ओर से स्थान** = कुल विद्यार्थियों की संख्या दायीं ओर से स्थान + 1

= 80 - 25 + 1

= 55 + 1

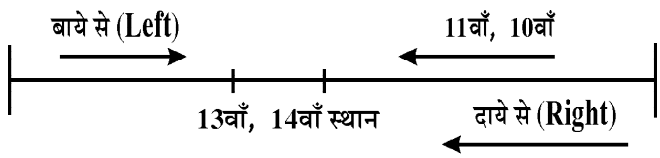
= 56

अर्थात् हरीश का अन्तिम से बायीं ओर से पंक्ति में 56 वाँ स्थान होगा।

3. 23 विद्यार्थियों की किसी कक्षा में राम और श्याम का क्रमांक क्रमशः 13वाँ और 14वाँ है। अंतिम से उनका क्रमांक क्रमशः क्या होगा?

10वां, 11वां	11वां, 12 वां
(a)	(b)
11वां, 10 वां	12वां, 13वां
✓(c)	(d)

व्याख्या-



- कुल विद्यार्थियों की संख्या = 23
- प्रारम्भ में राम, श्याम का स्थान = 13वां, 14वां

राम का स्थान - बायी ओर से स्थान = कुल विद्यार्थियों की संख्या - दायीं ओर से स्थान + 1

= 23 - 13 (वाँ) + 1

KOTHARI INSTITUTE

= 10 + 1

= 11 वां

श्याम का स्थान - बायीं ओर से स्थान = कुल विद्यार्थियों की संख्या - दायी ओर से स्थान + 1

= 23 - 14 + 1

= 11 + 1

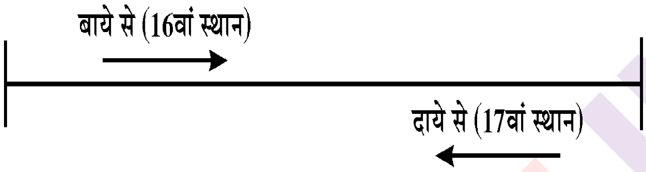
= 12 वां

अर्थात् राम, श्याम का अंतिम से बायीं ओर से स्थान उनका क्रमांक क्रमशः 11वां, 12वां स्थान होगी।

Q. 39 छात्रों की एक कक्षा में रवि का क्रमांक सुमित से 7 स्थान आगे हैं। यदि सुमित का क्रमांक अंतिम से 17वाँ हो तो प्रारंभ से रवि का क्रमांक क्या है?

14वां	15वां	16वां	17 वां
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-



- कुल छात्रों की संख्या = 39
- आंतिम से सुमित का स्थान = 17वां + 7वां = 24

दायी ओर से स्थान = कुल छात्रों की संख्या - बायी ओर से स्थान + 1

= 39 - 24 + 1

= 15 + 1

= 16 वां

अर्थात् प्रारम्भ से रवि का क्रमांक 16 वां स्थान होगा।

Q. ललित कक्षा मे आगे से 30 वे स्थान पर है तथा पीछे से 40वें स्थान पर है तो कक्षा में कुल कितने छात्र होंगे?

39	69	59	70
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या: कुल संख्या = दाये से स्थान + बाये से स्थान - 1

कुल संख्या = 40 + 30 - 1

= 70 - 1

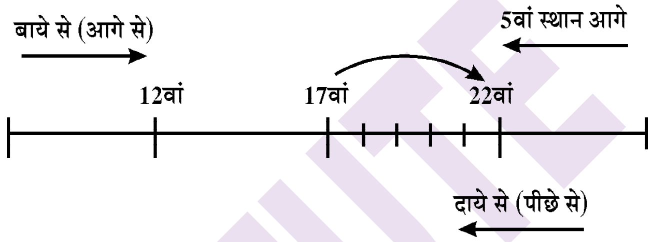
= 69 उत्तर

अर्थात कक्षा में '69' छात्र होंगे।

Q. मनीषा का स्थान आगे से 17 वां है पूजा उससे 5 स्थान आगे है पूजा का पीछे से 16वाँ स्थान है तो कुल लड़कियों की संख्या ज्ञात करें?

32	38	27	39
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या:



कुल संख्या = दाये से स्थान + बायें से स्थान -1

= 12 + 16 -1

= 28 -1

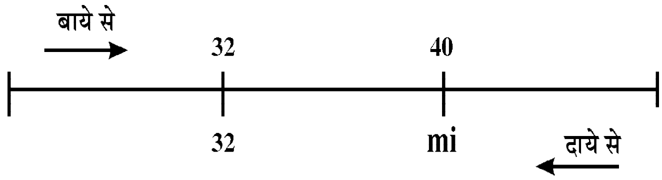
= 27 उत्तर

अर्थात् कुल लड़कियों की संख्या 27 है।

Q. सौम्या कतार में बायें से 32 वें नंबर पर है तथा मीरा, सौम्या के दायें से 8वें स्थान पर है मीरा दायें से 24 वें स्थान पर हैं तो पंक्ति में कुल कितनी लड़कियां है?

49	39	51	63
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या:



कुल संख्या = दाये से स्थान + बाये से स्थान - 1

= (40 + 24) - 1

= 64 - 1

= 63 उत्तर

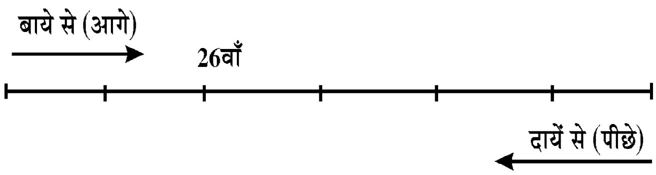
अर्थात् पंक्ति में कुल 63 लड़कियाँ हैं।

Type :- (दाया या बाया स्थान ज्ञात करना/ दूसरी तरफ का स्थान ज्ञात करना)

1. 59 छात्रों की एक कक्षा में करूणा का स्थान आगे से 26 है तो करूणा का पीछे से स्थान क्या होगा?

KOTHARI INSTITUTE

34	33	43	23
✓(a)	(b)	(c)	(d)



दूसरी तरफ का स्थान = (कुल संख्या - दिया गया स्थान) + 1

= (59 - 26) + 1

= 33 + 1

= 34 उत्तर

अर्थात् करुणा का पीछे से स्थान 34 होगा।

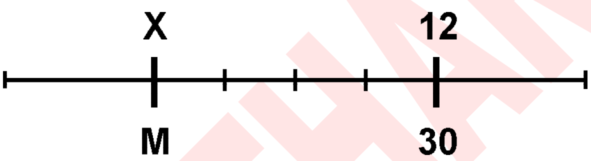
Type :-

स्थान परिवर्तन पर आधारित

Q. 21 छात्रों की पंक्ति में जब मधु दाएं और 4 स्थान खिसक जाती है तो उसका बाई तरफ से 12वाँ स्थान हो जाता है तो पहले पंक्ति में उसका दाएं से स्थान क्या था?

10	15	14	18
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-



दूसरी तरफ का स्थान = कुल संख्या - दिया गया स्थान) + 1

= (21 - 12) + 1

= 9 + 1

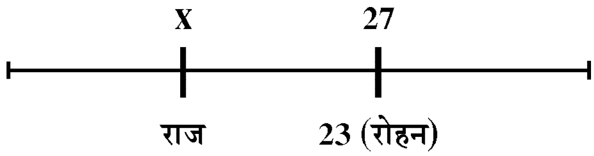
= 10 उत्तर

अर्थात् पहले पंक्ति में मधु का दायें से स्थान 10 वाँ था।

Q. राज 49 छात्रों की कक्षा में रोहन से 14 स्थान आगे है यदि सोहन का स्थान पीछे से 27 है तो राज का आगे से कौन-सा स्थान होगा?

29	16	15	17
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-



दूसरी तरफ का स्थान = (कुल संख्या - दिया गया स्थान) +1

= (49 - 27) + 1

= 22 + 1 = 23

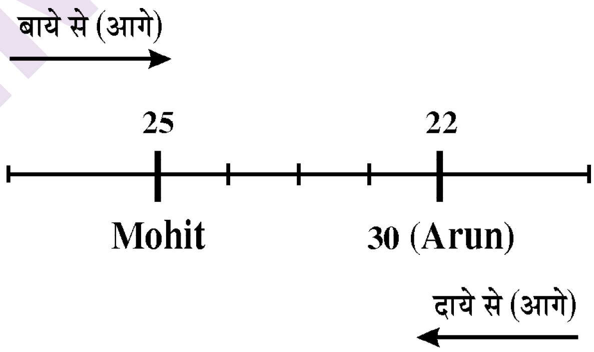
= 23 - 7 = 16 उत्तर

अर्थात् राज का आगे से 16वाँ स्थान होगा।

Q. मोहित के बाई तरफ से 25 वां स्थान है तथा अरुणा के दायें से 22वाँ स्थान है यदि दोनों आपस में अपना स्थान बदल लेते हैं तो मोहित का बाई तरफ से 30वां स्थान हो जाता है पंक्ति में कुल कितने छात्र है?

51	52	50	53
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या:



दूसरी तरफ का स्थान = (दायी तरफ + बायी तरफ) - 1

= (22 + 30) - 1

= 52 - 1

= 51 उत्तर

अर्थात् पंक्ति में कुल 51 छात्र हैं।

Type :-

(मध्य व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करना)

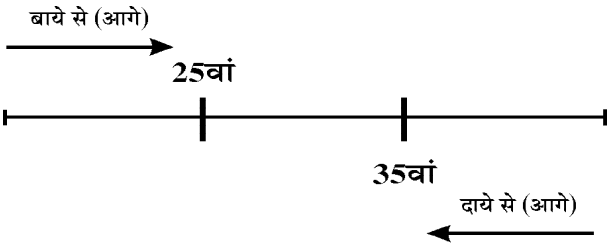
Q. यदि 55 व्यक्तियों की पंक्ति में लखन का बाएं से 30वां स्थान है तथा भरत का दाएं से 20 वां स्थान है तो

KOTHARI INSTITUTE

दोनों के मध्य कितने व्यक्ति है?

(a)	(b)	(c)	(d)
40	50	45	✓60

व्याख्या -



कुल व्यक्ति = 55

लखन = 30

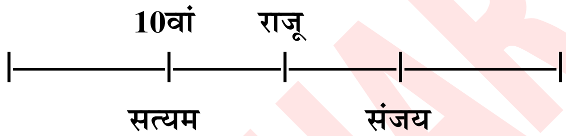
+ भरत = 20

50

अर्थात् दोनों के मध्य 60 व्यक्ति है।

Q. एक लाइन में सत्यम के आगे से 10 वां स्थान है संजय के पीछे से 25 वां स्थान है और राजू ठीक दोनों के बीच बैठा है यदि कुल 50 व्यक्ति हो तो राजू के आगे से स्थान बताओ?

(a)	(b)	(c)	(d)
✓28	18	22	25



इसमें आम तौर पर ऊपर और नीचे दोनों से किसी व्यक्ति की रैंक का उल्लेख किया जाता जाता है और व्यक्तियों की कुल संख्या पूछी जाती है। हालांकि, कभी-कभी इस प्रश्न को दो व्यक्तियों द्वारा सीटों को इंटरचेंज करने की एक पहेली के रूप में रखा जाता है।

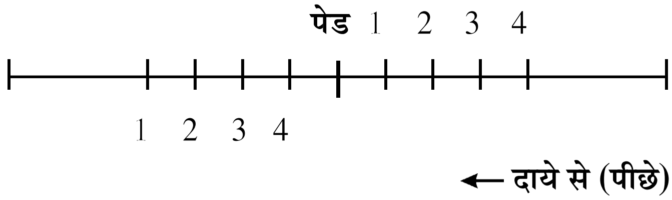
Q. पेड़ों की एक पंक्ति में, पंक्ति के दोनों छोर से एक पेड़ पांचवाँ है। पंक्ति में कितने पेड़ हैं।

(a)	(b)	(c)	(d)
8	✓9	10	11

व्याख्या-

बाये से (आगे से) →

5वाँ



कुल संख्या = (दायां स्थान + बाया स्थान) - 1

= (5 + 5) -1

= 10 - 1 = 9 उत्तर

अर्थात पंक्ति में कुल 9 हैं।

नंबर- रैंकिंग - समय अनुक्रम अभ्यास प्रश्न-

इस प्रकार के प्रश्नों में, आम तौर पर आपको संख्याओं की एक लम्बी श्रृंखला दी जाती है। उम्मीदवार को यह पता लगाने की आवश्यकता होती है कि प्रश्न में निर्दिष्ट संख्या कितनी बार संतोषजनक होती है।

Type :-

नंबर टेस्ट

Q. संख्या के बाई ओर तीसरी संख्या कौन-सी है जो संख्याओं के निम्नलिखित अनुक्रम के ठीक बीच में है?

(a)	(b)	(c)	(d)
3	✓4	5	6

1 2 3 4 5 6 7 8 9 2 4 6 8 9 7 5 3 1 '4' 9 8 7 6 5 4 3 2 1

व्याख्या :-

अर्थात् अनुक्रम के ठीक बीच में संख्या '4' है।

Q. निम्नलिखित अनुक्रम में कितने 3 हैं जो न तो पहले से हैं और न ही इसके तुरंत बाद 9 है?

(a)	(b)	(c)	(d)
3	4	5	6

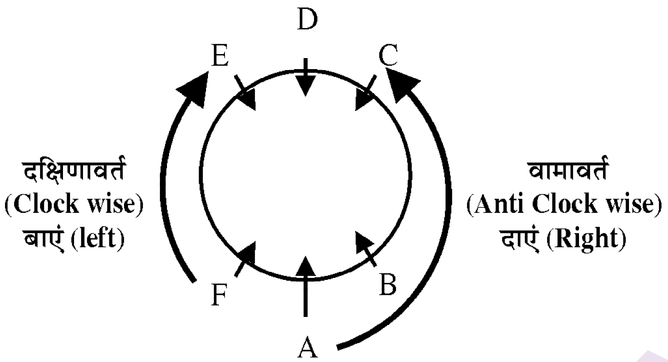
KOTHARI INSTITUTE

क्रम व्यवस्था (Order Test)

इसके अंतर्गत आने-वाले प्रश्नों में कुछ व्यक्तियों या वस्तुओं के समूह दिये गए होते हैं और उनके स्थान (Position) भी दिया जाता है। परीक्षार्थियों से किसी एक व्यक्ति या वस्तु का स्थान किसी दूसरे व्यक्ति या वस्तु के सापेक्ष ज्ञात करनी होती है-

Type :- वृत्तीय क्रम व्यवस्था

I- जब मुंह केन्द्र की ओर हो-



i. वृत्तीय क्रम व्यवस्था के अन्तर्गत किसी व्यक्ति या वस्तु की स्थिति किसी अन्य व्यक्ति या वस्तु के सापेक्ष देखी जाती है।

ii. ऊपर दिए गई आकृति के माध्यम से यह समझाने का प्रयास किया गया कि बाएँ (left) के लिए clock wise direction में चलना चाहिए।

iii. जैसा की आकृति में E, A के बाई ओर दूसरे स्थान पर है।

iv. इस प्रकार वृत्तीय क्रम व्यवस्था में Anti clock wise = to the right move (दाएँ) तथा Clock wise = to the left move करना होता है।

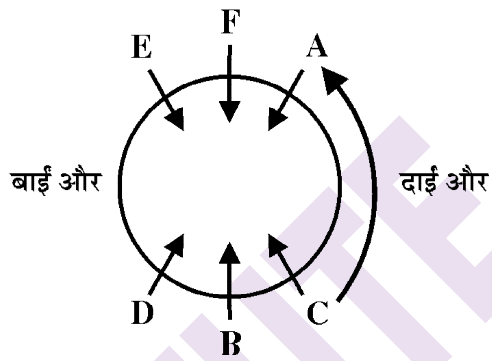
निर्देश (1-2)

छः व्यक्ति A, B, C, D, E और F केन्द्र की ओर मुंह करके एक वृत्ताकार घेरा बनाकर बैठे हुए हैं। E, D से बाई और है C,A और 'B' के बीच में बैठा है। F, E और A के बीच में बैठा है।

Q.1 'C' के ठीक दायीं और कौन बैठा है-

F	E	A	B
(a)	(b)	✓(c)	(d)

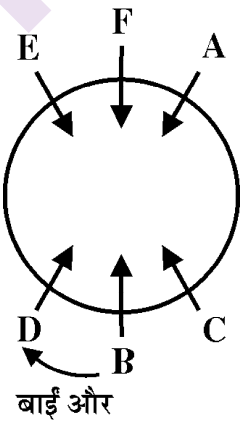
व्याख्या - बैठने का क्रम निम्नवत है-



अर्थात् 'C' के दाई ओर 'A' बैठा है।

Q.2 'B' के बाईं और कौन बैठा है?

D	E	C	AA
✓(a)	(b)	(c)	(d)



अर्थात 'B' के बाई ओर 'D' बैठा है।

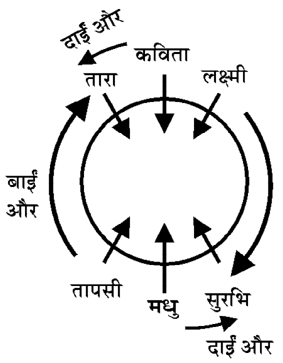
Q. छः लड़कियाँ एक वृत्ताकार घेरे में बैठी है। सुरभि जो कि लक्ष्मी के बाई और है तथा मधु के दाईं ओर है। सुरभि के सामने तारा है 'तारा', तापसी के बाई और तथा कविता के दाईं ओर है यदि तापसी, सुरभि एवं कविता, पुष्पा से अपना स्थान बदल लेती है, तो बताएं कि सुरभि के सामने कौन बैठी है?

कविता	लक्ष्मी	तापसी	तारा
✓(a)	(b)	(c)	(d)

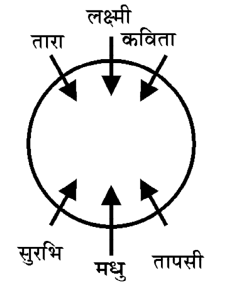
व्याख्या-

छः लड़कियों के बैठने का क्रम निम्न है-

KOTHARI INSTITUTE



प्रारंभिक स्थिति

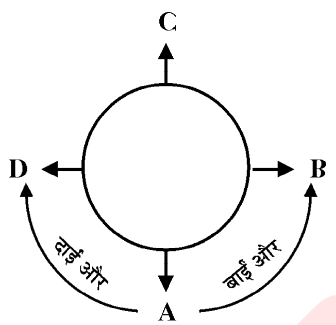


परिवर्तित स्थिति

अर्थात् तापसी, सुरभि से एवं कविता, लक्ष्मी, से अपना स्थान बदल ले तो सुरभि के सामने तारा बैठेगी।

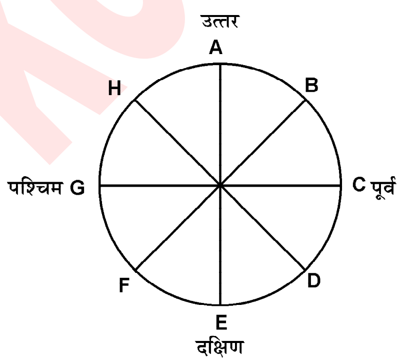
II- जब मुंह केन्द्र के बाहर हो-

वृत्ताकार अवस्था में बैठने पर मुख केन्द्र के बाहर हो तो-



अर्थात्- केन्द्र के बाहर मुंख होने पर बाएं (Left) = Anti clock wise direction तथा दाएं (Right = clockwise driection में घूमे जैसे आकृति में B,A से बाए अगला है तथा D, A से दाएं अगला है।

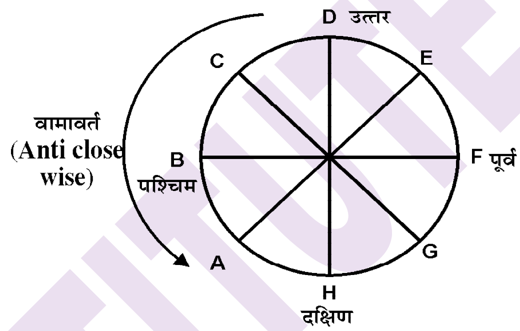
Q. आठ व्यक्ति A, B, C, D, E, F, G और H दी गयी आकृति के अनुसार बाहर की तरफ मुंह करके बैठे है। यदि वे सब के सब तीन स्थान वामावर्त (Anti clock wisek) घूमते हैं, तो -



✓ (a) B का मुंह पश्चिम की ओर होगा।
(b) E का मुंह पूर्व की ओर होगा।
(c) H का मुंह उत्तर - पश्चिम की ओर होगा।
(d) A का मुंह दक्षिण की ओर होगा।

व्याख्या:

आकृति के अनुसार सभी व्यक्ति को तीन स्थान वामावर्त (Anticlock wise) घूमाने पर आकृति-



- अर्थात यदि वे सब के सब तीन स्थान वामावर्त घूमते हैं तो विकल्प (A) के अनुसार B का मुंह पश्चिम की ओर होगा।
- अत: विकल्प (A) पूर्णत: सही उत्तर है।

निदेश-

निम्नलिखित जानकारी का ध्यान से अध्ययन करके दिए गए प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दीजिए-

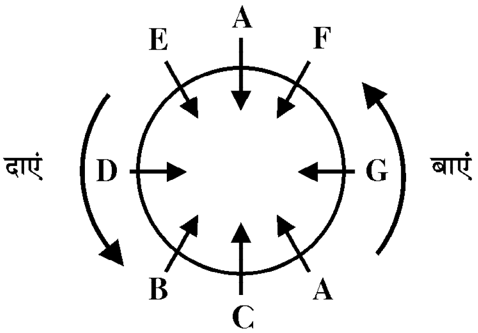
- A, B, C, D, E, F, G तथा H एक वृत्त में केन्द्र की ओर मुंह करके बैठे हैं, परन्तु यह आवश्यक है कि वे इसी क्रम में हो।
- B, H के पति के बाएं दूसरा है, B के निकटतम कोई महिला नहीं है।
- D की बेटी F के दाएं दूसरी है, F,G की बहन है। F, H के पति की पत्नि की निकटतम पड़ोसी नहीं है।
- A और F के बीच सिर्फ एक व्यक्ति बैठता है। A, G का पति है। H का भाई D, H की माँ के बायीं और अगला है।
- H की माँ और E के बीच सिर्फ एक व्यक्ति बैठता है।
- H और G के बीच सिर्फ एक व्यक्ति बैठता है। G, C की माँ है G तथा E निकटतम पड़ोसी नहीं है।

Q. A की स्थिति, उसकी सास के सापेक्ष क्या है?

तुरन्त बाएं	दाएं से तीसरा	बाएं से तीसरा	दाएं से दूसरा
(a)	(b)	(c)	✓(d)

KOTHARI INSTITUTE

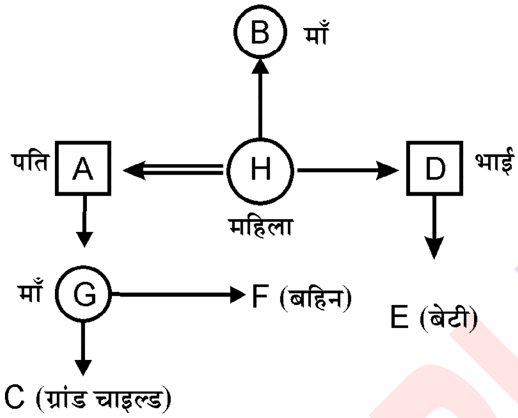
व्याख्या :



Q. 'D' की बेटी निम्नलिखित में से कौन है?

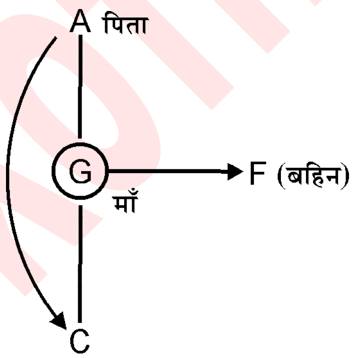
B	C	E	G
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-



Q. 'A' के ग्रांडचाइल्ड के सम्बन्ध में A का स्थान कौन-सा है?

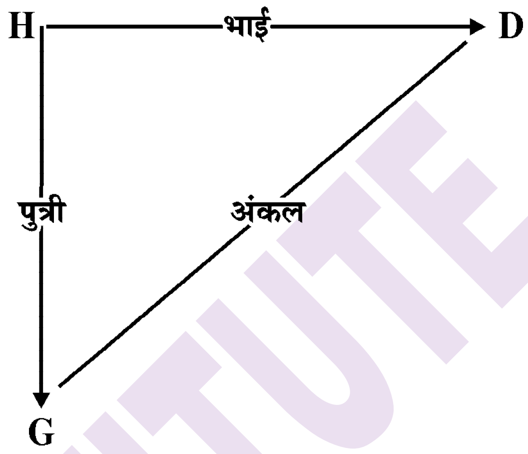
दायीं बगल	दाएं की तीसरा	बाएं को तीसरा	बाएं को दूसरा
(a)	(b)	✓(c)	(d)



अर्थात् A के ग्रांडचाइल्ड के सम्बन्ध में 'A' का स्थान दायीं से बगल है।

Q. G और उसके अंकल के बीच कितने लोग बैठे हैं?

एक	दो	तीन	चार
(a)	(b)	✓(c)	(d)



अर्थात् G और उसके अंकल के बीच तीन लोग बैठे हैं।

Type

चौकोर क्रम व्यवस्था

इसके अंतर्गत पूछे जाने वाले प्रश्नों में व्यक्तियों द्वारा एक मेज के चारों ओर या दो लाइनों में आमने-सामने बैठाकर उससे संबंधित प्रश्न पूछे जाते हैं।

निर्देश- नीचे दी गई जानकारियों का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके प्रश्नों के उत्तर दें।

i. 6 व्यक्ति A, B, C, D, E, और F दो पंक्तियों में आमने-सामने बैठे हैं तथा प्रत्येक पंक्ति में तीन व्यक्ति हैं।

ii. E किसी भी पंक्ति के अंत में नहीं है।

iii. D,F के बाएं दूसरे स्थान पर है,

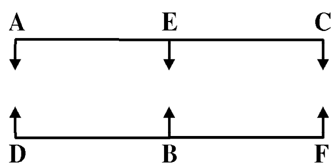
iv. C जो E का पड़ोसी है, D के विकर्णवत बैठा है

v. B, F का पड़ोसी है।

Q. B के सामने कौन बैठा है?

C	D	E	A
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-



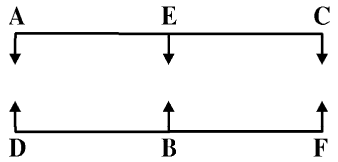
KOTHARI INSTITUTE

अर्थात B के सामने E बैठा है।

Q. कौन से दो व्यक्ति एक ही पंक्ति में है?

A और E	E और **D**	**C** और **B**	**A** और **F**
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या -

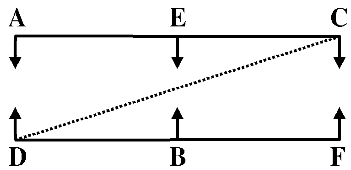


अर्थात A और E दोनों एक ही पक्ति में हैं।

Q. विकर्णवत बैठे दोस्तों का जोड़ा होगा?

F और C	D और **A**	**A** और **C**	**A** और **F**
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या -

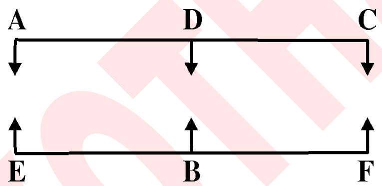


अर्थात् विकर्णवत दो जोड़े हैं D और C तथा A और F चूँकि विकल्प में केवल एक जोड़ा दिया गया है A और F अत: विकल्प (D) होगा।

Q. यदि D, E के स्थान पर चला जाए तो नये स्थान पर D के पड़ोसी होंगे?

A और C	F और B	केवल B	केवल A
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-



अर्थात् अगर E के स्थान पर D आएगा तो D के पड़ोसी A और C होंगे। अत: विकल्प (A) सही होगा।

Type

रेखीय क्रम व्यवस्था

■ रेखीय क्रम व्यवस्था के अंतर्गत आने वाले प्रश्नों में एक रेखा या पंक्ति में स्थित व्यक्तियों या वस्तुओं पर आधारित होते हैं। इनमें एक व्यक्ति की स्थिति किसी दूसरे व्यक्ति के सापेक्ष दी गई होती है या उनका स्थान दिया गया होता है।

■ रेखीय क्रम व्यवस्था के अंतर्गत प्रश्न में दिए गए निर्देश के अनुसार उनको दी गई दिशा में बैठाना चाहिए। परन्तु यदि दिशा नहीं दी गई है तो उन्हें उत्तर दिशा की ओर मुंह करके बैठाना चाहिए जिससे आपको प्रश्न को हल करने में आसानी होगी।

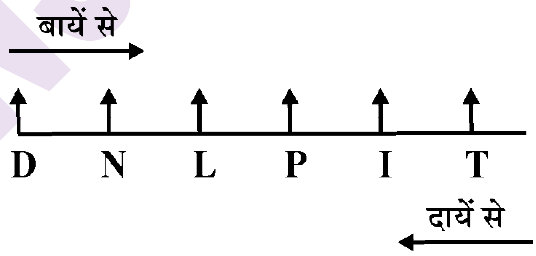
निर्देश- नीचे दी गई जानकारियों का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके प्रश्नों का उत्तर दें।

1. 6 विद्यार्थी एक पंक्ति में बैठे हैं जिनमें L और I के बीच में P बैठा है।
2. N के बाद L बैठा है।
3. D के बाद N बैठा है।
4. बिल्कुल बायीं ओर D बैठा है तथा I के बाद T बैठा है।

Q. बाई ओर से चौथे स्थान पर कौन बैठा है?

P	I	L	T
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

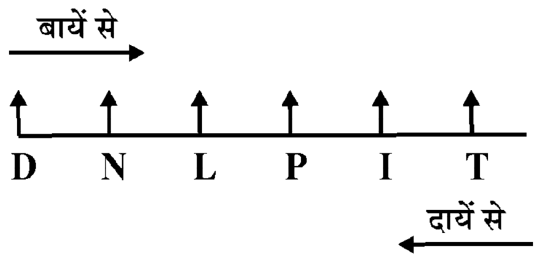


अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि बाई ओर से चौथे स्थान पर P है।

Q. सबसे दाई ओर कौन बैठा है?

D	P	I	T
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या-



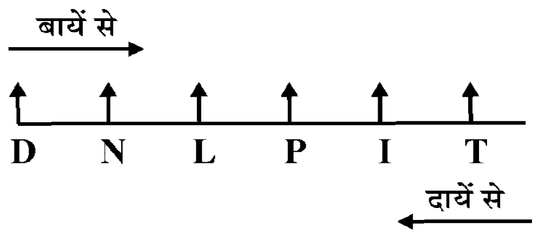
अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि दाई ओर 'T' बैठा है।

KOTHARI INSTITUTE

Q. मध्य में कौन-सा विद्यार्थी युग्म बैठा है?

P और I	L और P	N और P	N और L
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-



अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि L और P पंक्ति के मध्य में बैठे हैं।

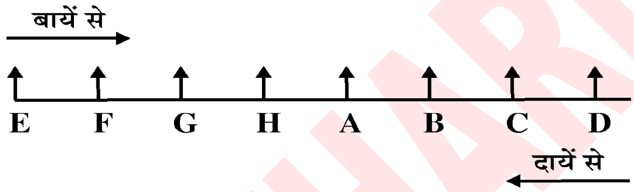
निर्देश -

1. A, B, C, D, E, F, G और H उत्तर की ओर मुंह करके एक पंक्ति में बैठे हैं।
2. H, D से बाई ओर से चौथा है।
3. A, E दाहिनी ओर से चौथा है तथा E, F का पड़ोसी है।
4. H, A के ठीक बाई ओर अगला है तथा A, B का पड़ोसी है।

Q. F का स्थान निम्नलिखित में से कौन-सा है?

a. E से बाई और अगला b. G से दायीं और अगला
✓c. B से बायीं ओर चौथा d. G और H के बीच में

व्याख्या-

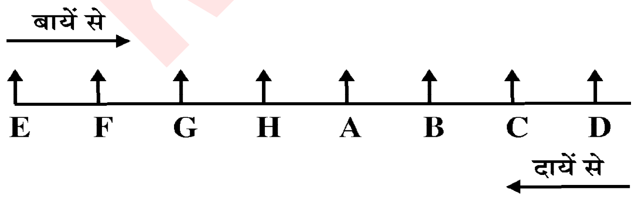


अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि F, B से बाएँ चौथे स्थान पर बैठा है।

Q. निम्नलिखित में से कौन कथन सही है?

a. G, H और A का पड़ोसी है b. B, A से बाई ओर अगला है।
✓ c. E बायें सिरे पर बैठा है। d. D, B के दायीं और अगला है।

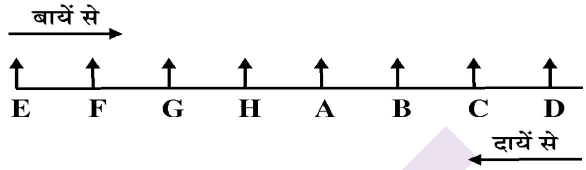
व्याख्या-



अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि E बाएं सिरे पर बैठा है।

Q. 'D' के पड़ोसी कौन है?

F अकेला	C अकेला	B और C	ज्ञात नहीं कियाजा सकता
(a)	✓(b)	(c)	(d)

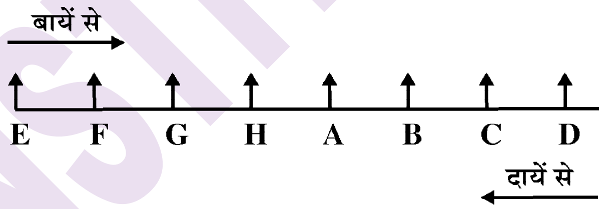


अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि D का पड़ोसी केवल C है।

Q. निम्नलिखित में से कौन कथन सही नहीं है?

a. H, F से दायी ओर दूसरा है।
b. E, A से बाई और चौथा है।
c. D, H से दाई और चौथा है।
✓ d. उपरोक्त सभी सही हैं।

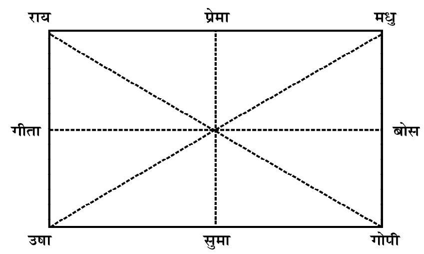
व्याख्या-



अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि सभी विकल्प सही नहीं है।

Q. चार लड़कियाँ तथा चार लड़के एक वर्ग में केन्द्र की ओर मुख करके बैठे है। प्रत्येक वर्ग के कोनों पर तथा उसकी भुजाओं के मध्य बिन्दूओं पर बैठे हैं मधु की स्थिति उषा के ठीक सामने विकर्णरूप में है, जो गीता के दाहिनी ओर बैठी है। गीता से अगला राय, गोपी के सामने है जो बोस के बाई ओर बैठा है। सुमा की स्थिति मधु के दाहिने न होकर प्रेमा के सामने है । बोस के सामने कौन बैठा है?

गीता	प्रेमा	सुमा	मधु
✓(a)	(b)	(c)	(d)

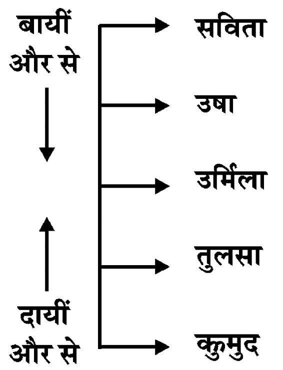


अर्थात् आकृति से स्पष्ट है कि बोस के सामने गीता बैठी है।

KOTHARI INSTITUTE

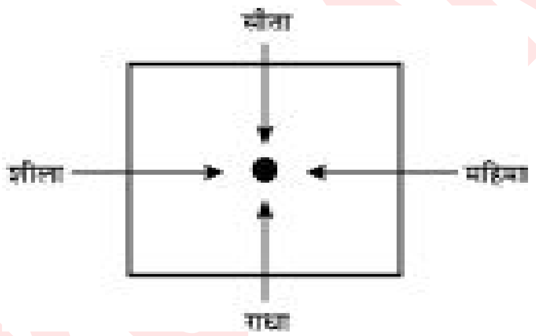
Q. पांच लड़कियाँ पूरब की ओर मुंह करके एक कतार में खड़ी है। सविता, उषा, तुलसा और उर्मिला के बायीं ओर है। उषा, तुलसा और उर्मिला, कुमुद के बायीं ओर है। उर्मिला, उषा और तुलसा के के बीच में है। यदि तुलसा बायीं ओर से चौथे स्थान पर है, तो उषा दायीं ओर किस स्थान पर है?

पहला	दूसरा	तीसरा	चौथा
✓(a)	(b)	(c)	(d)



Q. राधा, शीला, महिमा और सीता एक मेज के गिर्द बैठी है। राधा, शीला के दायीं ओर बैठी है। महिमा सीता के दायीं ओर बैठी है। दिए गए विकल्पों में से बताइए कि कौन-सी जोड़ी एक-दूसरे के सामने बैठी है।

शीला-सीता	राधा-सीता	राधा-शीला	महिमा-राधा
(a)	✓(b)	(c)	(d)



अत: राधा- सीता एक दूसरे के सामने बैठी है।

Q. किसी स्टोर में 5 वस्तुओं A,B,C,D, E की कीमत अलग-अलग है। 'C' का मूल्य 100 रू है। 'A' 'C' से सस्ती है लेकिन 'B' से महंगी महँगी है। 'E', 'C' से महँगी है लेकिन 'D' से सस्ती है तो यह बताइए कि कौन सा उत्पाद सबसे महँगा है।

D	E	B	A
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

प्रश्न के अनुसार समीकरण स्थापित करने पर

C>A>B ....(i)

D>E>C ....(ii)

अत: दोनों समीकरणों को मिलाने पर

D>E>C>A>B

अर्थात् D उत्पाद सबसे महँगा है।

Q. गोपाल, मोहन से बड़ा है परन्तु राम से छोटा है। मोहन सोहन से बड़ा है परन्तु राम से छोटा है। इनमें से सबसे बड़ा कौन है?

मोहन	सोहन	राम	गोपाल
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या- प्रश्न के अनुसार समीकरण स्थापित करने पर

राम > गोपाल > मोहन ....(i)

राम > मोहन > सोहन ....(ii)

दोनों समीकरणों को मिलाने पर

राम > गोपाल > मोहन > सोहन

अत: इनमें से सबसे बड़ा राम है।

❒❒❒❒❒❒

वर्णमाला परीक्षण (Alphabet Test)

अक्षर A से Z तक के सुव्यवस्थित अक्षर क्रम को अंग्रेजी वर्णमाला कहलाता है। इस अध्याय में अंग्रेजी वर्णमाला में स्थित अक्षरों के स्थानीय मान के आधार पर अक्षरों की स्थिति की समीक्षा या किसी निश्चित क्रम पर स्थित अक्षर से परिवर्तित किये गये अक्षर/वर्णमाला के क्रम के अवलोकन/निरुपण से संबंधित प्रश्न पूछे जाते हैं।

(i) अंग्रेजी वर्णमाला में आपके बाएं से का अर्थ है- आपके बाएं से दाएं की ओर अर्थात् A से लेकर Z की ओर।

Exp.- अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से आठवां अक्षर के दाएं आठवाँ अक्षर क्या होगा?

व्याख्या-

- हमें यह देखना होगा कि दोनों अक्षरों की दिशा असमान है और जब दिशा असमान होगी तो इन्हें जोड़ना है।
- प्रश्नानुसार बाएँ से आठवां अक्षर H, के दाएं से छठवाँ अक्षर N होगा। (के दाएं का मतलब है कि हमें आगे का अक्षर काउंट H, के बाद से करने से है)

बाएं से आठवाँ H →

A B C D E F G H

|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|

I J K L M N

8वाँ अक्षर के दाएं छठवाँ अक्षर N

Trick = बाएं से 8वां व 8वाँ अक्षर के दाए से छठवाँ अक्षर

= बाएं + दाएं

8 + 6 = 14

(ii) अंग्रेजी वर्णमाला में आपके दाएं से का अर्थ है - आपके दाएं से बाएं की ओर अर्थात् z से a की ओर।

Exp. अंग्रेजी वर्णमाला में दाएं से 18वें अक्षर के दाएं 12वाँ अक्षर क्या होगा?

व्याख्या:

← दाएं से 18 वाँ अक्षर

|———|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|–|

18वें अक्षर के दाएं 12वाँ अक्षर

यहां पर दोनों दिशाएं समान हैं तो इन्हें हम घटायेंगे अत: दाएं से 18-12 = 6वाँ अक्षर है तो बायीं ओर से 27-6 = 21 वाँ अक्षर 'u'होगा।

(iii) आपके बाएं और का अर्थ है- आपके दाएं से बाएं की और Z से लेकर a की ओर जाना।

Exp. अंग्रेजी वर्णमाला में के दाएं 8वां अक्षर क्या होगा?

J R

—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—

J के दाएं आठवाँ अक्षर

Trick => J = 10

=> 10 + 8 = 18

=> 18वाँ अक्षर R है।

व्याख्या:

आप हमेशा काउंटिंग बाएं से करते हैं और इसमें दोनों की दिशा असमान है। तो सीधा इसके आगे के जितने अक्षर दिए हुए हैं उतने जोड़कर वही अक्स्र आंसर होगा।

अर्थात् J के दाएं आठवाँ अक्षर 'R'।

नोट:- अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों को याद करने के लिए 'EJOTY' शब्द का उपयोग करते हैं-

E	J	O	T	Y
↓	↓	↓	↓	↓
5	10	15	20	25

दिशा और स्थान

1. अंग्रेजी वर्णमाला में यदि दो दिए गए शब्दों की दिशाएं असमान हैं तो उन्हें जोड़ा जाएगा और यदि दिशाएं समान हैं तो उन्हें घटाया जाएगा।

जैसे- बाएं से दाएं या दाएं से बाएं इसमें दोनों की दिशाएं असमान हैं इसलिए दोनों का जोड़ कर शब्द की पहचा की जाएगी और बाएं से बाएं या दाएं से दाएं तो इसमें दोनों को घटा दिया जाएगा।

E J O T Y

|——|——|——|——|——|——

5 10 15 20 25 U V

21 22

=> 20+2 = 22

=> 20 वाँ अक्षर T है तो 21 का अक्षर U तथा 22 का अक्षर V होगा?

=> अर्थात् 22वाँ अक्षर 'V' होगा।

Q. जब प्रश्न में बाएं अक्षर के बाएं या दायें अक्षर के दायें (समान) पूछे तो उन क्रमांकों का अन्तर करेंगे।

Exp- अंग्रेजी वर्णमाला में बायीं ओर से 10वें अक्षर के बायीं ओर 5वाँ अक्षर कौन-सा है?

चूँकि 10वाँ (बायीं) – 5वाँ (बायीं) = 5वाँ

अर्थात् अंग्रेजी वर्णमाला में बायीं ओर से 5वाँ अक्षर 'E' होगा।

Q. जब प्रश्न में बायें अक्षर के दाएं या दाएं अक्षर के बाएं (असमान) पूछे तो उन क्रमांकों का योग करेंगे।

Exp.- अंग्रेजी वर्णमाला में बायीं ओर से 12 वें अक्षर के दायीं ओर 8वाँ अक्षर कौन सा है।

चूंकि 12वीं (बायीं) + 8वाँ (दायीं) = 20वाँ

अर्थात् अंग्रेजी वर्णमाला में दायी ओर से 8वाँ अक्षर 20वाँ (T) होगा।

Type अक्षर युग्म (Letter Paris):

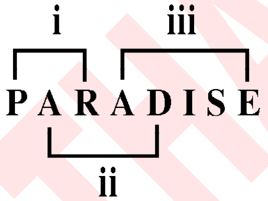
किसी शब्द के किन्ही दो अक्षरों के मध्य उतने ही अक्षर हों जितने कि अंग्रेजी वर्णमाला में हो तो वह जोड़ा अक्षर युग्म कहलाता है।

Exp- 'PARADISE' शब्द में ऐसे कितने अक्षर युग्म है जिनके बीच उतने ही अक्षर है जितने की अंग्रेजी वर्णमाला में।

2	4	1	3
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-

इस प्रकार के प्रश्नों को शीघ्र हल करने के लिए अक्षर से वर्णमाला क्रम के अनुसार गिने वर्णमाला मिलान हो जाए वह एक युग्म होता है-



i.> यहाँ P-R के बीच एक अक्षर तो अंग्रेजी वर्णमाला में एक अक्षर 2 होता है।

ii.> यहाँ A-D के बीच 2 अक्षर, तो अंग्रेजी वर्णमाला में भी '2' ही अक्षर B व C होते हैं।

iii.> इसी प्रकार A व E के मध्य तीन अक्षर है तो वर्णमाला में भी B,C व D होते हैं।

अर्थात् PARADISE शब्द में तीन अक्षर युग्म है जिनके बीच उतने ही अक्षर है जितने की अंग्रेजी वर्णमाला में।

Type संख्या युग्म (Number Pairs)

किसी संख्या के जिन 2 अंकों के बीच उतने ही अंक हो जितने की संख्या के अंकों को आरोही (Ascending) या अवरोही (Descending) क्रम में रखे तो वे संख्या युग्म कहलाते हैं।

Exp. 284371 में ऐसे कितने अंक होंगे जो शुरु से उतनी ही दूरी पर होंगे जितना कि उसे घटते क्रम में रखे जाने पर है।

कोई नहीं	एक	दो	इनमें से कोई नहीं
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या:

2	8	4	3	1	1
8	7	4	3	2	1

यहाँ दी गई संख्याओं को पूछे गए प्रश्न के अनुसार उनहें अवरोही क्रम (Descanding) में रखते हैं। कुछ अंक अपने पहले वाले स्थान पर आ जाते हैं तो वह संख्या युग्म होगा।

अर्थपूर्ण शब्दों का निर्माण का (Meaningful word formation)- इस प्रकार के प्रश्नों में दिये गये बड़े अक्षर में से कुछ अक्षरों को निकालकर उनसे meaningful word बनाते हैं। इस प्रकार के प्रश्नों के अधिक सही होने की संभावना तभी संभव है जब हमें अच्छी meaningsful याद हो।

Exp.: शब्द 'ADJUSDMET' के पहले, सातवें, आठवें और दसवें अक्षर का केवल एक ही बार प्रयोग करके कोई अर्थपूर्ण शब्द बन सकता है तो उस शब्द का अन्तिम अक्षर कौन सा होगा। यदि एक से अधिक अर्थपूर्ण शब्द बनते हैं तो उत्तर M और यदि कोई अर्थपूर्ण शब्द नहीं बने तो उत्तर X दें।

A	M	T	X
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-

A D J U S D M E T

↓ ↓ ↓ ↓

A M E T

1 7 8 10

अर्थात् इस शब्द से दो अर्थपूर्ण शब्द MEAT, TEAM बनेंगे।

Type

अक्षरों को शब्दकोष क्रम (Directionary Order) के अनुसार जमाना-

इस प्रकार के प्रश्नों में दिए गए शब्दों को Alphabate order में उनकों Dictionary या टेलीफोन डायरेक्ट्री के अनुसार रखते हैं।

KOTHARI INSTITUTE

Example:-

Q. निम्नलिखित में से कौन-सा शब्द अंग्रेजी शब्दकोष (Dictionary) क्रम के अनुसार ठीक बीच में होगा।

Parakashji, Parkashji, Parakashjee, Parakashjee, Prakashji

(a) Parakashji (b) Prakashji
✓(c) Parkashji (d) इनमें से कोई नहीं।

व्याख्या- यदि हम Dictionary में से meanings ढूंढ़ना चाहते हैं तो ये प्रश्न भी हम आसानी से कर सकते हैं, इन्हें अंग्रेजी वर्णमाला के अनुसार पहले, दूसरे ... अक्षरों से पहचानते चलेंगे।

Parakashji → 2
Parkashji → 3
Parakashjee → 1
Prakashjee → 4
Prakashji → 5

Q. नीचे दिए गए शब्दों को शब्दकोष के अनुसार व्यवस्थित करें।

1. Language 2. Litter
3. Lieutenant 4. Luggage
5. Land Lord

(a) 5, 1, 3, 4, 2 (b) 5, 3, 1, 2, 4
✓ (c) 5, 1, 3, 2, 4 (d) 5, 5, 1, 2, 4

व्याख्या- शब्दकोष के अनुसार व्यवस्थित करने पर-5. Land Lord
1. Language 3. Lieutenant
2. Litter 4. Luggage

अत: विकल्प (c) 5, 1, 3, 2, 4 सही है।

Type- किसी श्रृंखला के सन्निकट के बीच वाले अक्षर उत्तरोतर एक-एक बढ़ते हुए छूटते जाते हैं। उस समूह की पहचान करें, जिसके इस नियम का पालन हुआ है?

(a) ACFJLQ ✓(b) BDGKPY
(c) CEHLQV (d) HILPUZ

व्याख्या-

B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 2 3 4 5

अत: विकल्प (b) BDGKPV में इस नियम का पालन हुआ है।

Type- उस श्रेणी का चुनाव करें जिसमें पास-पास के अक्षरों के मध्य छोड़े गए अक्षरों की संख्या क्रमश: घटती जाती है।

(a) AGMRV (b) HNSWA
(c) NSXCH ✓(d) SYDHK

व्याख्या-

19	25	4	8	11
S	Y	D	H	K

S–Y: 5, Y–D: 4, D–H: 3, H–K: 2

अर्थात् उत्तर D है।

Type- दिए गए प्रश्न में अक्षरों का अनुक्रम अग्रिम दिशा में 3 अक्षर छोड़कर दिया गया है। निम्न लिखित विकल्पों से उस शब्द को पहचानिये जिसे उपयुक्त सिद्धांत के आधार पर नहीं बनाया जा सकता।

(a) ZKOS (b) TXBF
(c) MPSW ✓(d) AEIM

व्याख्या-

26	11	15	19
Z	K	O	S

Z–K: 10, K–O: 4, O–S: 3

अत: विकल्प A में नियम का पालन नहीं हुआ है
अर्थात् उत्तर A है।

❑❑❑❑❑❑

KOTHARI INSTITUTE

शब्द निर्माण (Word formation)

"शब्द निर्माण आपके बौद्धिक ज्ञान का उपयोग करने की एक प्रक्रिया है, जिसमें दिए गए अक्षरों की श्रृंखला से एक सार्थक शब्द बनता है।"

"APEGR"

उन्हें इस तरह से व्यवस्थित करें कि यह एक फल का नाम इंगित करेगा और निम्नलिखित विकल्पों में से आपके उत्तर के रूप में शब्द के पहले अक्षर को चिन्हित करेगा।

A	P	E	G
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या- यहाँ प्रश्न का सावधानीपूर्वक पढ़ने से पता चलेगा कि परीक्षक हमें एक शब्द डिजाइन करने के लिए कह रहा है जो एक फल के नाम का संकेत देगा। अब एक हिट और ट्रायल विधि के साथ और सही तार्किक दृष्टिकोण के साथ हम जान सकते हैं कि यह शब्द "GRAPE" है, जिसका पहला अक्षर G है।

अर्थात् हमारा उत्तर विकल्प 'D' होगा।

Type:-

निर्देश : प्रत्येक प्रश्न में बड़े अक्षरों में एक शब्द दिया गया है। इसके पश्चात चार शब्द, उत्तर के रूप दिए गए है। दिए गए अक्षरों को मिलाकर इसमें से केवल एक शब्द ही बना सकते हैं। उस शब्द को ज्ञात कीजिए?

Q. QUINTESSENCE ?

SCOT	QUOTE	QUITE	ESTEEM
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-

(i). SCOT और QUOTE में 'O' अक्षर का प्रयोग दिया गया है जो दिए गए शब्द में नहीं है

(ii). अत: ये दोनों नहीं बन सकते इसी प्रकार 'ESTEEM' में 'M' का प्रयोग है जो दिए गए शब्द में नहीं है।

(iii). केवल 'QUITE' शब्द ही बन सकता है क्योंकि इस शब्द के सभी अक्षर दिए गए शब्द में व्याप्त है।

Q. 'CHOCOLATE'

TELL	HELATH
(a)	(b)
CHOCOLATE	COOLER
✓(c)	(d)

व्याख्या-

i) TELL शब्द में L का प्रयोग दो बार है जबकि दिए गए शब्द में L का प्रयोग केवल एक बार है।

ii) इसी प्रकार HEALTH शब्द में H अक्षर का प्रयोग दो बार है।

iii) इसी प्रकार COOLER में R का प्रयोग केवल एक बार है।

iv) केवल LATE शब्द के दूसरे अक्षर दिए गए शब्द CHOCOLATE में मिलते हैं।

Type:-

निर्देश: दिए गये वैकल्पिक शब्दों में से उस शब्द को चुनिए जो दिए गए शब्द के अक्षरों के प्रयोग द्वारा नहीं बनाया जा सकता है

Q. "ETHNOGRAPHIC"

HEART	GEAR	EARTH	GARMENT
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या-

(i). GARMENT शब्द में M अक्षर का प्रयोग है जो दिए गए शब्द नहीं है।

(ii) अत: यह शब्द नहीं बनाया जा सकता है जबकि अन्य तीन शब्द दिए गए अक्षरों से बनाए जा सकते हैं।

Q. ADULTERATION

RETURN	RELATION
✓(a)	(b)
RETAIL	TOILET
(c)	(d)

व्याख्या- RETURN शब्द में R अक्षर का दो बार प्रयोग है जबकि दिए गए शब्द में R अक्षर केवल एक बार आया है।

Type

'STAIN LESS' शब्द के अक्षरों के क्रम को परिवर्तित किए बगैर तथा एक अक्षर का केवल एक बार प्रयोग करते हुए कितने स्वतन्त्र अर्थपूर्ण शब्द बनाए जा सकते हैं?

एक भी नहीं	एक	दो	तीन
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-

i. 'STAIN LESS' → STAIN, तथा LESS, केवल 2 शब्द बनाए जा सकते हैं।

ii. इसके अंतर्गत न तो क्रम परिवर्तित किया गया है और केवल एक शब्द का प्रयोग एक ही बार हुआ है।

KOTHARI INSTITUTE

Q. 'PLANNING' शब्द के अक्षरों के क्रम को परिवर्तित किए बगैर तथा एक अक्षर केवल एक ही बार प्रयोग करके कितने अर्थपूर्ण स्वतंत्र शब्द बनाए जा सकते हैं।

1	2	4	4 से अधिक
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

PLANING → PLAN

केवल एक शब्द बनाया जा सकता है। इसके अन्तर्गत न तो दिए गए शब्द का क्रम परिवर्तित किया गया है और एक अक्षर का प्रयोग केवल एक ही बार किया गया है।

Type-

'ELECTRIFICATION' शब्द में तीसरे, छठे, नवें और बारहवें अक्षरों को मिलाकर अंग्रेजी का कोई अर्थपूर्ण शब्द बनाना सम्भव हो, तो निम्नलिखित में कौन-सा अक्षर उस शब्द का तीसरा अक्षर होगा? यदि ऐसा कोई भी शब्द नहीं बन सकता है तो आप अपना उत्तर दीजिए, यदि एक से अधिक शब्द बनाये जा सकते हैं तो आप अपना उत्तर M दीजिए।

R	E	T	M
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या-

i) E, R, T में चार अक्षर 3, 6, 9 और 12वें स्थान पर थे।

ii) इन चार अक्षरों से RITE (संस्कार) TIER (स्तर) TIRE (टोपी कपड़ा) ये तीन शब्द बनाए जा सकते हैं अत: विकल्प (d) उत्तर होगा।

Q. शब्द 'COSMOPOLTAN' के दूसरे, तीसरे, चौथे, 6वें, 10वें, 11वें और 12वें अक्षरों द्वारा एक सार्थक शब्द बनाकर उसके मध्य वाला अक्षर लिखे।

P	S	T	N
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	O	S	M	O	P	O	L	I	T	A	N
	↓	↓	↓		↓				↓	↓	↓
	O	S	M		P				T	A	N

O, S, M, P, T A और N इन अक्षरों से एक अधपूर्ण शब्द POSTMAN बनाया जा सकता है, इस शब्द के मध्य अत: विकल्प (C) सही है।

Type

संख्याओं का क्रम चुनिए कि अक्षरों को उस क्रम में व्यवस्थित करने से एक सार्थक शब्द बन जाए

Q. T M H R E O 5 4 3 2 1 0

025314	504231	315402	405312
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या-

M	O	T	H	E	R
↓	↓	↓	↓	↓	↓
4	0	5	3	1	2

Q. I P E L O C 1 2 3 4 5 6

143526	254163	34526	451236
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

P	O	L	I	C	E
↓	↓	↓	↓	↓	↓
2	5	4	1	6	3

Type

दो शब्द दिए गए हैं। दोनों शब्दों में अक्षरों का प्रयोग करके निम्नलिखित में से कौन एक शब्द बनाया जा सकता है?

1. Phrase 2. Elate

Respect	Pastry	Asphalt	Elevate
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या-

दिए गए शब्द (1) Phrase (2) Elate

(a) Respect में c अक्षर प्रयुक्त है जो कि दिए गए शब्दों में नही है।

(b) Pastry में y अक्षर दिए गए शब्दों में नहीं है।

(d) Elevate में v अक्षर दिए गए शब्दों में नहीं है।

अत: केवल विकल्प (c) Asphalt शब्द के सारे अक्षर ऊपर दिए दोनों शब्दों में है।

❑❑❑❑❑❑

KOTHARI INSTITUTE

शब्दों का तार्किक क्रम (Logical Sequence of words)

सत्यता और वास्तविकता पर आधारित शब्दों का ऐसा व्यवस्थित क्रम जो सर्वमान्य मान्यताओं और प्रकृति के नियमों और सिद्धान्तों के अनुरूप हो, शब्दों का तार्किक क्रम कहलाता है।

Type-(शब्दों के अर्थ और प्रक्रिया के आधार पर)

निर्देश: निम्न चार विकल्पों में से कौन-सा विकल्प नीचे दिये गए शब्दों का सार्थक क्रम दर्शाएगा?

Exp-

Q.1 (1) दुर्घटना (2) न्यायाधीश (3) डॉक्टर (4) वकील (5) पुलिस

(a) 1, 3, 4, 2, 5
✓(b) 1, 3, 5, 4, 2
(c) 1, 2, 3, 4, 5
(d) 1, 2, 5, 4, 3

व्याख्या-

दुर्घटना → डॉक्टर → पुलिस → वकील → न्यायाधीश
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 3 5 4 2

- किसी व्यक्ति की दुर्घटना होने पर उसे डॉक्टर के पास ले जाया जाता है, फिर इसके बाद पुलिस द्वारा कार्यवाही की जाती है, फिर वकील से परामर्श लिया जाता है। और अंत में वह न्यायाधीश के सामने पेश होता है।

Q.2 1. परिवीक्षा 2. साक्षात्कार 3. चयन 4. नियुक्ति 5. विज्ञापन 6. आवेदन

(a) 5, 6, 3, 2, 4, 1
(b) 5, 6, 4, 2, 3, 1
(c) 6, 5, 4, 2, 3, 1
✓(d) 5, 6, 2, 3, 4, 1

व्याख्या-

विज्ञापन → आवेदन → साक्षात्कार →
↓ ↓ ↓
5 6 2

चयन → नियुक्ति → परिवीक्षा
↓ ↓ ↓
3 4 1

- सर्वप्रथम रिक्त पदों के लिए विज्ञापन दिया जाता है, फलस्वरूप आवेदन आते है तब अभ्यर्थियों का साक्षात्कार होता है फिर चयन होने के बाद नियुक्ति होती है और उन्हें परिवीक्षा पर रखा जाता है।

Q. A. तना B. जड़ C. फल D. फूल E. शाखा F. पत्ती

✓(a) B, A, E, F, D, C
(b) D, E, F, A, C, B
(c) A, B, D, C, E, F
(d) F, D, E, C, B, A

व्याख्या-

जड़ → तना → शाखा → पत्ती → फूल → फल
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
B A E F D C

'पेड़' में सबसे नीचे जड़ होती है फिर क्रमशः 'तना', 'शाखा', 'पत्ती', 'फूल' एवं 'फल' होते है।

Q. 1. उपन्यास 2. लेखक 3. पुरस्कार 4. कथानक 5. प्रकाशित

(a) 5, 3, 2, 1, 4
(b) 3, 5, 1, 2, 4
✓(c) 2, 4, 1, 5, 3
(d) 1, 2, 3, 4, 5

व्याख्या-

लेखक → कथानक → उपन्यास → प्रकाशित → पुरस्कार
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
2 4 1 5 3

- 'लेखक', 'कथानक', का निर्माण कर 'उपन्यास' लिखकर उसे प्रकाशित करता है। तत्पश्चात् उसे पुरस्कार मिलता है।

Type - आकार के आधार पर

निर्देश आकार के आधार पर प्रश्न आरोही या अवरोही क्रम में से किसी आधार पर सार्थक हो सकते हैं।आप इन्हें किसी एक क्रम में बना लें और अपने विकल्प को देखें अगर विकल्प अवश्य होगा।

निम्नलिखित शब्दों का सार्थक क्रम दर्शाएं?

KOTHARI INSTITUTE

Q. **1. प. बंगाल 2. ब्रह्माण 3. दार्जीलिंग 4. संसार 5. भारत**

(a) 1, 5, 3, 2, 4 ✓(b) 3,1,5,4,2
(c) 5,4,2,1,3 (d) 2,1,3,5,4

व्याख्या-

दार्जीलिंग → प.बंगाल → भारत → संसार → ब्रह्माण
3 → 1 → 5 → 4 → 2

'दार्जीलिंग', प. बंगाल में है, 'प. बंगाल' भारत में है, 'भारत', संसार, में है 'संसार' ब्रह्माण में है।

अत: विकल्प (b) सही है।

Q. **1. हाथी 2. तितली 3. मच्छर 4. बाघ 5. व्हेल**

(a) 1, 3, 5, 4, 2 (b) 2, 5, 1, 4, 3
✓(c) 3, 2, 4, 1, 5 (d) 5, 3, 1, 2,4

व्याख्या-

मच्छर → तितली → बाघ → हाथी → व्हेल
3 → 2 → 4 → 1 → 5

Q. **1. कार्यन्वयन 2. संकल्पनात्मक प्रतिरूपण 3. अपेक्षा विश्लेषण 4. तार्किक प्रतिरुपण 5. भौतिक मॉडल 6. रूपरेखा परिष्करण**

(a) 1,3, 2,6,5,4 (b) 3,2,5,4,6,1
(c) 3, 2, 1,4,6,5 ✓(D) 3,2,4,6,5,1

व्याख्या-

शब्दों का सार्थक का तार्किक क्रम निम्नवत होगा

अपेक्षा विश्लेषण → संकल्पनात्मक प्रतिरुपण →
3 → 2

तार्किक प्रतिरूपण → रूपरेखा परिष्करण →
4 → 6

भौतिक मॉडल → कार्यन्वयन
5 → 1

Q. **1. मूल्यांकन 2. प्रस्तुति 3. पुनरावृत्ति 4. लक्ष्य की घोषणा 5. अधिप्रेरणा**

(a) 1,2,5,3,4 (b) 5,2,1,4,3
✓(c) 5,4,2,3,1 (D) 3,2,4,5,1

व्याख्या-

शब्दों का सार्थक का तार्किक क्रम निम्नवत होगा

अभिप्रेरणा → लक्ष्य की घोषणा → प्रस्तुति →
5 → 4 → 2

पुनरावृत्ति → मूल्यांकन
3 → 1

Q. **1. बड़ी आंत 2. मलाशय 3. छोटी आंत 4. मुख 5. अमाशय 6. ग्रासिका**

(a) 5,4,2,3,6,1 (b) 6,4,2,1,3,5
(c) 4,6,3,2,5,1 ✓(d) 4,6,5,3,1,2

व्याख्या-

शब्दों का सार्थक का तार्किक क्रम निम्नवत होगा

मुख → ग्रासिका → अमाशय →
4 → 6 → 5

छोटी आंत → बड़ी आंत → मलाशय
3 → 1 → 2

अत: सार्थक क्रम 4,6,5,3,1,2 होगा।

❐❐❐❐❐❐

KOTHARI INSTITUTE

औपबंधिक संख्या/अक्षर को ज्ञात करना (Conditional Number/Letter)

किसी विशेष परिस्थिति में मौजूद संख्या/वर्ग को कर्ण/अक्षर की संख्या कहा जाता है।

इस प्रकार के प्रश्न आमतौर पर सभी परीक्षा में पूछे जाते हैं।

इस प्रकार के प्रश्नों में संख्याओं/अक्षरों की एक श्रृंखला दी गई गई है, जिसमें आपको निर्धारित संख्या के अनुसार संख्या / वर्ग की कुल संख्या का पता लगाना है, जो इस अध्याय को दिए गए संख्या के अनुसार है।

Exp:-

Q.1 प्रत्येक 5, जिसके पहले 3 और बाद में 7 आया है गिनें (उदाहरण 3, 5, 7) ऐसे 5 के अंक कितने हैं।

3, 5, 5, 7, 7, 2, 4, 3, 5, 7, 7, 3, 5, 7, 5, 5, 3, 5, 7,

3	**5**	**2**	**1**
(a)✓	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

दिए गए व्यंजक में

3, 5, 5, 7, 7, 2, 4, [3, 5, 7,] 7, [3, 5, 7,] 5, 5, [3, 5, 7]

(1) (2) (3)

उपर्युक्त श्रृंखला के अनुसार ऐसे 3, तीन हैं जिसके बाद 5 और 7 अलग है।

Q.2 निम्नलिखित अनुक्रम का अध्ययन कीजिए और प्रश्न का उत्तर कीजिए।

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 4, 8, 4, 5, 5, 4, 8

कितनी बार एक सम संख्या के बाद में विषम संख्या आयी है।

1	**2**	**3**	**4**
(a)	(b)	(c)	(d)✓

व्याख्या- दिए गए व्यंजन

1, [2, 3, 4, 5, 6, 7] 9, 4, 8, [4, 5,] 5, 4, 8,

उपर्युक्त श्रृंखला से स्पष्ट है कि केवल चार बार एक सम संख्या के बाद विषम संख्या आती है।

Q.3. '2' के कितने अंको के पहले '4' का अंक आया है लेकिन उनके बाद '5' का अंक नहीं आया है?

4, 6, 7, 3, 6, 5, **4, 2, 3,** 4, 5, 3, 6, 4, 2, 3, 5, 7, 4

6	**5**	**4**	**2**
(a)	(b)	(c)	(d)✓

व्याख्या- दिए गए व्यंजन

4, 6, 7, 3, 6, 5, [4, 2, 3,] 4, 5, 3, 6, [4, 2, 3,] 5, 7, 4

उपर्युक्त श्रृंखला से स्पष्ट होता है कि ऐसे '2' दो है जिनके ठीक पहले 4 आया हो परन्तु ठीक बाद में 5 नहीं आया हो।

Q.4 दी गई श्रृंखला में लगातार तीन बार P कितनी बारा आया है?

P t P t t P P t P t P P P q q P t P t t P P P t

1	**2**	**3**	**4**
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या- दिए गए व्यंजन

P t P t t P P t P t [P P P] q q P t P t t [P P P] t

उपर्युक्त से यह स्पष्ट है कि लगातार तीन बार P, दो बार आया है।

Q.5 अक्षरों की निम्न सूची में कितन 'X' ऐसे हैं जिनके पहले 'W' और आगे 'Y' आता है।

A C E G I W X Y K M O Q S U W Y W X Y Z X V T R P N W X Y L E D W X Y B

4	**6**	**2**	**5**
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या- दिए गए व्यंजन के अनुसार

A C E G I [W X Y] K M O Q S U W Y [W X Y] Z X V T R P N [W X Y] L E D W X Y B

उपर्युक्त श्रृंखला से स्पष्ट है कि ऐसे X चार हैं जिनके पहले 'W' और बाद में Y आया है।

श्रेणीक्रम (Series)

यह एक समूह या कई संबंधित या इसी तरह की चीजों, घटनाओं आदि की व्यवस्था अस्थायी या स्थानिक या अन्य क्रम या उत्तराधिकार में होने वाली अनुक्रम।

श्रेणी (Series) के अन्तर्गत पूछे जाने वाले प्रश्नों में दो प्रकार के प्रश्न पूछे जाते है :-

1. संख्या श्रेणी 2. अक्षर श्रेणी

संख्या श्रेणी

इसके अन्तर्गत पूछे जाने वाले प्रश्नों में संख्याों की एक श्रृंखला दी जाती है। इन संख्याओं के बीच कोई श्रृंखलाबद्ध संबंध होता है जिसे पहचानना होता है। सामान्यत: श्रृंखला में एक या अधिक रिक्त स्थान छोड़ दिए जाते हैं। जिन्हें उचित संख्याओं द्वारा भरना होता ।

संख्या श्रेणी के प्रकार

1. घात श्रृंखला
2. जोड़ श्रृंखला
3. गुणा श्रृंखला
4. गुणा तथा जोड़ श्रृंखला
5. गुणा तथा घटाव श्रृंखला
6. गुणा तथा भाग श्रृंखला
7. भाग तथा गुणा श्रृंखला
8. एकान्तर श्रृंखला
9. समुदाय श्रृंखला
10. मिश्रित श्रृंखला

घात श्रृंखला

वर्ग श्रृंखला

यदि दी गई संख्या की श्रेणी के सभी पद किसी न किसी संख्या के वर्ग हो तो उस वर्ग के कोई करीबी संख्या हो, तो यह श्रृंखला वर्ग श्रृंखला होगी।

Exp:-

Q.1. 4 16 36 64 .....?....

49	25	100	144
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या- दिए व्यंजक के अनुसार श्रृंखला में वर्ग श्रृंखला बनी है

जैसे-	4	16	36	64	(100)
	↓	↓	↓	↓	↓
	2^2	4^2	6^2	8^2	10^2

अर्थात् एक निश्चित क्रम में वर्ग श्रृंखला बनी है। अत: विकल्प (C) सही है।

Q.2 36 42 49 56 64

72	56	64	58
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

36	42	49	56	64	(72)
↓	↓	↓	↓	↓	↓
6^2	$6^2 + 6$	7^2	7^2+7	8^2	8^2+8

उपर्युक्त श्रृंखला में पहली संख्या 6 का वर्ग है तो दूसीर संख्या $6^2 + 6$ से बनी है इसी क्रम के अनुसार विकल्प (a) सही है।

Q.3 दी गई संख्या श्रेणी में कौन-सी संख्या गलत है?

36 49 100 144 196 256

36	49	256	इनमें से कोई नहीं
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

36	[49]	100	144	196	256
↓	↓	↓	↓	↓	↓
6^2	7^2	10^2	12^2	14^2	16^2

उपर्युक्त संख्या क्रम में 6 के वर्ग के बाद 8 का वर्ग 64 आना चाहिए क्योंकि पूरी श्रृंखला में 2 की वृद्धि के साथ संख्या क्रम बना है। अत: विकल्प (b) सही होगा।

Q.4 दी गई संख्या श्रेणी में कौन-सी संख्या गलत है?

4 9 12 16 21 25 30

9	12	16	21
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

4	9	12	16	21	25	30
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
2^2	2^2+2	3^2+3	4^2	4^2+4	5^2	5^2+5

KOTHARI INSTITUTE

उपर्युक्त संख्या क्रम में 4 के वर्ग के बाद 3 का वर्ग 4 का वर्ग के साथ वर्ग में उसी संख्या को जोड़ना होगा।

जैसे- $\mathbf{4^2+4 = 20}$ अर्थात् विकल्प (d) सही होगा।

घन संख्या

दी गई संख्या श्रेणी के सभी पद किसी न किसी संख्या के घन हो या उस घन के कोई करीबी संख्या हो तो वह घन श्रृंखला होगी।

Exp.

Q.1 दी गई संख्या श्रेणी का अगला पद क्या होगा?

8 27 64 125 ?

(a)	(b)	(c)	(d)
216 ✓	343	261	334

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

8	27	64	125	216
↑	↑	↑	↑	↑
2^3	3^3	4^3	5^3	6^3

उपर्युक्त संख्या में एक क्रम के अनुसार शृंखला को हल किया गया है।

अर्थात् $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$ है तो $6^3 = 216$ होगा। अत: विकल्प (a) सही होगा।

Q.2 दी गई संख्या श्रेणी में कौन-सा पद गलत है-

64 125 218 343 512

(a)	(b)	(c)	(d)
125	218 ✓	343	512

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

64	125	216	343	512
4^3	5^3	6^3	7^3	8^3

उपर्युक्त दी गई संख्याओं में एक क्रम है जैसे

$4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$ (218 के स्थान पर 216 होना चाहिये था), $7^3 = 343$ तथा $8^3 = 512$ होगा।

अर्थात $6^3 = 216$ होना था अत: विकल्प (b) सही है।

वर्ग तथा घन जोड़ श्रृंखला:-

दी गई श्रृंखला में आरंभिक दो पदों का अन्तर बहुत कम तथा अन्तिम दो पदों का अन्तर बहुत अधिक हो तो वह श्रृंखला वर्ग अथवा घन जोड़ श्रृंखला हो सकती है।

Exp:-

Q1. 5 6 10 19 35 ?

(a)	(b)	(c)	(d)
45	50	55	60 ✓

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

5		6		10		19		35		60
	1^2		2^2		3^2		4^2		5^2	

उपर्युक्त दी गई संख्या के अनुसार हर संख्या में क्रम अनुसार 5-6 के बीच $\mathbf{1^2}$ का अन्तर है, 6-10 के बीच $\mathbf{2^2}$ का अन्तर है, 10-19 के बीच $\mathbf{3^2}$ का अन्तर है, 19-35 के बीच $\mathbf{4^2}$ का अन्तर है। तथा 35-60 के बीच $\mathbf{5^2}$ का अन्तर है अत: विकल्प (d) सही है।

Q. दी गई श्रृंखला में कौन सा पद गलत है?

7 9 17 42 91 172

(a)	(b)	(c)	(d)
7	9 ✓	42	91

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

7		9		17		42		91		172
	1^2		2^2		3^2		4^2		5^2	

उपर्युक्त दी गई संख्या के अनुसार हर संख्या में क्रम अनुसार 7-9 के बीच $\mathbf{1^2}$ का अन्तर है, 9-17 के बीच $\mathbf{3^2}$ का अन्तर है, 17-42 के बीच $\mathbf{5^2}$ का अन्तर है, 42-91 के बीच $\mathbf{7^2}$ का अन्तर है तथा 91-172 के बीच $\mathbf{9^2}$ का अन्तर है।

अर्थात् 7-9 के बीच $\mathbf{1^2}$ का अन्तर है तो 9 के स्थान पर 8 आना चाहिए। अत: विकल्प (b) सही है।

जोड़ श्रृंखला

इसके अन्तर्गत नियत (Constant) जोड़ श्रृंखला या बढ़ते या घटते क्रम में जोड़ श्रृंखला हो सकती है।

यदि दी गई श्रृंखला के प्रथम तथा अन्तिम पदों का अन्तर बहुत अधिक न हो और दो क्रमागत पदों का अन्तर समान हो यह जोड़ श्रृंखला नियत जोड़ श्रृंखला हो सकती है।

Exp:-

Q1. 147 153 159 165 ?

(a)	(b)	(c)	(d)
147	153	159	171 ✓

KOTHARI INSTITUTE

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

147 153 159 165 [171]

+6 +6 +6 +6

उपर्युक्त प्रश्न के अनुसार श्रृंखला में हर संख्या में 6 जोड़ पर श्रृंखला का क्रम बढ़ता जाता है। अर्थात् 165+ 6 = 171 आता है अत: विकल्प (d) सही है।

Q2. 7 10 15 22 31 42 [?]

(a) 54 ✓(b) 55 (c) 56 (d) 57

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

7 10 15 22 31 42 [55]

+3 +5 +7 +9 +11 +13

उपर्युक्त श्रृंखला में 7-10 के बीच 3 का अन्तर है, 10-15 के बीच 5 का अन्तर है, 15-22 के बीच 7 का अन्तर है, 22-31 के बीच 9 का अन्तर है, 31-42 के बीच 11 का अन्तर है तथा 42-55 के बीच 13 का अन्तर है। अत: विकल्प (b) सही है।

गुणा श्रृंखला

नियत गुणा श्रृंखला-

दी गई किसी श्रृंखला के प्रथम तथा अन्तिम पदों का अन्तर बहुत अधिक हो और दो क्रमागत पदो का अनुपात समान हो तो वह श्रृंखला नियत गुणा श्रृंखला हो सकती है।

Exp:-

Q1. 2 6 18 54 [?]

✓(a) 162 (b) 174 (c) 176 (d) 168

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

2 6 18 54 [162]

1^2 2^2 3^2 4^2

उपर्युक्त श्रृंखला में का गुणा हुआ है अर्थात् 54×3 = 162 होगा। अत: विकल्प (a) सही है।

Q2. 3 1.5 1.5 2.5 4.5 11.25

(a) 1.5 ✓(b) 2.5 (c) 4.5 (d) 11.25

व्याख्या- दिए गए व्यंजक के अनुसार

3 1.5 1.5 2.5 4.5 11.25

× 0.5 × 1 × 1.5 × 2 × 2.5

गुणा तथा जोड़ श्रृंखला

नियत (Constent) गुणा तथा नियत जोड़ श्रृंखला

यदि किसी संख्या क्रम के प्रथम तथा अन्तिम पदों में बहुत अधिक का अन्तर हो और उसमें दो क्रमागत पदों में से पहली संख्या में किसी निश्चित संख्या जोड़ने पर क्रमशः अगली संख्याएं प्राप्त होती हो तो वह संख्या श्रेणी नियत गुणा तथा नियत जोड़ श्रृंखला हो सकती है।

Exp:-

Q1. 7 22 67 202 [?]

✓(a) 607 (b) 706 (c) 560 (d) 567

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

7 22 67 202 [607]

× 3+1 × 3+1 × 3+1 × 3+1

उपर्युक्त श्रृंखला के अनुसार श्रृंखला में 3 का गुणा व 1 को जोड़ा गया है। अर्थात् 202 × 3 = 606 + 1 = 607 बनता है। अत: विकल्प (a) सही है।

नियत गुणा तथा बढ़ते क्रम में जोड़ श्रृंखला

Exp:-

Q1. दी गई श्रृंखला में कौन-सा एक पद गलत है?

3 7 17 41 85 179

(a) 17 ✓(b) 41 (c) 85 (d) 179

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

3 7 17 41 85 179

×2+1 ×2+3 ×2+5 ×2+7 ×2+9

KOTHARI INSTITUTE

उपर्युक्त श्रृंखला के अनुसार श्रृंखला में 2 का गुणा व बढ़ते क्रम में 2 को जोड़ा गया है। अर्थात् 85×2 = 170 +9 = 179 बनता है।

अत: विकल्प (b) सही है।

बढ़ते क्रम में गुणा तथा नियत जोड़ श्रृंखला

यदि दी गई श्रृंखला में प्रथम तथा अन्तिम पदों के बीच अन्तर बहुत अधिक हो तथा दो क्रमागत अंक किसी अंक के गुणज न होकर उसके कुछ अधिक हो और दो क्रमागत अंक में भी अन्तर भी ज्यादा बढ़ता जाए तो बढ़ते क्रम में गुण तथा बढ़ते क्रम में जोड़ श्रृंखला हो सकती है।

Q1. **5 6 14 45 [?] 925**

184	185	168	186
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

5 6 14 45 184 925

×1+1 ×2+2 ×3+3 ×4+4 ×5+5

गुणा तथा घटाव श्रृंखला

नियत गुणा तथा नियत घटाव श्रृंखला

यदि दी गई संख्या श्रेणी के प्रथम तथा अन्तिम पदों में बहुत अधिक का अन्तर हो और उसके दो क्रमागत पदों में पहले पद से किसी निश्चित संख्या से गुणा करके कोई निश्चित संख्या घटाने पर क्रमश: अगली संख्याएं प्राप्त हों तो वह श्रृंखला नियत गुणा तथा नियत घटाव श्रृंखला हो सकती है।

Exp:-

Q1. **10 29 86 257 ?**

570	670	870	770
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

10 29 86 257 [770]

× 3-1 × 3-1 × 3-1 × 3-1

उपर्युक्त श्रृंखला में 3 का गुणा व 1 को घटाया गया है। अर्थात् 257 × 3 = 771-1 = 770 बनेगा।

अत: विकल्प (d) सही है।

नियत गुणा तथा बढ़ते क्रम में घटाव श्रृंखला

यदि दी गई किसी संख्या श्रेणी के प्रथम और अन्तिम पदों का अन्तर बहुत अधिक हो और दो क्रमागत पदों के बीच का अन्तर किसी गुमा से कम होता जाए तो वह श्रृंखला नियत गुणा तथा बढ़ते क्रम में घटाव से सम्बन्धित है।

Exp-

Q1. **4 7 12 22 38 71**

7	12	22	38
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

4 7 12 22 38 71

×2-1 ×2-2 ×2-3 × 2-4 × 2-5

उपर्युक्त श्रृंखला में 2 का गुणा व 1 से बढ़ते क्रम में घटाया गया है।

अत: विकल्प (c) सही है।

उपर्युक्त श्रृंखला मे बढ़ते क्रम में वृद्धि हुई है अर्थात् उनके बीच 0.5 का गुणा हुआ, 1.5 - 1.5 के बीच 1 का गुणा हुआ, 1.5 - 2.5 के बीच 1.5 का गुणा हुआ, 2.5 - 4.5 के बीच 2 का गुणा हुआ तथा 4.5 - 11.25 के बीच 2.5 का गुणा हुआ।

अत: विकल्प b सही है।

गुण तथा भाग श्रृंखला

यदि दी गई श्रृंखला में प्रथम और अंतिम पदों का अन्तर बहुत अधिक न हो और पहले पद से दूसरा पद बड़ा, दूसरे पद से तीसरा पद छोटा होगा, तीसरे पद से चौथा पद बड़ा हो तो वह श्रृंखला गुणा तथा भाग श्रृंखला होती है।

Exp:-

Q1. **12 36 18 54 27 [?]**

54	81	85	108
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या -

12 36 18 54 27 81

× 3 ÷ 2 × 3 ÷ 2 × 3

उपर्युक्त श्रृंखला में पहले पद में गुणा, फिर दूसरे पद में भाग यही क्रम चलेगा। अत: विकल्प (b) सही होगा।

KOTHARI INSTITUTE

Exp:-

Q1. दी गई श्रृंखला में कौन-सा एक पद गलत है?

36 54 18 27 8 13.5

18	27	8	13.5
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

36 54 18 27 18 13.5

× $^3/_2$ ÷ 3 × $^3/_2$ ÷ 3 × $^3/_2$

उपर्युक्त श्रृंखला में पहले पद में गुणा, दूसरे पद में भाग देना होगा यही क्रम चलेगा। अत: विकल्प (c) सही होगा।

भाग तथा गुणा श्रृंखला

यदि दी गई श्रृंखला में प्रथम और अन्तिम पदों का अन्तर कम हो और पहला पद से दूसरा पद कम, दूसरा पद से तीसरा पद अधिक और तीसरा पद से चौथा पद कम हो तो वह श्रृंखला भाग तथा गुणा श्रृंखला हो सकती है।

Exp:-

Q1. दी गई श्रृंखला में कौन-सा एक पद गलत है?

96 16 32 8 32 [?] 96

64	96	16	80
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

96 16 32 8 32 [16] 13.5

÷ 6 × 2 ÷ 4 × 4 ÷ 2 × 6

एकान्तर श्रृंखला

जहाँ एक साथ दो या तीन श्रृंखला चलती है, उन्हें एकान्तर श्रृंखला के अन्तर्गत रखा जाता है। इसके अन्तर्गत श्रृंखला के लगातार पदों के बीच का अन्तर एक निश्चित क्रम में नीं मिलेगा। वृद्धि और कमी में असमानता होगी। एकान्तर श्रृंखला में पहले स्थान के अंक का सम्बन्ध चौथे स्थान के अंक से होता है।

Exp:-

Q1. 18 24 21 27 [?] 30 27

33	30	24	21
(a)	(b)	✓(c)	(d)

+ 3 + 3

18 24 21 27 24 30 27

+ 3 + 3 + 3

समुदाय श्रृंखला

समुदाय श्रृंखला के अन्तर्गत अकसर दो प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं।

1. प्रथम पद (जोड़, घटाव, गुणा या भाग) दूसरा पद = तीसरा पद

दूसरा पद (जोड़, घटाव, गुणा या भाग) तीसरा पद = चौथा पद

2. प्रथम पद (जोड़, घटाव, गुणा या भाग) तीसरा पद = दूसरा पद

चौथा पद (जोड़, घटाव, गुणा या भाग) छठा पद = पांचवा पद

Exp:-

Q.1 9 11 20 31 51 ?

82	84	86	88
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

यहाँ 9+11 = 20, 11+20 = 31, 20+31 = 51

अत: 31 + 51 = 82

मिश्रित श्रृंखला

अभाज्य या रूढ़ संख्या श्रृंखला

Exp:-

Q.1 2 3 5 7 11 13 17 ?

19	31	23	29
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या- यह श्रृंखला रूढ़ संख्याओं पर आधारित है। रूढ़ संख्याएं (Prime Number) 1 से बड़ी प्राकृत संख्याएँ जो 1 या अपने को छोड़कर किसी दूसरी संख्या से विभाज्य न हो अत: 17 के बाद रूढ़ संख्या 19 है।

अक्षर श्रृंखला

अक्षर श्रृंखला के अन्तर्गत दो प्रकार की श्रृंखलाएं आती हैं-

1. बड़े अक्षरों की श्रृंखला
2. छोटे अक्षरों की संख्या श्रृंखला

बड़े अक्षरों की श्रृंखला

इस प्रकार की श्रृंखला के अन्तर्गत कुछ अक्षर या अक्षर समूह एक

KOTHARI INSTITUTE

निश्चित तरीके के आधार पर श्रृंखला के रूप में दिए होते है इस श्रृंखला के एक या कुछ पद रिक्त होते हैं जिन्हें श्रृंखला के तरीके को ज्ञात करके करना होता है।

निर्देश- निम्नलिखित श्रृंखलाओं को पूर्ण कीजिए-

Q1. **D H L R [?]**

T	X	I	O
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए व्यंजक के अनुसार

D H L R [X]

+4 +4 +6 +6

उपर्युक्त श्रृंखला में D-H के बीच 4 जोड़ा गया है। वहीं H-L के बीच भी 4 जोड़ा गया है इसी तरह L-R के बीच 6 जोड़ा गया है। वहीं R-X के बीच भी 6 जोड़ा गया है। अत: विकल्प (b) सही है।

Q2. **Z L X J V H T F [?] [?]**

R,D	RE	SE	QD
✓(a)	(b)	(c)	(d)

-2 -2 -2 -2

Z X L J V H T F [R D]

-2 -2 -2 -2

उपर्युक्त श्रृंखला में 2 को घटाया गया है अत: विकल्प (A) सही है।

छोटे अक्षरों की श्रृंखला

श्रृंखला के अन्तर्गत केवल एक समान समूह पुनरावृत्ति

Q1. **a__bbaa__baa__baab__aab**

abbb	aabb	aaab	abab
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या -

aabb/aabb/aabb/aabb/aab

उपरोक्त श्रृंखला में aabb की पुनरावृत्ति हो रही है अत: विकल्प (a) सही है।

जब श्रृंखला में एक समान समूह की पुनरावृत्ति न हो बल्कि समूह के अन्दर किसी एक अक्षर की संख्या में लगातार वृद्धि होती जाए।

Q1. **aa__aa__baaaa__aaaa__b**

baaa	bbba	bbaa	baba
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या -

aab/aaab/aaaab/aaaaab

उपरोक्त श्रृंखला में प्रत्येक समूह में a की संख्या लगातार बढ़ती जा रही है और b की constant है।

श्रृंखला में प्रत्येक समूह में अलग-अलग अक्षरों की पुनरावृत्ति

Q1. **aa__cabb__abcca__bcab__c**

bcab	bcca	bcaa	baac
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या -

aabc/abbc/abcc/aabc/abbc

श्रृंखला के अन्तर्गत दो अक्षर समूहों का एकान्तर में आना

Q2. **aba__baca__ba__bacaabac__aca**

cabc	cach	cccb	abcc
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या -

abac/baca/abac/baca/abac/baca

मिश्रित श्रृंखला

Q1. **abca__bcaab__ca__bbc__a**

ccaa	bbaa	abac	abbc
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या -

abc/aabc/aabbc/aabbcc/a

❐❐❐❐❐❐

KOTHARI INSTITUTE

सादृश्वता परीक्षण (Analogy Test)

किसी तत्व के किसी अन्य तत्व के गुण, रूप, आकार, प्रकार लक्षण इत्यादि में निहित किसी भी प्रकार की समानता को सादृश्यता कहते है।

सादृश्यता के मुख्यत: तीन प्रकार है:

1. अक्षर सादृश्यता
2. शब्द सादृश्यता
3. संख्या सादृश्यता

अक्षर सादृश्यता

अक्षर सादृश्यता के अन्तर्गत दो अक्षर या दो अक्षर समूह दिये जाते हैं जिसके बीच किसी न किसी प्रकार का संबंध होता है।

3जी प्रकार के सम्बंध प्रश्न में दिये गये तीसरे अक्षर या अक्षर-समूह से स्थापित करने वाले चौथे अक्षर या अक्षर-समूह को उन विकल्पों में से ज्ञात करना होता है।

Q. जिस प्रकार H का सम्बन्ध S है उसी प्रकार D का सम्बन्ध किससे है?

W	X	T	U
✓(a)	(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

जिस तरह H का सम्बन्ध H के विपरीत अक्षर S से है उसी तरह D का सम्बन्ध D के विपरीत W सै है।

Example_

निर्देश- दिए गए प्रश्न में चिन्ह : : के बायीं ओर दो अक्षर समूह दिये गये हैं जिसके बच किसी न किसी प्रकार का सम्बन्ध है।

चिन्ह : के दायीं ओर एक अक्षर समूह एवं प्रश्न वाचक चिन्ह ? दिया गया है। बायीं ओर दिये गये अक्षर समूह में निहित सम्बन्धों के आधार पर चिन्ह : : के दायीं ओर दिया गया अक्षर समूह एवं प्रश्नवाचक चिन्ह (?) के स्थान पर आने वाला अक्षर-समूह के बीच सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

Q1. FIGHT : EHFGS : : FRAME : ?

EQZLD	FEZLD	QELLD	**कोई नहीं**
✓(a)	(b)	(c)	(d)

F —(-1)→ E   F —(-1)→ E
I —(-1)→ H   R —(-1)→ Q
G —(-1)→ F   A —(-1)→ L
H —(-1)→ G   M —(-1)→ L
T —(-1)→ S   E —(-1)→ D

शब्द सादृश्यता

शब्द सादृश्यता मूल रूप से सामान्य जानकारी पर आधारित है। शब्दों के बीच की सादृश्यता या एकरूपता ज्ञात करने के लिए शब्दों से तथ्यों की जानकारी आवश्यक है। जो शब्दकोष और सामान्य ज्ञान के अध्ययन से सम्भव है।

Example -

Q.1 जिस प्रकार तापमापी का सम्बन्ध तापक्रम से है उसी प्रकार वायुदाबमापी का सम्बन्ध किससे है?

थर्मोस्कोप	दाब	मैनोमीटर	उपयुक्त सभी
(a)	✓(b)	(c)	(d)

पर्यायवाची शब्द

ये शब्द निम्नलिखित है-

अग्नि	-	पावक, शुष्मा, हुतामन, कृशानु
आंख	-	चक्षु, दृग, नयन, नेत्रम
अमृत	-	अमिय, पीयूष, शुभा, सुधा
अश्व	-	घोटक, घोड़ा, सैन्धव
असुर	-	निशाचर, दैत्य, दानव
आनंद	-	हर्ष, उल्लास, खुशी
आम	-	आम्र, रसाल, अमृतफल
कमल	-	उत्पल, सरसिज, सरोज
कामदेव	-	नंदी, सारंग, पंचशर
किरण	-	ज्योति, भानु, रश्मि, अंशु
कोयल	-	वनप्रिय, काकलीक
गढ़हा	-	गर्दभ, वैशाखनंद, रासभ, खर
चाँद	-	निशाक, राजनीपति, हिमांशु, सुधांशु
तलवार	-	खड़ग, चंद्रहास, कृपाण
द्रव्य	-	घन, विभूति, सम्पदा
निंदा	-	भर्त्सना, डॉट, घुड़की, दोषारोपण
पक्षी	-	खग, परिंदा, खेची, विहग
महेश	-	उमाकांत, गिरिजापति, चंद्रशेखर
सेना	-	कटक, कंचन, कर्बुर, शातकुंभ

Exp:-

Q. जिस प्रकार हृदय का सम्बन्ध रक्त से है उसी प्रकार पक्षी का सम्बन्ध किससे है।

खग	परिंदा	खेची	उपयुक्त सभी
(a)	(b)	(c)	✓(d)

KOTHARI INSTITUTE

देश- राजधानी

भारत →	नई दिल्ली	पराग्वे →	एसियन
इटली →	रोम	पुर्तगाल →	लिस्बन
जोर्डन →	अम्मान	द. अफ्रिका →	केपटाउन
इजराइल →	जेरूसलम	सउदी अरब →	रियाद
ईरान →	तेहरान	क्यूवा →	हवाना
इण्डोनेशिया →	जकार्ता	डेनमार्क →	कोपनहेगन
आयरलैण्ड →	डबलिन	मॉरिशस →	पोर्ट लुईस
चिली →	सेटीयागो	मंगोलिया →	उलनबटोर
अर्जेंटीना →	ब्यूनस आयर्स	मोरक्को →	रबात
अंगोला →	लुआंडा	न्यूजीलैण्ड →	विलिंगटन
आस्ट्रेलिया →	केनबरा	नार्वे →	ओस्लो
आस्ट्रिया →	वियना	पेरू →	लीमा
चीन →	बीजिंग	स्वीडन →	स्टॉकहोम
बेल्जियम →	ब्रुसेल्स	स्वीट्जरलैण्ड →	बर्न
भूटान →	थिम्फू	स्पेन →	मैड्रिड
कनाडा →	ओटावा	श्रीलंका →	कोलंबो
इक्वेडोर →	क्यूटो	लेबनान →	बेरूत
फिनलैण्ड →	हेलसिंकी	माल्टा →	वेलिट्टा
जर्मनी →	बर्लिन	ब्रिटेन →	लंदन
घाना →	अकरा	वियतनाम →	हनोई
ग्रीस →	एथेंस	अमेरिका →	वाशिंगटन D.C.
हंगरी →	बुडापेस्ट	फिलीपिंस →	मनीना

Exp:-

Q. जिस प्रकार बेल्जियम का सम्बन्ध ब्रुसेल्स से है उसी प्रकार क्यूबा का सम्बन्ध किससे है?

रियाद	बेरूत	लीमा	हवाना
(a)	(b)	(c)	✓(d)

देश और राष्ट्रीय प्रतीक

भारत	-	अशोकचक्र
आयरलैण्ड	-	हार्प
आस्ट्रेलिया	-	कंगारू
कनाडा	-	सफेद लिली
फ्रांस	-	लिली
जर्मनी	-	कॉर्नरलावर
ईरान	-	गुलाब का फूल
इटली	-	सफेद लिली
जापान	-	किस्चेमस
स्पेन	-	गरूड़ पक्षी
ग्रेट ब्रिटेन	-	सफेद लिली / गुलाब का फूल
अमेरिका	-	गोल्डन रॉड
डेनमार्क	-	बीच
सीरिया	-	शेर
रूस	-	डबल हेडेड ईगल
बांग्लादेश	-	कंवल (वाटर लिली)
नार्वे	-	शेर

Exp:-

Q. जिस प्रकार स्पेन का सम्बन्ध गरुड़ पक्षी से है उसी प्रकार आयरलैण्ड का सम्बन्ध किससे है?

हार्प	लिली	क्रिस्थेमस	बीच
✓(a)	(b)	(c)	(d)

देश और खेल

ऑस्ट्रेलिया	-	क्रिकेट
कनाडा	-	बर्फ पर हॉकी
जापान	-	जूडो
स्कॉटलैण्ड	-	रग्बी फुटबॉल
स्पेन	-	साण्डों की लड़ाई
अमेरिका	-	बेसबॉल
इंग्लैण्ड	-	क्रिकेट
भारत	-	हॉकी
चीन	-	टेबल टेनिस
मलेशिया	-	बैडमिंटन
रूस	-	फुटबॉल, शतरंज
ब्राजील	-	फुटबॉल

Exp:-

Q. जिस प्रकार मलेशिया का संबंध बैडमिंटन से है उसी प्रकार स्कॉटलैण्ड का संबंध किससे है।

बेसबॉल	हॉकी	रग्बी फुटबॉल	जूडो
(a)	(b)	✓(c)	(d)

देश और महाद्वीप

भारत	-	एशिया
घाना	-	अफ्रीका
कनाडा	-	उत्तरी अमेरिका
ब्राजील	-	दक्षिण अमेरिका
फ्रांस	-	यूरोप

Exp:-

Q. जिस प्रकार भारत का सम्बन्ध एशिया से है उसी प्रकार फ्रांस का सम्बन्ध किससे है?

यूरोप	एशिया	उत्तर अमेरिका	द. अमेरिका
✓(a)	(b)	(c)	(d)

KOTHARI INSTITUTE

उपकरण तथा माप

फैदोमीटर - समुद्र की गहराई
थर्मामीटर - तापमान
लैक्टोमीटर - दूध की शुद्धता
कैलोरीमीटर - ऊष्मा
बैरोमीटर - वायुमंडल का दाब परिवर्तन
पाइरिलियोमीटर - सौर विकीरण
सिस्मोग्राफ - भूकंप की तीव्रता और मूल स्थान
कार्डियोग्राम - ह्रदय के संवेदनों या कम्पनो का रिकार्ड करना
इलैक्टोमीटर - विद्युत की मात्रा मापना
रडार - वायुयान की दिशा ज्ञान करना

Exp:-

Q. जिस प्रकार फैदोमीटर का सम्बन्ध समुद्र की गहराई से है। उसी प्रकार कैलोरीमीटर का सम्बन्ध किससे है?

तापमान	उष्मा	वर्षा	भूकंप
(a)	✓(b)	(c)	(d)

प्रसिद्ध स्थल और उनका संबंध

चार मीनार - हैदराबाद
गोलघर - पटना
रॉक गार्डेन - चंडीगढ़
पेंटागन - वाशिंगटन
वाल स्ट्रीट - न्यूयार्क
पिरामिड - मिस्र
कुतुब मीनार - दिल्ली
पगोडा - रंगून
आनंद भवन - इलाहबाद
ब्लैक पैगोडा - कोणार्क
गोलगुम्बज - बीजापुर (कर्नाटन)
झूलता मीनार - अहमदाबाद
लाल बाग - बंगलौर

Exp:-

Q. जिस प्रकार गोलगुम्बज का संबंध बीजापुर से है। उसी प्रकार ओवल का सम्बन्ध किससे है?

मास्को	प्लोरिडा	लंदन	इनमें से कोई नहीं
(a)	(b)	✓(c)	(d)

मात्रा और इकाई

विद्युतीय आवेग - फैराडे
चुम्बकीय क्षेत्र - टकसना
दबाव - पास्कल
लेंस की शक्ति - डायऑप्टर
विद्युत - कूलम्ब
विद्युत तनाव - वोल्ट
पदार्थ की मात्रा - मोल
विद्युत धारा - एम्पीयर
द्रव - लिटर
कोण - रेडियन
प्रदीप्ति - लक्ज
आवृत्ति - हट्‌र्ज
कार्य - जूल
दीप्ति - कैंडला

Exp:-

Q. जिस प्रकार लेंस की शक्ति का सम्बन्ध डायऑप्टर से है। उसी प्रकार कोण का सम्बन्ध है ?

रेडिसन	लक्स	कैंडला	वोल्ट
✓(a)	(b)	(c)	(d)

कर्मचारी और कार्यस्थल

पायलट - गैराज
पंसारी - दूकान
इंजीनियर - साइट
अम्पायर - पिच
खानसभा - रसोई

Exp:-

Q. जिस प्रकार पंसारी का सम्बन्ध दूकान से है। उसी प्रकार अम्पायर का सम्बन्ध किससे है?

साइट	पिच	दूकान	गैराज
✓(a)	(b)	(c)	(d)

कामगार और औजार

चित्रकार - तुलिका
योद्धा - तलवार
वास्तुकला - नक्शा
शिल्पकार - छेनी
मोची - सूआ
इंजीनियर - ब्यू प्रिंट
रंगसाज - तूलिका
बिजली कामगार - वोल्टमीटर

Exp:-

Q. जिस प्रकार योद्धा का सम्बन्ध तलवार से है। उसी प्रकार वास्तुकार का सम्बन्ध किससे है?

KOTHARI INSTITUTE

नक्शा	सूआ	तूलिका	छेनी
✓(a)	(b)	(c)	(d)

देश और राष्ट्रीय पुष्प

भारत	-	कमल
यूनाईटेडकिंगडम	-	गुलाब
आयरलैण्ड	-	शामरॉक
फ्रांस	-	लिली
जर्मनी	-	कार्नफ्लॉवर

Exp:-

Q. जिस प्रकार भारत का सम्बन्ध कमल से है उसी प्रकार फ्रांस का सम्बन्ध किससे है।

गुलाब	शामरॉक	कमल	लिली
(a)	(b)	(c)	✓(d)

देश और गुप्तचर संस्था

इजराइल	-	मोसाद
भारत	-	RAW
पाकिस्तान	-	आई.एस.आई.
रूस	-	KGB
अमेरिका	-	FBI

Exp:-

Q. जिस प्रकार रूस का सम्बन्ध KGB से है उसी प्रकार इजराइल का सम्बन्ध किससे है?

RAW	FBI	मोसाद	KGB
(a)	(b)	✓(c)	(d)

अध्ययन और पारिभाषिक शब्द

एन्थ्रोपोलॉजी	-	मानव
सोसियोलॉजी	-	समाज
वनस्पति विज्ञान	-	पेड़-पौधे
आरकियोलॉजी	-	पुरातत्व
एन्टोमॉलॉडी	-	कीट
नीडोलालॉजी	-	घोसले
फिलालॉजी	-	भाषा
माइक्रोलॉजी	-	फफूँदी
पोमोलॉजी	-	फल
लेक्सीकोग्राफी	-	शब्दकोष
डेन्ड्रोलॉजी	-	वृक्षों एवं झाड़ियों
क्रिप्टोग्रॉफी	-	गुप्त लेखन

Exp:-

Q. जिस प्रकार एन्थ्रोपोलॉजी का संबंध मानव से है। उसी प्रकार लेक्सीकोग्राफी का संबंध किससे है?

भाषा	शब्दकोष	गुप्त लेखन	फल
(a)	✓(b)	(c)	(d)

आवाज और पशुओं का संबंध

भौंकना	-	कुत्ता
रेंगना	-	गधा
किकियाना (चूंचूं करना)	-	खरगोश
चीखना	-	लोमड़ी
रंभाना	-	गाय
हिनहिनाना	-	घोड़ा
म्याऊँ	-	बिल्ली
हुआना (हुआ-हुआ करना)	-	भेड़िया
दहाड़ना	-	शेर
गरजना / गुर्राना	-	शेर / चीता
कटकटाना	-	बन्दर

Exp:-

Q. जिस प्रकार गरजना का संबंध शेर से है। उसी प्रकार किकियाना का संबंध किससे है?

चीता	लोमड़ी	भेड़िया	खरगोश
(a)	(b)	(c)	✓(d)

जन्तु और शिशु का संबंध

कछुआ	-	कच्छप
तितली	-	बल्ली
सांड	-	बछड़ा
मेंढ़क	-	टैडपोल
बिल्ली	-	बिलौटे
बकरी	-	मेमना
मुर्गी	-	चूजा
हिरण	-	हिरनौटा
कीट	-	लार्वा
हेज	-	शशक
गाय	-	बछक
भेड़	-	मेमना
कुत्ता	-	पिल्ला

KOTHARI INSTITUTE

Exp:-

Q. जिस प्रकार तितली का संबंध बल्ली से है। उसी प्रकार मेढ़क का संबंध किससे है।

टैडपोल	कच्छप	लार्वा	शशक
✓(a)	(b)	(c)	(d)

देश और समाचार एजेन्सी

भारत	-	समाचार भारती
ब्रिटेन	-	रयूटर्स
चीन	-	सिन्हुआ
इण्डोनेशिया	-	अन्तारा
इरान	-	इरना

Exp:-

Q. जिस प्रकार इरान का संबंध इरना से है। उसी प्रकार ब्रिटेन का संबंध किससे है?

सिन्हुआ	रयूटर्स	अन्तारा	इनमें से कोई नहीं
(a)	✓(b)	(c)	(d)

देश और सरकारी दस्तावेज

भारत	-	व्हाइट पेपर
ब्रिटेन	-	ब्लू - बुक
फ्रांस	-	यलो - बुक
जापान	-	ग्रे - बुक
इटली	-	ग्रीन - बुक

Exp:-

Q. जिस प्रकार ब्लू-बुक का संबंध ब्रिटेन से है। उसी प्रकार ग्रे-बुक का संबंध किससे है?

जापान	इटली	भारत	फ्रांस
✓(a)	(b)	(c)	(d)

देश और संसद

भारत	-	संसद
अमेरिका	-	कांग्रेस
अफगानिस्तान	-	शोरा
जापान	-	डायट
इरान	-	मजलिस
रूस	-	ड्यूमा
चीन	-	नेशनल
बांग्लादेश	-	जातीय संसद
भूटान	-	त्सोंगडू
पाकिस्तान	-	नेशनल असेंबली
ब्रिटेन	-	संसद
कनाडा	-	संसद
जर्मनी	-	बुंदेस्टाग
फ्रांस	-	नेशनल असेंबली

प्रतीकात्मक सम्बन्ध

स्वास्तिक	-	सौभाग्य
लाल रंग	-	खतरा
लाल तिकोन	-	परिवार नियोजन
सफेद कबूतर	-	शान्ति
रोबदार	-	राजा
हरा रंग	-	रास्ता साफ है
कमली	-	संस्कृति और सभ्यता
हाथ पर काली पट्टी	-	शोक, क्षोभ,
दो हड्डियाँ एक दूसरे को काटती हुई ऊपर के भाग में खोपड़ी-		खतरा (बिजली)
चक्र	-	प्रगति
महाराजा	-	एयर इंडिया
मुकुट	-	राजा
रेड क्रॉस	-	डॉक्टरी सहायता, अस्पताल
काला झण्डा	-	विरोध
जैतून की पत्तियाँ	-	शांति
विक्टोरिया क्रॉस	-	शौर्य
पीला झंडा	-	संक्रामक रोग से पीडितों को ले जाने वाला वाहन
तिरंगा	-	भारत का राष्ट्रीय ध्वज (झंडा)
यूनियन बैंक	-	ब्रिटेन का राष्ट्रीय ध्वज

Exp:-

Q. जिस प्रकार लाल तिकोने का संबंध परिवार नियोजन से है। उसी प्रकार हरा रंग से किसका संबंध है?

शान्ति	परिवार नियोजन	रास्ता साफ है	प्रगति
(a)	(b)	✓(c)	(d)

KOTHARI INSTITUTE

वर्गीकरण का संबंध

गाय	-	स्तनपायी
सांप	-	सरीसृप
मानव	-	स्तनपायी
भैंस	-	दुधारू जीव
मछली	-	स्टारफिश
टोड	-	उभयचर
फली	-	सेम
अष्ठिफल	-	रसभरी
हेलोफाइ	-	समुद्री लैवेडर

Exp:-

Q. जिस प्रकार सांप का संबंध सरीसृप से है। उसी प्रकार मछली का संबंध किससे है?

स्टारफिश ✓(a) सेम (b) रसभरी (c) समुद्री लैवेडर (d)

भारत में नदियों के किनारे स्थित नगर

आगरा -	यमुना	जबलपुर-	नर्मदा
कोलकाता-	हुगली	कानपुर-	गंगा
अहमदाबाद-	साबरमती	मदुरै-	वैंगाई
अजमेर-	लूनी	नासिक-	गोदावरी
वाराणसी-	गंगा	पणजी-	माण्डवी
प्रयागराज-	गंगा यमुना का संगम	उज्जैन-	क्षिप्रा
औरंगाबाद-	काउम	पुणे-	मूठा
गुवाहटी-	ब्रह्मपुत्र	श्रीनगर-	झेलम
कटक-	महनदी	सूरत-	ताप्ती
लखनऊ-	गोमती	विजयवाड़ा-	कृष्णा
पटना-	गंगा	श्रीरंग पट्टम-	कावेरी
बद्रीनाथ-	अलकनंदा	सम्बलपुर-	महानदी
दिल्ली-	यमुना	कोटा-	चम्बल
हरिद्वार-	गंगा	हैदराबाद-	मूसी

Exp:-

Q. जिस प्रकार विजयवाड़ा का संबंध कृष्णा से है। उसी प्रकार हैदराबाद का संबंध किससे है।

महानदी (a) वैगांई (b) माण्डवी (c) मूसी ✓(d)

आविष्कार और आविष्कारक

एसीटिलीन गैस-	विल्सन
एटम बम-	ऑटो हॉन (जर्मनी)
एटामिक थ्योरी-	डाल्टन
बैक्टीरिया -	ल्यूविनहॉक
बैरी-बैरी रोग -	आइजकमैन
पीला ज्वर -	रीड
क्लोरीन -	गूरथरे
विद्युत तरंगे -	हर्टस
रेडियो :वायरलेस टेलीग्राफ-	मारकोनी
गति के नियम-	न्यूटन
गुरुत्वार्कषण के नियम-	न्यूटन
रेल्वे इंजन -	स्टीफेन्सन

Exp:-

Q. जिस प्रकार पीला ज्वर का संबंध रीड से है उसी प्रकार विद्युत तरंग का संबंध किससे है?

हर्टस ✓(a) गूरथरे (b) स्टीफेन्सन (c) डाल्टन (d)

विभिन्न देशों की मुद्रायें

भारत -	रूपया	ईरान -	रियाल
आस्ट्रेलिया -	डॉलर	इराक -	दीनार
आफगानिस्तान -	अफगानी	जापान -	येन
आस्ट्रिया -	शिलिंग	श्रीलंका -	रुपया
अर्जेन्टीना -	पीसो	चीन -	गुआन रेनमिन्ची
बांग्लादेश -	टका	कोलम्बिया -	पीसो
ब्रिटेन -	पाउण्ड	फ्रांस -	फ्रांक
ब्राजील -	क्रूजीरो	नार्वे -	क्रोन
बेल्जियम -	फ्रांक	पाकिस्तान -	रुपया
बुल्गारिया -	तोवा	द. अफ्रीका -	रेड
बर्मा -	क्यात	रूस -	रुबल
कनाडा -	डॉलर	अमेरिका-	डॉलर

Exp:-

Q. जिस प्रकार इराक का सम्बन्ध दीनार से है। उसी प्रकार नार्वे का सम्बन्ध है।

क्रोन ✓(a) रेड (b) रूबल (c) गुआन (d)

देश और बंदरगाह

भारत -	मुम्बई
चीन-	संघाई
जापान-	योकाहामा
ऑस्ट्रेलिया-	सिडनी

KOTHARI INSTITUTE

Exp:-

Q. जिस प्रकार चीन का संबंध संघाई से है। उसी प्रकार जापान का संबंध किससे है।

सिडनी	मुम्बई	योकाहामा	उपरोक्त सभी
✓(a)	(b)	(c)	(d)

राज्य और उच्च न्यायालय

मध्य प्रदेश -	जबलपुर
उत्तर प्रदेश -	प्रयागराज
राजस्थान -	जोधपुर
बिहार -	पटना
उत्तराखण्ड -	नैनीताल
महाराष्ट्र, गोवा, दादर और नगर हवेली, दमन और दीव-	मुम्बई
पश्चिम बंगाल, अंडमान एवं निकोबार -	कलकत्ता
छत्तीसगढ़ -	बिलासपुर
राष्ट्रीय राजधानी प्रदेश, दिल्ली -	नई दिल्ली
अरुणाचल, आसम, नागालैण्ड, मिजोरम-	गुवाहाटी
गुजरात-	अहमदाबाद
हिमाचल प्रदेश-	शिमला
जम्मू और कश्मीर-	श्रीनगर & जम्मू
झारखण्ड-	रांची
कर्नाटक-	बंगलुरू
केरल, लक्ष्यदीप-	कोच्चि
तमिलनाडु, पुडुचेरी -	चेन्नई
ओडिशा -	कटक
पंजाब, हरियाणा, चंडीगढ़-	चंडीगढ़
सिक्किम -	गंगटोक
मणिपुर-	इम्फाल
मेघालय -	शिलांग
त्रिपुरा -	इटानगर
तेलंगाना -	हैदराबाद
आंध्र प्रदेश -	अमरावती (प्रस्तावित)

Exp:-

Q. जिस प्रकार तेलंगाना का संबंध हैदराबाद से है। उसी प्रकार चंडीगढ़ का संबंध किससे है।

पंजाब	हरियामा	चंडीगढ़	उपयुक्त सभी
(a)	(b)	(c)	✓(d)

देश और राष्ट्रीय स्मारक

भारत -	स्टैच्यू ऑफ युनिटी (गुजरात)
USA -	स्टैच्यू ऑफ लिबर्टी (न्यूयार्क)
फ्रांस-	एफिल टॉवर (पेरिस)
ऑस्ट्रेलिया-	ओपेरा हाउस (सिडनी)
रूस -	क्रेमलिन (मास्को)
ब्राजील -	क्राइस्ट द रीडीमर स्टैच्यू (रियो-डी-जैनेरी)

Exp:-

Q. जिस प्रकार स्टैच्यू ऑफ लिबर्टी का संबंध USA से है, उसी प्रकार क्रेमलिन का संबंध किससे है?

रूस	फ्रांस	भारत	ब्राजील
✓(a)	(b)	(c)	(d)

कल्चर और उत्पादन क्षेत्र

सेरी कल्चर	-	रेशम उत्पादन
पीसी कल्चर	-	मत्स्य उत्पादन
विटी कल्चर	-	अंगूर उत्पादन
एपी कल्चर	-	मधुमक्खी पालन
वर्मी कल्चर	-	केचुआ पालन

Exp:-

Q. जिस प्रकार दुग्ध उत्पादन का संबंध श्वेत क्रान्ति से है। उसी प्रकार केचुआ पालन का संबंध किससे है?

एपी कल्चर	पीसी कल्चर	विटी कल्चर	कोई नहीं
(a)	(b)	✓(c)	(d)

धर्म और धार्मिक पुस्तकें / पूजा स्थल

हिन्दू	-	रामायण, महाभारत / मन्दिर
मुस्लिम	-	क़ुरान / मस्जिद
इसाई	-	बाइबिल / गिरजाघर
सिक्ख	-	गुरुग्रन्थ साहेब / गुरुद्वारा
यहुदी	-	तोराह

Exp:-

Q. जिस प्रकार तोराह का संबंध यहुदी से है। उसी प्रकार क़ुरान का संबंध किससे है।

हिन्दू	यहूदी	सिक्ख	मुस्लिम
(a)	(b)	(c)	✓(d)

नगर और संस्थापक

श्रीनगर	-	अशोक
आगरा	-	सिकन्दर लोदी
अमृतसर	-	गुरु रामदास

KOTHARI INSTITUTE

जयपुर - सवाई जय सिंह
फिरोजाबाद - फिरोजशाह तुगलक

Exp:-

Q. जिस प्रकार श्रीनगर का सम्बन्ध अशोक से है। उसी प्रकार फिरोजाबाद का सम्बन्ध किससे है?

सिकन्दर लोदी	गुरु रामदास	फिरोजशाह तुगलक	सभी
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्यक्ति और समाधिस्थल

महात्मा - राजघाट
लाल बहादुर शास्त्री - विजय घाट
मोरारजी देसाई - अभय घाट
चौधरी चरण सिंह - किसान घाट
राजीव गाँधी - वीर भूमि

Exp:-

Q. राजघाट का संबंध महात्मा गाँधी से है। उसी प्रकार किसान घाट का संबंध है।

चौधरी चरण सिंह	लाल बहादुर शास्त्री
(a)	(b)
मोरारजी देसाई	इनमें से कोई नहीं
✓(c)	(d)

लेख- ट्रॉफी / परिसर

- क्रिकेट - दिल्ली ट्रॉफी / पिच
- बैडमिंटन - उबेर कप / कोर्ट
- हॉकी - ध्यानचन्द ट्रॉफी / फिल्ड
- फुटबॉल - डूरण्ड कप /
- गोल्फ - राइडर कप /
- मुक्केबाजी - ..../रिंग
- निशानेबाजी - ..../रेंज

Exp: -

Q. क्रिकेट का संबंध पिच से है। उसी प्रकार प्रकार मुक्केबाजी का संबंध किससे है?

रिंग	कोर्ट	फिल्ड	रेंज
✓(a)	(b)	(c)	(d)

पुरस्कार और क्षेत्र

- ग्रेमी पुरस्कार - संगीत
- ऑस्कर पुरस्कार - फिल्म
- बुकर पुरस्कार - साहित्य
- पुलिंत्जर - पत्रकारिता
- ग्लोबल पुरस्कार - पर्यावरण

Exp: -

Q. ग्रेमी पुरस्कार का संबंध संगीत से है। उसी प्रकार पुलित्जर पुरस्कार का संबंध किससे है?

पर्यावरण	साहित्य	पत्रकारिता	इनमें से कोई नहीं
(a)	(b)	✓(c)	(d)

भारत के राष्ट्रीय प्रतीक

- पुष्प - कमल
- पक्षी - मोर
- पशु - बाघ
- खेल - हॉकी
- नदी - गंगा

संख्या सादृश्यता

संख्या सादृश्यता के अन्तर्गत दो संख्या या संख्या समूह दिये जाते हैं जिसके बीच किसी न किसी प्रकार का संबंध होता है।

संख्याओं के वर्ग

$1^2 \Rightarrow 1,\ 2^2 \Rightarrow 4,\ 3^2 \Rightarrow 9,\ 4^2 \Rightarrow 16,\ 5^2 \Rightarrow 25,$
$6^2 \Rightarrow 36,\ 7^2 \Rightarrow 49,\ 8^2 \Rightarrow 64,\ 9^2 \Rightarrow 81,\ 10^2 \Rightarrow 100$

Exp: -

Q. 5 का संबंध 25 से है। उसी प्रकार 8 का संबंध किससे है?

64	49	48	65
✓(a)	(b)	(c)	(d)

संख्याओं के घन

$1^3 \Rightarrow 1,\ 2^3 \Rightarrow 8,\ 3^3 \Rightarrow 27,\ 4^3 \Rightarrow 64,\ 5^3 \Rightarrow 125,$
$6^3 \Rightarrow 216,\ 7^3 \Rightarrow 343,\ 8^3 \Rightarrow 512,\ 9^3 \Rightarrow 729,$
$10^3 \Rightarrow 1000$

Exp: -

Q. 5 का संबंध 125 से है। उसी प्रकार 7 का संबंध किससे है?

320	310	343	346
✓(a)	(b)	(c)	(d)

❐❐❐❐❐❐

KOTHARI INSTITUTE

वर्गीकरण (Classification)

वर्गीकरण का शाब्दिक अर्थ 'वर्ग का निर्धारण' होता है। वर्गीकरण के अन्तर्गत निम्न प्रकार से प्रश्न पूछे जाते हैं जो निम्न है-

1. शब्दों का वर्गीकरण
2. अक्षर या अक्षर समूहों का वर्गीकरण
3. संख्याओं का वर्गीकरण

शब्दों का वर्गीकरण

इसके अन्तर्गत कुछ शब्द दिए गए होते हैं जिनमें कोई आपसी संबंध होता है। इसमें से एक शब्द ऐसा होता है जो शेष शब्दों से भिन्न होता है। इसी भिन्न शब्द को चुनकर उत्तर का निर्धारण करते है।

Q. **मकान** (a) **अपार्टमेंट** (b) **भवन** (c) **संस्था** ✓(d)

व्याख्या-

जिस प्रकार मकान, अपार्टमेंट, भवन व्यक्ति का निवास स्थान होता है जबकि व्यक्ति किसी संस्था में निवास नहीं करता है, बल्कि वह उसका सदस्य होता है। अत: विकल्प (d) सही है।

अक्षरों का वर्गीकरण

इसके अन्तर्गत कुछ अक्षर दिए गए होते हैं जिनमें कोई आपसी संबंध होता है। इसमें से एक अक्षर ऐसा होता है जो शेष अक्षरों से भिन्न होता है। इसी भिन्न अक्षर को चुनकर उत्तर का निर्धारण करते है।

Q. VWXY ✓(a) **CEGI** (b) **KMOQ** (c) **RTVX** (d)

व्याख्या-

$$V \xrightarrow{+1} W \xrightarrow{+1} X \xrightarrow{+1} Y$$

अर्थात् विकल्प (a) अन्य तीन से भिन्न है क्योंकि बाकि सभी में 2 अधिक है है जबकि विकल्प (a) में अधिक है। अत: विकल्प (a) सही है।

समूहो में छोटे और बड़े अक्षरों पर

Q. PQs (a) **AtB** (b) **mnZ** ✓(c) **DfE** (d)

व्याख्या-

अर्थात् विकल्प (c) को छोड़कर अन्य सभी में एक अक्षर छोटा है अत: विकल्प (c) सही है।

स्वर तथा व्यंजन पर

Q. DEB (a) **RTP** (b) **HIF** ✓(c) **NOL** (d)

व्याख्या-

अन्य सभी में एक स्वर है तथा विकल्प (b) में एक भी स्वर भी स्वर नहीं है। अत: विकल्प (b) सही है।

अक्षरों के आवर्तन पर

Q. WJWYO (a) **ACAZV** (b) **METET** ✓(c) **MONJK** (d)

व्याख्या-

अर्थात् विकल्प d को छोड़कर सभी में एक अक्षर दो आया है। अत: विकल्प d सही है।

संख्याओं का वर्गीकरण

संख्याओं का वर्गीकरण निम्न आधारों पर किया जा सकता है-

अंकों के वर्ग या घन पर आधारित

Q. 144 (a) **169** (b) **196** (c) **210** ✓(d)

व्याख्या- विकल्प (d) के अतिरिक्त अन्य सभी वर्ग है। जैसे-

$12^2 = 144,\quad 13^2 = 269,\quad 14^2 = 196$

अंकों के योग पर

Q. 72 (a) **45** (b) **81** (c) **28** ✓(d)

अर्थात् विकल्प d के अतिरिक्त दोनों संख्याओं का योग सभी में है।

विभाज्यता तथा अविभाज्यता पर

Q. 49 (a) **63** (b) **81** (c) **77** ✓(d)

व्याख्या- विकल्प c को छोड़कर अन्य तीनों 7 से विभाज्य है।

सम, विषम तथा रूढ़ संख्याओं पर

Q. 11 (a) **13** (b) **15** ✓(c) **17** (d)

व्याख्या-

विकल्प c को छोड़कर अन्य सभी रूढ़ (prime) संख्या है।

अंकों के घटते या बढ़ते क्रम पर

Q. 976 (a) **643** (b) **754** ✓(c) **536** (d)

व्याख्या-

विकल्प d के अतिरिक्त सभी विकल्पों में अंक घटते क्रम में है।

KOTHARI INSTITUTE

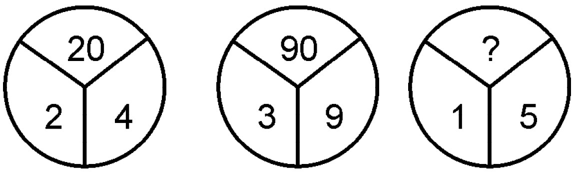
लुप्त संख्या/अक्षर ज्ञात करना (Find a Missing Number / Letter)

लुप्त संख्या / अक्षर ज्ञात करने के लिए हमें त्वरित मानसिक गणना की आवश्यकता होती है। इसके अन्तर्गत आने वाले प्रश्नों में कुछ संख्याओं/अक्षरों को किसी खास तार्किक व गणितीय गणना के आधार पर किसी आरेख या ज्यामितीय आकृति अथवा तालिका या सारणी में स्थापित किया जाता है।

Type-I

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें औ बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

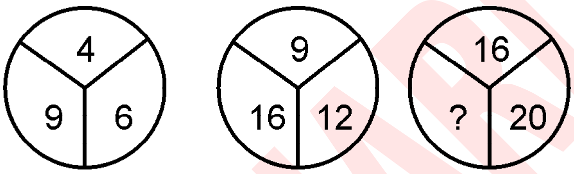
Q1.



20 (a) 25 (b) 26 ✓(c) 75 (d)

व्याख्या- जिस प्रकार $2^2 + 4^2$ के योग से **20** बनता है उसी प्रकार $3^2 + 9^2$ के योग से **90** बनता है तथा $1^2 + 5^2$ के योग से **26** बनता है।

Q2.



21 (a) 25 ✓(b) 45 (c) 50 (d)

व्याख्या-
1. पहले वृत्त में $\sqrt{9} \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6$
2. दूसरे वृत्त में $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$
3. तीसरे वृत्त में $\sqrt{16} \times \sqrt{?} = 20$

$4 \times \sqrt{?} = 20$

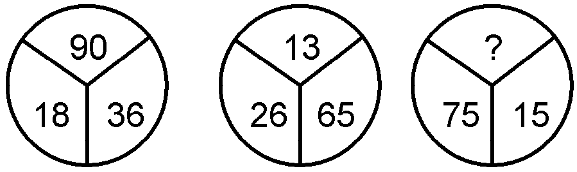
$\sqrt{?} = \frac{20}{4} = 5$

$\sqrt{?} = 5$

$? = 5^2$

$? = 25$

Q.3



30 ✓(a) 75 (b) 45 (c) 60 (d)

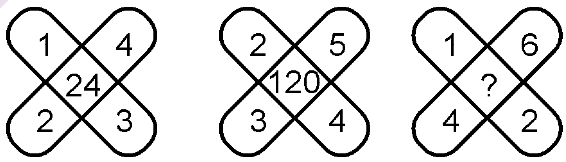
व्याख्या-
1. पहले वृत्त में $18 \times 2 = 36$, $18 \times 5 = 90$
2. दूसरे वृत्त में $13 \times 2 = 26$, $13 \times 5 = 65$
3. तीसरे वृत्त में $15 \times 2 = 30$, $15 \times 5 = 75$

अर्थात् इसमें पहले वृत्त में 2 का गुणा व दूसरे में 5 का गुणा हुआ।

Type-II

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें औ बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1

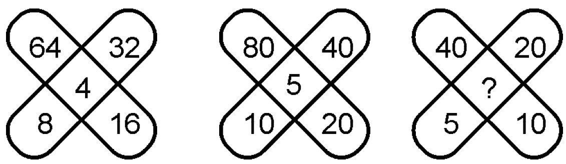


40 (a) 140 (b) 48 ✓(c) 36 (d)

व्याख्या-
1. $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
2. $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
3. $1 \times 2 \times 4 \times 6 = 48$

अर्थात् सभी संख्याओं का आपस में गुणा करने पर जो योग आता है वह उसका केन्द्रीय अक्षर होगा। अत: विकल्प (c) सही है।

Q.



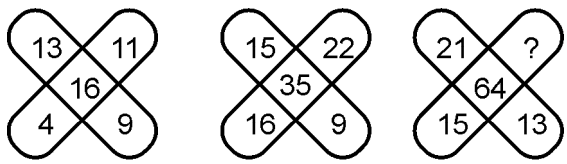
0 (a) 10 (b) 2.5 ✓(c) 20 (d)

व्याख्या- मध्य अंक से शुरु करके दुगना करने पर में 5 का गुणा हुआ।

KOTHARI INSTITUTE

1. 4 × 2 = 8   8 × 2 = 16
   16 × 2 = 32   32 × 2 = 64
2. 5 × 2 = 10   10 × 2 = 20
   20 × 2 = 40   40 × 2 = 80
3. 2.5 × 2 = 5   5 × 2 = 10
   10 × 2 = 20   20 × 2 = 40

अत: विकल्प (c) सही है।

Q.


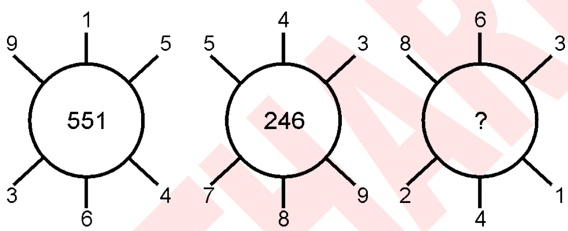
23	19	20	22
✓(a)	(b)	(c)	(d)

1. $11 - 7 = 4^2 = 16$
2. $22 - 16 = 6^2 = 36$
3. $21 - 13 = 8^2 = 64$
   ? - 15 = 8 या ? - 15 = 8 23

अत: विकल्प (a) सही है।

Type-III

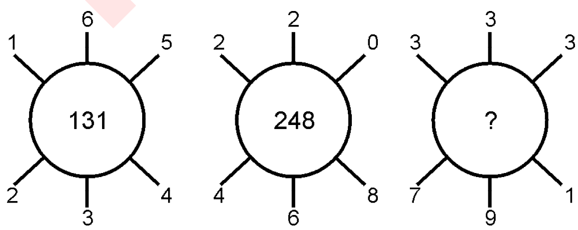
निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1


262	622	631	824
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या- 1. 915 - 364 = 515
2. 789 - 543 = 246
3. 863 - 241 = 622

अत: विकल्प (b) सही है।

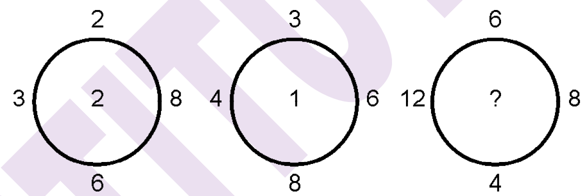
Q.2


~~0001~~	~~0001~~	~~0001~~	~~00001~~
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-
1. 2-1 = 1, 6-3 = 3, 5-4 = 1   131
2. 4-2 = 2, 6-2 = 4, 8-0 = 8   248
3. 7-5 = 2, 9-3 = 6, 3-1 = 2   262

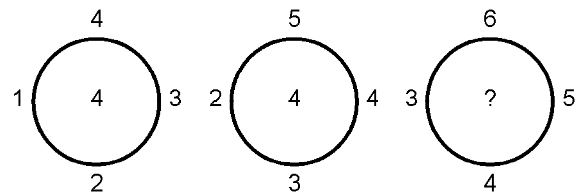
Type-IV

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1


4	3	5	6
(a)	(b)	(c)	✓(d)

व्याख्या-
1. (8 × 3) ÷ (6 × 2)
   24 ÷ 12 = 2
2. (8 × 3) ÷ (6 × 4)
   24 ÷ 24 = 1
3. (12 × 8) ÷ (6 × 4)
   96 ÷ 24 = 6

Q.2


2	4	5	7
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या-

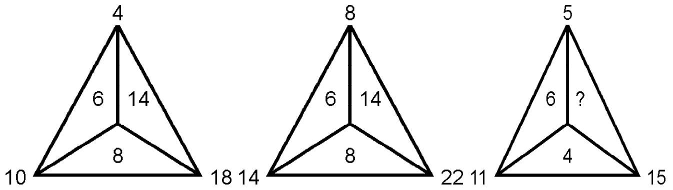
1. (4 + 3) − (1 + 2)   7 − 3 = 4
2. (5 + 4) − (2 + 3)   9 − 5 = 4
3. (6 × 5) − (3 + 4)   11 − 7 = 4

KOTHARI INSTITUTE

Type - V

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1



14	22	32	320
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार

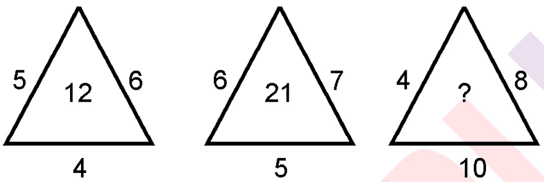
1. 18 - 4 = 14

2. 22 - 8 = 14

3. 15 - 5 = 10

अत: विकल्प (c) सही है।

Q.2



6	8	10	14
(a)	(b)	✓(c)	(d)

व्याख्या- दिए गए निर्देशों के अनुसार

1. $\frac{5 \times 6 \times 4}{10} = \frac{120}{10} = 12$

2. $\frac{6 \times 7 \times 5}{10} = \frac{210}{10} = 21$

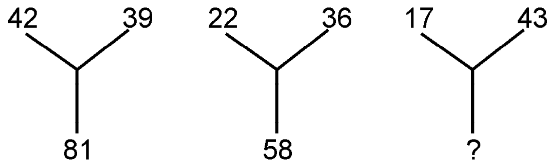
3. $\frac{4 \times 8 \times 10}{10} = \frac{320}{10} = 32$

अर्थात् त्रिभुज के बाहर की तीनों संख्याओं को मुख्य कर एक समान संख्या 10 से भाग दिया गया है। अत: विकल्प (c) सही है।

Type - VI-A

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1



26	60	52	80
(a)	✓(b)	(c)	(d)

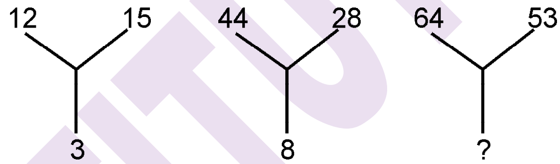
व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार

1. 42 + 39 = 81 **2.** 22 + 36 = 58

3. 17 + 43 = 60

अर्थात् उपर की दोनों संख्याओं का योग नीचे की संख्या है। अत: विकल्प (b) सही है।

Q.2



30	**13**	**70**	**118**
(a)	✓(b)	(c)	(d)

व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार

1. $\frac{15 + 12}{9} = \frac{27}{9} = 3$

2. $\frac{44 + 28}{9} = \frac{72}{9} = 8$

3. $\frac{64 + 53}{9} = \frac{117}{9} = 13$

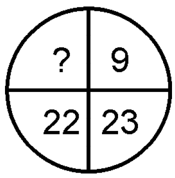
अर्थात् उपर की दोनों संख्याओं को जोड़कर एक समान संख्या 9 से भाग देने पर नीचे की संख्या प्राप्त होती है।

अत: विकल्प (b) सही है।

Type - VI-B

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1



40	39	38	44
(a)	(b)	✓(c)	(d)

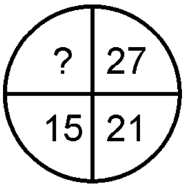
KOTHARI INSTITUTE

व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार

1. $9 + 2^2 = 9 + 4 = 13$
2. $13 + 3^2 = 13 + 9 = 22$
3. $22 + 4^2 = 22 + 16 = 38$

अर्थात् दी गई संख्या में बढ़ते क्रम में संख्या का वर्ग निकालकर उसे संख्या में जोड़ा जायेगा। अत: विकल्प (c) सही है।

Q.1



(a) **8** (b) **7** ✓(c) **9** (d) **10**

व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार

1. $27 - 6 = 21$ **2.** $21 - 6 = 16$
3. $15 - 6 = 9$

अर्थात् क्रमवार हर संख्या में से 6 को घटाया जाता है। अत: विकल्प (c) सही है।

Type - VII

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q.1

5	4	9
6	3	?
7	2	4
65	20	45

(a) **4** ✓(b) **2** (c) **3** (d) **1**

व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार-

1. $(5) \times (6+7)$ $5 \times 13 = 65$
2. $(4) \times (3+2)$ $4 \times 5 = 20$
3. $(9) \times (? + 14)$ $9 \times ? + 36 = 45$

$9 \times ? = 45 - 36$ $9 \times ? = 9$

$? = \frac{9}{9} = 1$

Q.1

9	8	7
6	7	8
5	4	?
270	224	336

(a) **9** ✓(b) **6** (c) **7** (d) **5**

व्याख्या - दिए गए निर्देशों के अनुसार-

1. $9 \times 6 \times 5 = 270$
2. $8 \times 7 \times 4 = 224$
3. $7 \times 8 \times ? = 336$

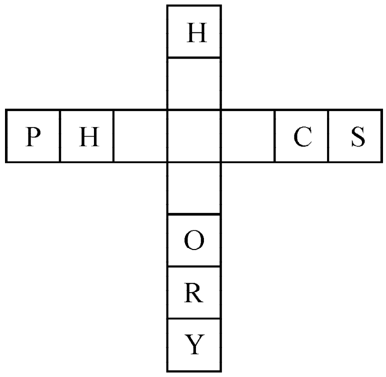
$? = \frac{336}{56} = 6$

$? = 6$

Type - VIII

निर्देश- निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में विभिन्न आकृतियों में दी गई संख्याओं का ध्यानपूर्वक अध्ययन करके उनके बीच आपसी संबंधों को ज्ञात करें और बताएं कि प्रश्न चिन्ह के स्थान पर कौन सा अंक / अक्षर आएगा।

Q. 'आड़े तथा नीचे' की तरफ लुप्त अक्षरों को चुनिए ताकि पैटर्न में दिए गए दोनों शब्द पूरे हो जाएं।



(a) **EBE, UBH** (b) **ILI, ELL**
✓(c) **ONI, ONT** (d) **YSI, IST**

व्याख्या - अर्थात् क्षैतिज में YSI से मिलकर PHYSICS बनता है तथा उर्वार्द्ध IST से मिलकर HISTORY बनता है। अत: विकल्प (d) सही है।

❑❑❑❑❑❑

KOTHARI INSTITUTE

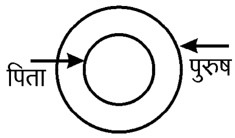
तार्किक वेन आरेख (LOGICAL VENN DIAGRAM)

किसी वस्तु, व्यक्ति या स्थान आदि शब्दों को उनके अर्थ के आधार पर एक Diagram से प्रदर्शित किया जाए तो उसे Venn Diagram कहते हैं।

इस Method में किसी भी शब्द को एक बंद आकृति के माध्यम से दिखाया जाता है, यह आकृति मुख्यत: गोल होती है। इस गोल आकृति के शब्द की वास्तविक आकृति से कोई संबंध नहीं होता है। किन्ही दो आकृतियों की तर्क के आधार पर उनकी तुलना की जाती है।

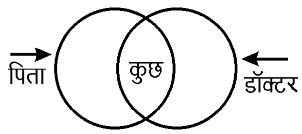
वेन आरेख में तीन आरेखीय स्थिति होती है-

1. **सभी भाग - पिता, पुरुष में संबंध क्या है।**



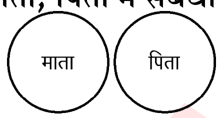
अर्थात् सभी पिता पुरुष होते हैं।

2. **कुछ भाग- पुरुष, डॉक्टर होते हैं।**



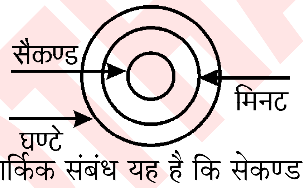
अर्थात् कुछ पुरुष डॉक्टर होते हैं।

3. **कोई नहीं - माता, पिता में संबंधों का निर्धारण करना।**



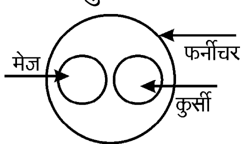
EXAMPLE:

1. **जब एक समुच्चय दूसरे से तथा दूसरा, तीसरे से पूर्णत: सम्बद्ध होता है - जैसे - घण्टा : मिनट : सेकण्ड**



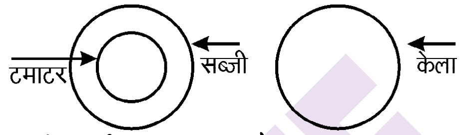
अर्थात् इसमें तार्किक संबंध यह है कि सेकण्ड से मिनट तथा मिनट से घण्टा बनता है।

2. **जब दो समुच्चय एक समुच्चय से पूर्णत: सम्बद्ध होता है परन्तु दोनों समुच्चय एक दूसरे से पूर्णत: असम्बद्ध होता है। जैसे- मेज : कुर्सी : फर्नीचर**



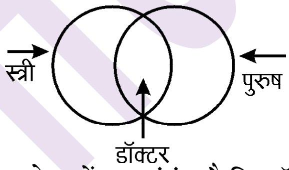
अर्थात् इसमें तार्किक संबंध यह है कि कोई मेज, कुर्सी नहीं होता है, परन्तु मेज और कुर्सी फर्नीचर के अन्तर्गत आते हैं।

3. **एक समुच्चय दूसरे से पूर्णत: सम्बद्ध हो तथा तीसरा समुच्चय उन दोनों से पूर्णत: असम्बद्ध हो।**
   जैसे- सब्जी, टमाटर, केला



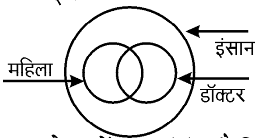
अर्थात् इसमें तार्किक संबंध यह है कि सभी टमाटर सब्जी में आते हैं, जबकि केला एक फल है।

4. **दो समुच्चय एक दूसरे से पूर्णत: असम्बद्ध हो तथा तीसरे का उन दोनों समुच्चयों से आंशिक रूप से सम्बद्ध है।**
   जैसे- स्त्री : पुरुष : डॉक्टर



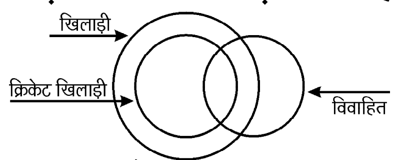
अर्थात् तार्किक वेन आरेख में यह संबंध है कि डॉक्टर या तो स्त्री होना या पुरुष तथा स्त्री और पुरुष दो अलग-अलग समुच्चय है।

5. **जब दो एक समुच्चय से पूर्णत: सम्बद्ध हो और दोनों समुच्चय एक दूसरे से आंशिक रूप से सम्बद्ध है।**
   जैसे - महिला : इंसान : डॉक्टर



अर्थात् तार्किक लेन आरेख में यह संबंध है कि कुछ महिला डॉक्टर होती हैं तथा सभी महिला इंसान होती है।

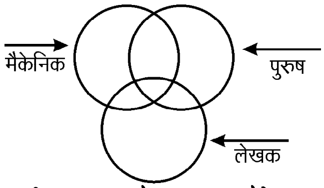
6. **एक समुच्चय दूसरे समुच्चय से पूर्णत: सम्बद्ध हो तथा तीसरा समुच्चय दोनों समुच्चयों से आंशिक रूप से सम्बद्ध है।**
   जैसे- खिलाड़ी : क्रिकेट खिलाड़ी : विवाहित



अर्थात् इसमें तार्किक संबद्ध है कि सभी क्रिकेट खिलाड़ी होते हैं तथा कुछ क्रिकेट खिलाड़ी और कुछ अन्य खेलों के भी खिलाड़ी, विवाहित होते हैं।

7. **तीनों के तीनों समुच्चय एक दूसरे से आंशिक से असम्बद्ध हो**
   जैसे- मेकेनिक : पुरुष : लेखक

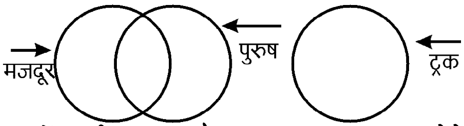
KOTHARI INSTITUTE



अर्थात् इसमें तार्किक संबंध है कि कुछ मैकेनिक पुरुष होते हैं कुछ पुरुष लेखक होते हैं, कुल लेखक मैकेनिक होते हैं।

8. दो समुच्चय एक दूसरे से आंशिक रूप से सम्बद्ध हो तथा तीसरा इन दोनों पूर्णतः सम्बद्ध है।

जैसे- मजदूर : पुरुष : ट्रक



अर्थात् इसमें तार्किक संबंध है कि कुछ पुरुष, मजदूर होते हैं या कुछ मजदूर, पुरुष होते हैं तथा ट्र इन दोनों से अलग है।

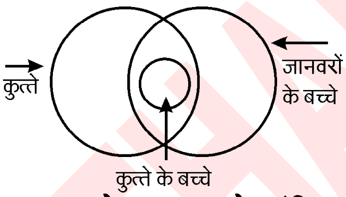
9. तीनों समुच्चय एक-दूसरे से पूर्णतः असम्बद्ध है।

जैसे- डॉक्टर : इंजीनियर : वकील

अर्थात् इसमें तार्किक संबंध है कि तीनों अलग-अलग व्याख्याएं हैं।

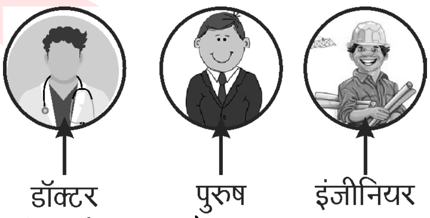
10. दो समुच्चय दूसरे से आंशिक रूप से सम्बद्ध हो तथा तीव्रता इन दोनों समुच्चयों से पूर्णतः सम्बद्ध हो -

जैसे- कुत्ते : कुत्ते के बच्चे : जानवरों के बच्चे



11. एक समुच्चय दूसरे समुच्चय से आंशिक रूप से सम्बद्ध हो तथा दूसरा समुच्चय तीसरे समुच्चय से आंशिक रूप से सम्बद्ध हो परन्तु पहले और तीसरे समुच्चय एक-दूसरे से पूर्णतः असम्बद्ध होता है-

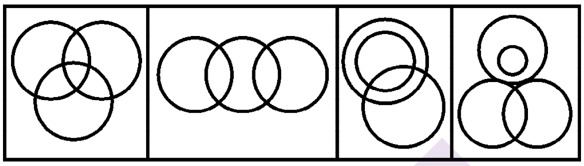
जैसे - पुरुष : डॉक्टर : इंजीनियर



अर्थात् इसमें तार्किक संबंध है कि कुछ पुरुष, डॉक्टर होते हैं तथा कुछ पुरुष इंजीनियर होते हैं परंतु कोई डॉक्टर, इंजीनियर नहीं होता है।

Exp-

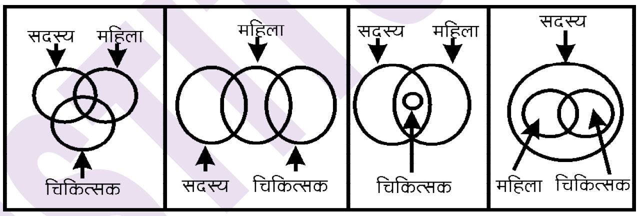
Q.1 नीचे दिये गये आरेखों में कौन-सा आरेख नारी, माँ और डॉक्टर के बीच सम्बद्ध को दर्शाता है-



(a) (b) ✓(c) (d)

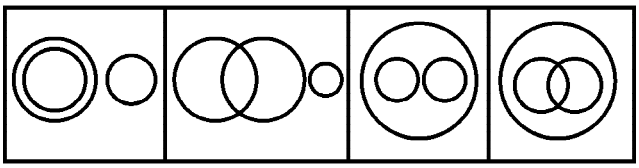
अर्थात् इसमें तार्किक संबंध है कि सभी नारी का माँ होना जरूरी है, परन्तु जो नारी, माँ नहीं है वो भी डॉक्टर हो सकते हैं।

Q.2 एक क्लब के सदस्यों में कुछ महिला चिकित्सक हैं। तब निम्न आकृतियों में कौन-सी ऐसी है जो इस वक्तव्य का समर्थन नहीं करती।



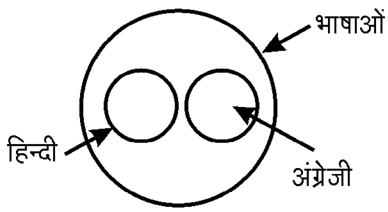
व्याख्या- अर्थात् इसमें तार्किक संबंध यह है कि आकृति अनुसार डॉक्टर महिला तो है पर सदस्य नहीं।

Q.3. नीचे दिए गए चार आरेखों में से वह आरेख चुनिए जो भाषाओं, अंग्रेजी तथा हिन्दी के बीच संबंध दर्शाना है।



(a) (b) ✓(c) (d)

व्याख्या-



अर्थात् इसमें तार्किक संबंध यह है कि हिन्दी, अंग्रेजी से संबंध नहीं परन्तु हिन्दी और अंग्रेजी भाषा के अन्तर्गत आती है।

KOTHARI INSTITUTE

पहेलियाँ (PUZZLES)

पहेली (PUZZLE): इस Section में प्रश्नों की एक श्रृंखला दी जाती है जो सामान्य अथवा बहुत ही जटिल होते हैं. प्रश्नों में कुछ जानकारियाँ दी गई होती हैं। इन जानकारियों को हम सारणी (table) में विश्लेषण करके सजाते हैं। इस Section से 5 प्रश्न पूछे जाते हैं। इसमें तीन या चार तरह के प्रश्नों का समावेश किया गया होता है जिसे हम निम्नलिखित उदाहरणों द्वारा समझेंगे।

उदाहरण

1. निम्नलिखित जानकारियों को ध्यानपूर्वक पड़कर उस पर आधारित प्रश्नों का उत्तर दीजियें-
राजीव, फिरोज, कुलदीप, नवल तथा पीटर का विराह रमा, संजु, आयशा, मोनिका तथा प्रभा से हुआ है (पर आवश्यक नहीं कि इसी क्रम में प्रत्येक जोड़े का एक पुत्र है, जिनके नाम हैं - संजय, मैक, गांगुली, अफरोज तथा गुरनाम (पर आवश्यक नहीं की इसकी क्रम में)
(a) गुरनाम, कुलदीपर का पुत्र है।
(b) मैक, पीटर का पुत्र है।
(c) आयशा, फिरोज की पत्नी है जबकि प्रभा गांगुली की माँ है।
(d) रमा, नवल की पत्नी हैं। संजु, राजीव की पत्नी है।
(e) अफरोज का पिता फिरोज है। मोनिका, पीटर की पत्नी है।

अब, अग्रलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

1. गांगुली का पिता कौन है?
(a) राजीव (b) नवाल
(c) पीटर (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
2. कुलदीप की पत्नी कौन है?
(a) रमा (b) प्रभा
(c) मोनिका (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
3. संजय किसका पुत्र है?
(a) नवल (b) फिरोज
(c) राजीव (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
4. प्रभा का पति कौन है?
(a) कुलदीप (b) पीटर
(c) फिरोज (d) नवल
5. संजय की माँ कौन है?
(a) रमा (b) मोनिका
(c) संजु (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

उत्तर

प्रश्न को पढ़ने के बाद यह पता चलता है कि फिर प्रश्न रिश्ते पर आधारित है। इस प्रश्न को हल करने के लिए सबसे पहले हम एक सारणी बना लेंगे जिसमें पति, पत्नी तथा पुत्र को अलग-अलग लिखेंगे।

पति	पत्नी	पुत्र
राजीव	संजु	संजय
नवल	प्रभा	गांगुली
फिरोज	आयशा	अफरोज
पीटर	मोनिका	मैक
कुलदीप	रमा	गुरनाम

प्रश्न को हल करने के सबसे पहले हम पति वाली सारणी को पूरा भर देते हैं। (i) के अनुसार गुरनाम कुलदीप का पुत्र है। अतः कुलदीप वाली सारणी में गुरनाम का नाम लिख देते हैं। (ii) के अनुसार मैक को पीटर के सामने उसके पुत्र वाली सारणी में लिख देते हैं। (iii) आयशा को फिरोज के समाने उसके पत्नी वाली सारणी में लिखते हैं जबकि प्रभा और गाँगुली को अलग लिख कर रख देते हैं। (iv) संजु को राजीव वाली सारणी में लिख देते हैं (v) अफरोज को फिरोज वाली सारणी में लिख देते हैं (vi) के अनुसार जब रमा नवल की पत्नी नहीं है तो वह कुलदीप की पत्नी होगी और बाकि केवल नवल बचत जाता है जिसमें प्रभा तथा गाँगुली को लिख देते हैं।

1. (b) गाँगुली का पिता नवल है।
2. (a) कुलदीप की पत्नी रम है।
3. (c) संजय राजीव का पुत्र है।
4. (d) प्रभा का पति नवल है।
5. (c) संजय की माँ संजु है।

11. निम्न सूचनाओं के आधार पर प्रश्नों का उत्तर दे-
(i) एक ग्रुप मे छह व्यक्ति P, Q, R, S, T और U हैं।
(ii) ग्रुप में दो इंजीनियर, दो वकील एक शिक्षक और एक डॉक्टर है।
(iii) Q, T, P और R दो विवाहित जोड़े है। (कोई जरूरी नहीं कि उसी क्रम में), इनमें किसी का पेशा एक समान नहीं है।
(iv) T, जो शिक्षक है और नीला कपड़ा पहनते है, की शादी एक पुरुष वकील से हुई है जो भूरा वस्त्र पहने हुए हैं।

(v) पतियों के वस्त्रों के रंग समान हैं। पत्नियों के वस्त्रों के रंग भी समान है।
(vi) दो के वस्त्र नीले हैं, दो के भूरे, एक का काला एवं एक का हरा।
(vii) P, पुरुष इंजीनियर है और S जो उसकी बहन है महिला इंजीनियर है।
(viii) Q डॉक्टर है।

अब प्रश्नों का उत्तर दिजिये-

1. U के वस्त्र का रंग क्या है?
(a) काला (b) हरा
(c) काला या हरा (d) भूरा
(e) ज्ञात नहीं किया जा सकता

2. निम्नलिखित में से कौन विवाहित स्त्रियों का जोड़ा है?
(a) QT (b) PR
(c) TU (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता है।

3. स्त्रियों का निम्नलिखित में से कौन ग्रुप है?
(a) QSU (b) QSR
(c) QST (d) UST
(e) इनमें से कोई नहीं

4. P की पत्नी कौन है?
(a) R (b) T
(c) S (d) Q
(e) इनमें से कोई नहीं

5. दो वकील कौन है?
(a) RU (b) UT
(c) PR (d) QT (e) इनमें से कोई नहीं

उत्तर

नाम	पेशा	वस्त्र रंग
Q_F	डॉक्टर	नीला
T_F	शिक्षक	नीला
P_M	इंजीनियर	भूरा
R_M	वकील	भूरा
S_F	इंजीनियर	हरा या काला
U_M	वकील	हरा या काला

पहली 6 सूचनाओं को सिर्फ हम अपने ध्यान में रखते है और सिर्फ -T शिक्षक नीला पहनते हैं। अब (vii) से P_M = इंजीनियर और S_F भी इंजीनियर है। अब (iii) से स्पष्ट है T स्त्री है और वकील पुरुष। अब आप देखेंगे दो जोड़े (Q, T, P, M) में से तीन का पेशा ज्ञात है। Q_F = डॉक्टर T_F = शिक्षक, P_M = इंजीनियर तो चौथा R अवश्य ही वकील होगा। अब चूँकि वकील पुरुष है, तो Q_F (डॉक्टर) अवश्य ही स्त्री होगी, क्योंकि जोड़ो में से T स्त्री है और P पुरुष । जब स्त्री पुरुष निर्धारित हो गया तो उसके वस्त्र रंग (पुरुष - भूरा और स्त्री - नीला) निर्धारित हो गया। अब, जोड़ों के अलावा S और U बचते हैं। S जो स्त्री है, इंजीनियर है तो U पुरुष और वकील होगा क्योंकि ग्रुप में तीन पुरुष हैं और दो वकील हैं। S और U का रंग तय नहीं हो सकता ।

1. (c) 2. (a) 3. (c)
4. (d) 5. (a)

प्रश्नावली - I

निर्देशः (1-5): निम्नलिखित जानकारी का ध्यानपूर्वक अध्यय कर नीचे दिये गये प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

सात प्रबंधक शर्मा, मिश्रा, सिंह, कुलकर्णी, राव, जोशी और नायर, सूरत, चण्डीगढ़, दिल्ली और लखनऊ इन चार अलग - अलग स्थानों पर जोड़े में या अकेले साक्षात्कार कण्डक्ट करने वाले हैं। इनमें से केवल एक रेल से यात्रा करना चाहता है, दो कार से और शेष विमान से यात्रा करना चाहते हैं।

(i) शर्मा लखनऊ जा रहा है किन्तु कार या विमान से नहीं।
(ii) मिश्रा कार की यात्रा पसंद करता है।
(iii) न तो जोशी और न ही नायर दिल्ली जा रहे हैं।
(iv) केवल सूरत जाने वाले सड़क से यात्रा करते हैं।
(v) कुलकर्णी, अपने मित्र मिश्रा की सहायता करेगा।
(vi) दिल्ली जाने वाले दो प्रबंधक विमान से यात्रा करेंगे।

1. निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है?
(a) कुलकर्णी विमान से यात्रा करता है।
(b) नायर, राव की सहायता करेगा
(c) शर्मा अकेला साक्षात्कार कण्डक्ट करता है
(d) जोशी चण्डीगढ़ जाता है।
(c) उपर्युक्त में से कोई नहीं

2. चण्डीगढ़ में कौन साक्षात्कार कण्डक्ट करेगा?
(a) नायर (b) सिंह
(c) राव (d) डाटा अपर्याप्त है
(e) इनमें से कोई नहीं

3. यात्रा के तरीके के संदर्भ में निम्नलिखित में से कौन-सा अन्य चार से भिन्न है?
(a) शर्मा - मिश्रा (b) राव-मिश्र
(c) नायार - राव (d) कुलकर्णी-जोशी
(e) शर्मा - सिंह

KOTHARI INSTITUTE

4. दिल्ली कौन जाता है?
   (a) मिश्रा-कुलकर्णी (b) राव-सिंह
   (c) कुलकर्णी जोशी (d) डाया-अपर्याप्त है
   (e) इनमें से कोई नहीं
5. कुलकर्णी कहाँ साक्षात्कार कण्डक्ट करेंगे?
   (a) सूरत (b) लखनऊ
   (c) चण्डीगढ़
   (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता
   (e) इनमें से कोई नहीं

निर्देशः (6-11) : निम्नलिखित जानकारी का ध्यानपूर्वक अध्ययन कर नीचे दिये गये प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

M, T, D, F, H, R और W सात विद्यार्थी हैं जो तीन विभिन्न कॉलेजों I, II और III में इस प्रकार पढ़ते हैं कि कम-से-कम दो एक कॉलेज में हैं। अंग्रेजी, इतिहास, भूगोल, गणित, भौतिकी, रसायन शास्त्र और जीव विज्ञान में से प्रत्येक के पास एक पसंद का विषय है, जरूरी नहीं कि इसी क्रम में।

D का पसंदीदा विषय भौतिकी है और वह कॉलेज II में केवल M के साथ अध्ययनरत है। H की पढ़ाई कॉलेज III में नहीं होती है और उसे अंग्रेजी पसंद है। F की पढ़ाई कॉलेज III में होती है और उसे गणित पसंद नहीं है। जिसे भूगोल और रसायन शास्त्र पसंद है। उनकी पढ़ाई एक ही कालेज में होती है। W को जीव-विज्ञान पसंद है और कॉलेज I में अध्ययनरत नहीं है। R की पढ़ाई H के साथ नहीं होती है। R को रसायनशास्त्र पसंद नहीं है। M को इतिहास पसंद नहीं है।

6. निम्न में से विद्यार्थियों का कौन-सा समूह III कॉलेज में पढ़ता है?
   (a) FWR (b) FM
   (c) FTR (d) डाटा अपर्याप्त है
   (e) तीन से अधिक
7. T का पसंदीदा विषय कौन-सा है?
   (a) जीवन विज्ञान (b) गणित
   (c) रसायन शास्त्र (d) डाटा अपर्याप्त है
   (e) इनमें से कोई नहीं
8. निम्न में से कौन-सा संयोजन सही है?
   (a) I-M- गणित (b) III-F रसायन शास्त्र
   (c) III-F भौतिकी (d) III-F इतिहास
   (e) इनमें से कोई नहीं
9. M का पसंदीदा विषय कौन-सा है?
   (a) भूगोल (b) गणित
   (c) रसायन शास्त्र (d) डाटा अपर्याप्त है
   (e) इनमें से कोई नहीं
10. इनमें से तीन किस कॉलेज में पढ़ते है?
   (a) I (b) II
   (c) III (d) II या III
   (e) इनमें से कोई नहीं
11. निम्न में से विद्यार्थियों का कौन-सा समूह कॉलेज I में पढ़ता है?
   (a) HF (b) IIR
   (c) TR (d) HT
   (e) इनमें से कोई नहीं

निर्देशः (12-16) निम्नलिखित जानकारी का ध्यानपूर्वक अध्ययन कर नीचे दिये गये प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

आठ व्यक्ति A, B, C, D, E, F, G और H अलग-अलग कंपनी अर्थात X, Y और Z में काम करते हैं। किसी भी एक कंपनी में तीन से अधिक व्यक्ति काम नहीं करते हैं। समूह में केवल दो महिलाएँ हैं जिनकी विशेषता अलग-अलग है और वे अलग कंपनियों में कार्यरत हैं। HR, वित्त और विपणन इनमें से प्रत्येक में मित्रों के समूह में दो-दो को विशेषज्ञता प्राप्त है। एक सदस्य इंजीनियर और एक डॉक्टर है। H एक HR विशेषज्ञ है और विपणन विशेषज्ञ B के साथ कार्यरत है जो कंपनी Y में कार्यरत नहीं है। C एक इंजीनियर है और उसकी बहन Z कंपनी में काम करती है। D कंपनी X में कार्यरत एक HR विशेषज्ञ है, जबकि उसका मित्र G एक वित्त विशेषज्ञ है और कंपनी Z में कार्यरत है। समान विशेषता वाले कोई भी दो व्यक्ति एक साथ काम नहीं करते हैं। विपणन विशेषज्ञ F कंपनी Y में कार्यरत है और उसका मित्र A जो वित्त विशेषज्ञ है कंपनी X में कार्यरत है जिसमें केवल दो विशेषज्ञ कार्य करते हैं। कोई महिला विपणन विशेषज्ञ या डॉक्टर नहीं है।

12. C किस कंपनी में कार्यरत है?
   (a) Y (b) X
   (c) Z (d) डाटा अपर्याप्त है
13. निम्नलिखित में से कौन-सा एक ही कंपनी में कार्यरत जोड़े का निरूपण करता है?
   (a) D और C (b) A और B
   (c) A और E (d) इनमें से कोई नहीं
14. निम्नलिखित में से कौन-सा संयोजन सही है?
   (a) C-Z इंजीनियर (b) E-X - डॉक्टर
   (c) H-X-HR (d) C-Y - इंजीनियर
15. मित्रों में से डॉक्टर कौन है?
   (a) H (b) E
   (c) C (d) या तो E या C

KOTHARI INSTITUTE

16. निम्नलिखित में से कौन-सा जोड़ा समूह की दो महिलाओं को निरूपति करता है?
(a) A और G (b) B और D
(c) D और G (d) डाया अपर्याप्त है

व्याख्यात्मक उत्तर - I

1. (e) इनमें से कोई नहीं है।
2. (d) चण्डीगढ़ साक्षात्कार करने के लिए जोशी या नायर में से कोई एक जा रहा है।
3. (c) केवल नायर और राव विमान से यात्रा कर रहे हैं जबकि अन्य अलग-अलग साधन से।
4. (b) दिल्ली राव और सिंह जा रहे हैं।
5. (a) कुलकर्णी सूरत साक्षात्कार करने जा रहा है।
6. (a) FWR विद्यार्थियों का समूह कॉलेज III में पढ़ता है।
7. (e) T को इतिहास पसंद है।
8. (b) III-F - रसायन शास्त्र का संयोजन सही है।
9. (b) M का पसंदीदा विषय गणित है।
10. (c) केवल कॉलेज III तीन विद्यार्थि पढ़ते है।
11. (d) H और T विद्यार्थियों का समूह कॉलेज I में पढ़ता है।
12. (a) C, Y कंपनी में कार्यरत है।
13. (d) इनमें से कोई सत्य नही है।
14. (d) C-Y इंजीनियर का संयोजन सही है।
15. (b) मित्रों में से E डॉक्टर है।
16. (c) D और G जोड़ा समूह की दो महिलाओं को निरूपित करता है।

प्रश्नावली - II

निर्देशः (1-5): निम्नलिखित जानकारी का ध्यानपूर्वक अध्ययन कर नीचे दिये गये प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

P, Q, R, S, T, V, और W एक क्लब के सात सदस्य हैं। शतरंज, टेबल-टेनिस, लॉन टेनिस, बॉलीबाल, बैडमिंटन, बास्केटबाल और कैरम में से प्रत्येक का एक पसंदीदा खेल है, जरूरी नहीं कि इसी क्रम में। इनमें से प्रत्येक को नीले, लाल, हरे, पीले, ग्रे, काले और सफेद में से एक विशिष्ट रंग भी पसंद है, जरूरी नहीं कि इसी क्रम में। R को हरा पसंद है और उसका पसंदीदा खेल बैडमिंटन है। V को न तो लाल और न तो काला रंग पसंद है। T का पसंदीदा खेल न तो टेबल टेनिस है और न ही बास्केटबॉल है। जिसे नीला पसंद है उसे कैरम पसंद है उसे पीला और ग्रे पसंद नहीं है। Q का पसंदीदा खेल लॉन टेनिस है और उसे काला पसंद है। S सफेद पसंद है। W को बास्केट बॉल पसंद है। P को बॉलिबॉल पसंद है। T को नीला पसंद है जिसे बास्केटबॉल पसंद है उसे ग्रे पसंद नहीं है।

1. V को कौन-सा रंग पसंद है?
(a) काला (b) ग्रे
(c) पीला (d) डाटा अपर्याप्त है
2. T का पसंदीदा खेल कौन-सा है?
(a) बास्केटबॉल (b) बॉलीबॉल
(c) शतरंज (d) डाटा अपर्याप्त है
3. कैरम किसका पसंद खेल है?
(a) S (b) R
(c) W (d) डाटा अपर्याप्त है
4. किसका पसंदीदा खेल बास्केटबॉल है?
(a) S (b) T
(c) W (d) R
5. W को कौन-सा रंग पसंद है?
(a) हरा (b) सफेद
(c) काला (d) इनमें से कोई नहीं

निर्देशः (6-11): इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए नीचे दी गई सूचना को पढ़िए -

(i) एक स्कूल ने वार्षिक खेल सप्ताह के दौरान शतरंगज, टेबल टेनिस, कैरम, खो-खो और बॉलीबाल की प्रतियोगिताएँ आयोजित की। समोवार से शनिवार तक हरेक दिन एक खेल हुआ, एक दिन आराम का दिन था।
(ii) कैरम की प्रतियोगिता पहले या अंतिम दिन नहीं हुई, लेकिन टेबल टेनिस की प्रतियोगिता से पहले हुई।
(iii) खो-खो की प्रतियोगिता टेबल टेनिस की प्रतियोगता वाले दिन के तत्काल अगले दिन हुई।
(iv) शतरंज की प्रतियोगिता आराम वाले दिन के तत्काल पिछले दिन हुई।
(v) खो-खो की प्रतियोगिता के दिन और वॉलीबॉल की प्रतियोगिता के दिन के बीच दो दिन का अंतर था।
(vi) वॉलीबॉल की प्रतियोगिता आराम वाले दिन के तत्काल बाद वाले दिन हुई।

6. निम्नलिखित में से आराम वाला दिन कौन-सा था?
(a) बुधवार (b) मंगलवार
(c) शुक्रवार (d) गुरुवार
7. खो-खो और कैरम प्रतियोगिता के दिनों के बीच कितने दिन का अंतर था?
(a) शून्य (b) दो
(c) तीन (d) चार
8. शतरंज की प्रतियोगिता कौन-से दिन हुई थी?
(a) गुरुवार (b) शुक्रवार
(c) सोमवार (d) बुधवार

9. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन गलत है?
   (a) कैरम प्रतियोगिता टेबल टेनिस प्रतियोगिता के तत्काल पिछले दिन हुई।
   (b) जिन दिन वॉलीबॉल प्रतियोगिता हुई, उसके दो दिन बाद खो-खो प्रतियोगिता हुई।
   (c) जिस-जिस दिन शतरंज और टेबल टेनिस की प्रतियोगिता हुई, उनके बीच तीन दिन का अंतर था।
   (d) आराम वाले दिन और जिस दिन कैरम प्रतियोगिता हुई, उनके बीच दो दिन का अंतर था।
10. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है?
   (a) खो-खो की प्रतियोगिता टेबल टेनिस की प्रतियोगिता के बाद हुई।
   (b) शतरंज की प्रतियोगिता गुरुवार को हुई।
   (c) बुधवार को प्रतियोगिता नहीं हुई।
   (d) टेबल टेनिस की प्रतियोगिता शतरंज की प्रतियोगिता से पहले हुई थी।
11. निम्नलिखित पाँच में से चार किसी प्रकार समान हैं। इसलिए उनका एक समूह बनता है। वह एक कौन-सा है जो इस समूह में नहीं आता है?
   (a) क्रिकेट (b) फुटबॉल
   (c) पोलो (d) कैरम

व्याख्यात्मक उत्तर- II

1. (b) V को ग्रे रंग पसंद है।
2. (c) T को शतरंज पसंद है।
3. (d) डाटा अपर्याप्त है।
4. (c) W का पसंदीदा खेल बास्केटबॉल है।
5. (d) W को पीला रंग पसंद है।
6. (b) मंगलवार आराम वाला दिन था।
7. (e) खो-खो और कैरम प्रतियोगिता के बीच एक दिन का अन्तर था।
8. (c) शतरंज की प्रतियोगिता सोमवार को हुई थी।
9. (d) आराम वाले दिन और जिस दिन कैरम प्रतियोगिता थी, के बीच दो दिन का अंतर था। असत्य है।
10. (a) खो-खो की प्रतियोगिता टेबल टेनिस की प्रतियोगिता के बाद हुई सत्य है।
11. (d) कैरम को छोड़कर अन्य सभी खेल मैदान में खेले जाते हैं

विविध प्रश्नावली

निर्देश (1-5): दिए गए प्रश्नों के उत्तर देने के लिए जानकारी ध्यान से पढ़िए-

5 के एक समह में प्रत्येक व्यक्ति की पेन, घड़ी और कार के लिए विशिष्ट और भिन्न प्राथमिकता है, पसंद है। पेन की प्राथमिकताएँ हैं- पार्कर, लैमी, प्वाइंटर, लेक्सी और सेलो। कार की प्राथमिकताएँ हैं- वैगनआर, स्विफट, सेंट्रों मीका और सिटी। घड़ी की प्राथमिकताएँ हैं- टाइमेक्स, टाइटन, फास्ट्रैक समय और सिटीजन।

सुमन के पास मीका और पार्कर हैं। लेकन उसे घड़ियों में टाइटन या फास्ट्रैक पसंद नहीं है जिसके पास स्विफ्ट हैं, उसे फास्ट्रैक पसंद है। दीपा की प्राथमिकताएँ हैं सिटी, सेलो और सिटीजन। अमित की प्राथमिकता लैमी और टाइमेकस के लिए है। वीणा को वैगनआर और लेक्सी पसंद है। घड़ी में हर्ष की प्राथमिकता टाइटन नहीं है।

1. सुमन को कौन-सी घड़ी पसंद है?
   (a) टाइटन (b) फास्ट्रैक
   (c) निर्धारित नहीं किया जा सकता
2. हर्ष को कौन-सी घड़ी पसंद है?
   (a) लैमी (b) प्वाइंटर
   (c) लेक्सी
   (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता
3. हर्ष को कौन-सा पेन पसंद है?
   (a) समय (b) फास्ट्रैक
   (c) टाइमैक्स
   (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता
4. स्विफ्ट किसकी प्राथमिकता है?
   (a) हर्ष (b) अमित
   (c) वीणा
   (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता
5. वीणा को कौन-सी घड़ी पसंद है?
   (a) समय (b) फास्ट्रैक
   (c) टाइटन
   (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

निर्देश (6-10): इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए निम्नलिखित जानकारी का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए-

आठ कार्यपालक B, G, H, K, D, F, T और V संगठन के तीन विभाग इंजीनियरिंग, सिस्टम्स और मार्केटिंग में काम करते हैं और अलग-अलग स्थान अर्थात् चेन्नई, कोजीकोड, कोलकाता, राँची, पटना, भोपाल, नागपुर और हैदराबाद में तनात हैं। जरूरी नहीं की इसी क्रम में। कम-से-कम दो और तीन से अधिक कार्यपालक तीन में से किसी विभाग में काम करते हैं।

G चेन्नई में इंजीनियरिंग विभाग में काम करता है। H

राँची में तैनात है किन्तु सिस्टमस् विभाग में नहीं। मार्केटिंग विभाग से कोई भी हैदराबाद में तैनात नहीं है। G के विभाग का ही एकमात्र अन्य व्यक्ति कोलकाता में तैनात है। D हैदराबाद में और F कोजीकोड में तैनात हैं। V कोलकाता में तैनात नहीं है और D के विभाग में ही कम करता है। B और T दोनों मार्केटिंग विभाग में काम करते हैं, जो मार्केटिंग में काम करता है वह भोपाल में तैनात नहीं हैं T नागपुर में तैनात नहीं है।

6. T किस स्थान पर तैनात है?
(a) नागपुर (b) पटना
(c) भोपाल
(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता है

7. कोलकाता में कौन तैनात है?
(a) K (b) T
(c) V (d) K या T

8. किस विभाग में केवल कार्यपालक हैं?
(a) सिस्टमस् (b) मार्केटिंग
(c) इंजीनियरिंग
(d) मार्केटिंग या इंजीनियरिं

9. निम्नलिखित में से व्यक्तियों का कौन-सा समूह मार्केटिंग विभाग में काम करता है?
(a) KBT (b) BTF
(c) BHD (d) BHT

10. विभाग, व्यक्ति और स्थान का निम्नलिखित में से कौन-सा संयोजन सही है?
(a) मार्केटिंग-B- भोपाल
(b) इंजीनियरिंग-G- कोलकाता
(c) सिस्टमस -V- चेन्नई
(d) इनमें से कोई नहीं

निर्देश (11-15): नीचे दी हुई जानकारी को ध्यानपूर्वक पढ़िए और प्रश्नों का उत्तर दीजिए-

एक ही आवास सोसाइटी में रहने वाले आठ परिवारों I, II, III, IV, V, VI, VII और VIII को संगीत, नाटक चलचित्र, खेलकूद, समाचार, धारावाहिक, क्विज और नृत्य में से अलग-अलग कार्यक्रम पसंद हैं , जरूरी नहीं कि वे इसी क्रम में हों। ये कर्यक्रम तीन टी.वी, चैनलों दो से कम और तीन से अधिक कार्यक्रमों का प्रसारण नहीं करता है।

परिवार II को स्टार चैनल द्वारा प्रसारित क्विज कार्यक्रम देखना पसंद है। परिवार V को नाटक या नृत्य देखना पसंद नहीं है और न ही सोनी चैनल देखता है। परिवार VI को चलचित्र देखना पसंद है किन्तु स्टार चैनल पर नहीं। परिवार I, जो पर धारावाहिक देखता है। परिवार IV और VIII एक ही चैनल अर्थात स्टार पर क्रमशः संगीत और खेलकूद देखता है। जो चैनल धारावाहिक का प्रसारण करता है वही चैनल नृत्य के कार्यक्रम का प्रसारण करता है। परिवार VII को जी चैनल पसंद नहीं है।

11. सोनी चैनल निम्नलिखित में से किस कार्यक्रम का प्रसारण करता है?
(a) चलचित्र और समाचार
(b) नाटक और समाचार
(c) चलचित्र और नाटक
(d) चलचित्र, नाटक और समाचार
(e) इनमें से कोई नहीं

12. कौन-सा चैनल समाचार प्रसारित करता है?
(a) सोनी (b) जी
(c) स्टार (e) जी या स्टार
(e) सोनी या जी

13. निम्नलिखित में से परिवार, चैनल और कार्यक्रम का कौन-सा काबिनेशन निश्चित रूप से सही है?
(a) II- जी क्विज (b) III- स्टार-क्विज
(c) IV- स्टार-खेलकद (d) III - जी -नृत्य
(e) इनमें से कोई नहीं

14. परिवार VII कौन-सा कार्यक्रम देखता है?
(a) समाचार (b) नृत्य
(c) संगीत (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता है।
(e) इनमें से कोई नहीं

15. निम्नलिखित में से परिवारों का कौन-सा कांबिनेशन एक ही चैनल देखता है?
(a) II, IV, VIII (b) III, IV, VIII
(c) II, IV, VII (d) III, V, VIII
(e) इनमें से कोई नहीं

उत्तरमाला

1. (c) 2. (b) 3. (b) 4. (a) 5. (c) 6. (b) 7. (a) 8. (c) 9. (d) 10. (d) 11. (c) 12. (b) 13. (c) 15. (a)

❐❐❐❐❐❐

KOTHARI INSTITUTE